Esercizi su elettrostatica, magnetismo, circuiti elettrici, interferenza e diffrazione

1. L'elettrone ha una massa di 9.1×10^{-31} kg ed una carica elettrica di -1.6×10^{-19} C. Ricordando che la forza gravitazionale tra due corpi di massa M alla distanza d è data da

   $F = G M m / d^2$

   Dove $G=6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2} , si confrontino le forze gravitazionale ed elettrica agenti fra due elettroni posti alla distanza d=1 m.

2. Quattro cariche uguali di 5×10^{-10} C sono disposte ai quattro vertici di un quadrato di 10 cm di lato. Calcolare grandezza e direzione della forza agente su ciascuna carica. Calcolare il campo elettrico e il potenziale nel centro del quadrato.

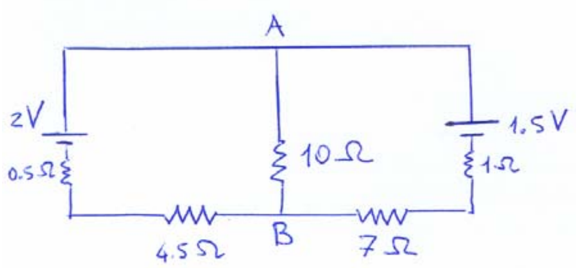
3. Due cariche puntiformi di grandezze 4×10^{-8} C e 9×10^{-8} C si trovano nel vuoto a 50 cm di distanza. In quali punti si annullano l'intensità del campo elettrico e il potenziale ?

4. Quali sono le velocità di : a) un elettrone (massa $m_e = 9.1\times 10^{-31}$ kg, carica $q_e = -1.6\times10^{-19}$ C) con energia cinetica 100 eV; b) un protone (massa $m_p = 1.67\times 10^{-27}$ kg, carica $q_p = +1.6\times10^{-19}$ C) con energia 0.5 eV; c) un nucleo di ossigeno (massa $m_O = 2.68\times10^{-26}$ kg, carica $q_O = +8\times1.6\times10^{-19}$ C) con energia 5 eV ? Se le tre particelle si muovono in un campo magnetico di induzione B = 0.8 T e la loro velocità è perpendicolare al campo, che traiettorie descrivono? Calcolare il periodo T della traiettoria e il raggio R.

5. La differenza di potenziale che dà origine ad un fulmine può raggiungere 10^9 V e la carica coinvolta può arrivare fino a 40 C. Quanta energia è liberata nella scarica?

6. Calcolare il lavoro compiuto contro le forze elettrostatiche per trasportare una carica $Q_1=-10^{-10}$ C da un punto A, situato a 10 cm da una carica $Q_2= 10^{-5}$ C, ad un punto B distante 1 metro .
   Calcolare la velocità di Q_1 in un punto C, distante 5 cm da Q_2 , è lasciata libera di muoversi sotto l'azione del campo elettrico, partendo da ferma dal punto A. La massa di Q_1 è 1 grammo.

7. Determinare la corrente in ciascuno dei resistori in figura e la caduta di tensione fra A e B.



8. Si vuole fabbricare una resistenza da 2 Ω usando 100 cm^3 di rame con resistività 1.7×10^{-8} Ω m . Se il rame viene tirato in un filo a sezione circolare, quale deve essere il diametro della sezione ?

9. Una resistenza da 100 Ω e una da 300 Ω sono collegate in parallelo fra loro e in serie con una terza resistenza da 50 Ω. Quale è la resistenza equivalente del circuito? Se le tre

resistenze sono tarate per 0.25 W, qual è la massima tensione che può essere applicata all'intero sistema in condizioni di sicurezza ? In questa situazione qual è la potenza dissipata da ciascuna resistenza ?

10. Una piccola fabbrica assorbe una potenza di 100 kW che vengono forniti, mediante una linea di resistenza totale 5 Ω, alla tensione di 10000 V. Di quanto sarebbe minore la potenza perduta sulla linea, se la potenza venisse fornita a 50000 V?

11. Dei protoni in un ciclotrone ricevono energia ad ogni giro e quindi aumentano il raggio della loro orbita fino a raggiungere il bordo esterno dello strumento. Se il ciclotrone ha raggio 2 metri e l'intensità del campo magnetico è 0.05 Wb/m^2 , qual è l'energia dei protoni che raggiungono il bordo del ciclotrone ? Qual è il tempo di percorrenza dell'orbita ?

12. Calcolare l'induzione magnetica **B** al centro di un lungo solenoide in aria che ha 5000 spire per metro ed è percorso da una corrente di 5 A. Si inserisce poi nel solenoide un cilindro di ferro di permeabilità relativa 3000. Qual è il nuovo valore di **B** ?

13. Dei protoni (vedi massa e carica al problema 4) sono accelerati da una differenza di potenziale di 10^6 V ed entrano in una regione dove risentono di un campo magnetico di induzione 1 Wb/m^2 perpendicolare alla loro traiettoria. Qual è il raggio della circonferenza che descrivono ?

14. Un filo elettrico molto lungo è percorso da una corrente di 0.5 A. Quanto vale l'induzione del campo magnetico generato dalla corrente ad una distanza di 50 cm dal filo? Se un secondo filo, lungo 1 metro e percorso da una corrente di verso opposto e intensità 0.8 A, è posto a distanza 30 cm dal primo filo, qual è il valore della forza di cui risente ? Tale forza è attrattiva o repulsiva ?

15. Due fenditure parallele su uno schermo piano, distanti 0.5 mm, sono illuminate da un fascio di luce parallela, perpendicolare al piano, di lunghezza d'onda 589.3 nm. Si osserva una figura di interferenza su di uno schermo posto a 100 cm dalle fenditure. Qual è la separazione tra le frange luminose sullo schermo ? A che distanza dalla frangia centrale si trova la seconda frangia scura ?

16. Un fascio parallelo di luce costituito da due sole lunghezze d'onda, di 490 nm e 588 nm, incide perpendicolarmente su una coppia di fenditure separate da 0.3 mm. Si osserva la figura di interferenza su uno schermo a distanza 3 m dalle fenditure. A che distanza dalla frangia luminosa centrale si avrà la prima coincidenza fra un massimo di una lunghezza d'onda con uno dell'altra ?

17. Due onde di uguale frequenza e ampiezza arrivano in un punto sfasate di 90° . Quale e' l'ampiezza dell'onda risultante e l'intensità ?

18. Una fenditura larga 0.1 mm viene illuminata perpendicolarmente con luce di lunghezza 550nm. A quale angolo appare il primo minimo rispetto alla direzione incidente ? Se la fenditura fosse sostituitala un foro , quale nuovo valore si otterrebbe?

19. Un automobile si avvicina su di una strada in una notte senza luna. I fari distano 1 metro fra loro. A che distanza massima da un osservatore deve trovarsi l'automobile, affinché egli sia sicuro di vedere due luci invece di una sola ? Considerare l'apertura dell'iride dell'occhio uguale a 0.5 cm e la lunghezza della luce dei fari 550 nm.

Soluzioni

1. La forza elettrica è data da

$$F_e = K\frac{q_1 q_2}{d^2} = 9\cdot10^{9}\,\frac{Nm^2}{C^2}\,\frac{\left(1.6\cdot10^{-19}\right)^2 C^2}{1\ m^2} = 23.04\cdot10^{-29}\ N$$

mentre la forza gravitazionale è

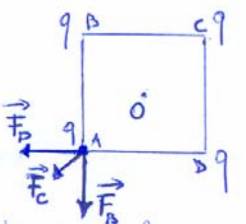
$$F_G = G\,\frac{m_1 m_2}{d^2} = 6.67\cdot10^{-11}\,\frac{Nm^2}{Kg^2}\,\frac{\left(9.1\cdot10^{-31}\right)^2 Kg^2}{1\ m^2} = 552.34\cdot10^{-73}\ N$$

Facendo il rapporto F_e/F_G si ottiene

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{23.04\cdot10^{-29}\ N}{552.34\cdot10^{-73}\ N} = 0.042\cdot10^{44} = 4.2\cdot10^{44}$$

cioè la forza elettrica è 20 ordini di grandezza maggiore di quella gravitazionale!

2.



$q = 5\cdot10^{-10}\ C$

$\ell = 10\ cm$

Consideriamo la carica nel vertice A e calcoliamo la forza agente su di essa ad opera delle cariche nei vertici B C D. Il problema è simmetrico, quindi gli altri 3 casi si riconducono al precedente.

La forza totale che agisce su A

$$\vec F = \vec F_D + \vec F_C + \vec F_B$$

è la somma vettoriale delle forze dovute ad ogni singola carica.

$\vec F_D = k\,\dfrac{q^2}{\ell^2}$ orientata come in figura (direzione data da segmento $\overline{AD}$ e repulsiva)

$\vec F_B = k\,\dfrac{q^2}{\ell^2}$ direzione segmento $\overline{AB}$ e repulsiva

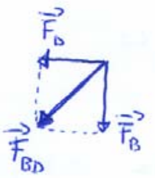
$\vec F_C = K\,\dfrac{q^2}{(\sqrt{2}\,\ell)^2}$ in questo caso la distanza è la diagonale del quadrato. La direzione è lungo la diagonale.

Calcoliamo il modulo delle 3 forze:

$$|\vec{F}_B| = |\vec{F}_D| = 9\cdot 10^9 \frac{(5\cdot 10^{-10})^2}{(0.1)^2}\ N = 2.25\cdot 10^{-7}\ N$$

$$|\vec{F}_C| = 9\cdot 10^9 \frac{(5\cdot 10^{-10})^2}{2\cdot(0.1)^2}\ N = 1.125\cdot 10^{-7}\ N$$

Quindi $\vec{F}_B$ e $\vec{F}_D$ sono uguali in modulo, mentre $\vec{F}_C$ è la metà.
La somma vettoriale di $\vec{F}_B$ e $\vec{F}_D$ è diretta lungo la diagonale del quadrato perché le 2 forze sono perpendicolari e di modulo uguale



$\vec{F}_{BD} = \vec{F}_B + \vec{F}_D$ e applicando regola parallelogrammo

$$|\vec{F}_{BD}| = \sqrt{2}\cdot 2.25\cdot 10^{-7}\ N = 3.18\cdot 10^{-7}\ N$$

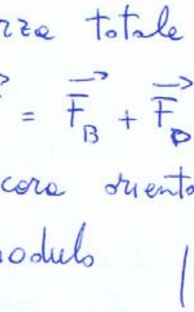
Quindi $\vec{F}_{BD}$ ha la stessa direzione e verso di $\vec{F}_C$, per cui la forza totale

$$\vec{F} = \vec{F}_B + \vec{F}_D + \vec{F}_C = \vec{F}_{BD} + \vec{F}_C$$

è ancora orientata lungo la diagonale e uscente dal vertice A

Il modulo $$|\vec{F}| = |\vec{F}_{BD}| + |\vec{F}_C| = (3.18 + 1.125)\cdot 10^{-7}\ N = 4.31\cdot 10^{-7}\ N$$

Il campo elettrico nel centro del quadrato O, per il principio di sovrapposizione, è dato dalla somma vettoriale dei campi elettrici generati dalle 4 cariche singolarmente. Rappresentiamoli graficamente:



$\vec{E}_A$ e $\vec{E}_C$ hanno direzione lungo la diagonale AC e versi opposti (le cariche sono entrambe positive). Poiché le cariche in A e C sono uguali e $\overline{AO} = \overline{CO}$, allora anche i moduli $|\vec{E}_A|$ e $|\vec{E}_C|$ sono uguali.

Pertanto $\vec{E}_A + \vec{E}_C = 0$

Stesso ragionamento per $\vec{E}_B$ ed $\vec{E}_D$.
In conclusione il campo elettrico totale in O è <u>nullo</u>.

Il potenziale in O è

$$V = V_A + V_B + V_C + V_D$$

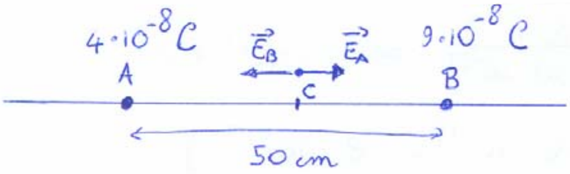
$$V_A = K \frac{q}{\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-10}}{0.1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 6.36 \cdot 10^{-9}\ V$$

è la lunghezza del segmento AO

Il calcolo è identico per V_B, V_C, V_D, quindi

$$V = 4 \cdot V_A = 25.45 \cdot 10^{-9}\ V$$

3.



Sia C il punto in cui si annulla il campo elettrico risultante, cioè $\vec{E}_A + \vec{E}_B = 0$. Se x è la distanza di C da A, $50 - x$ è la distanza CB.

$$|\vec{E}_A| = k \frac{q_A}{x^2}$$

$$|\vec{E}_B| = K \frac{q_B}{(0.5 - x)^2}$$

In C i campi $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$ hanno stessa direzione, versi opposti (q_A e q_B sono +, quindi il campo è uscente) e per annullarsi, i loro moduli devono essere uguali:

$$|\vec{E}_A| = |\vec{E}_B| \implies \frac{q_A}{x^2} = \frac{q_B}{(0.5 - x)^2}$$

$$q_A\,(0.5-x)^2 = q_B\,x^2$$

$$4\left(\tfrac{1}{2}-x\right)^2 = 9x^2$$

$$5x^2+4x-1=0 \qquad x=\frac{-2\pm\sqrt{4+5}}{5} = -\frac{2\pm3}{5} = \begin{cases} -1 & \text{NON VALIDA} \\ 1/5 \end{cases}$$

Il potenziale $V = V_A + V_B$ non si annulla in nessun punto perché sia V_A che V_B sono positivi.

---

④ $E = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ Nel limite NON relativistico

elettrone $E_e = 100 \text{ eV} = 100 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\text{ J} = 1.6 \cdot 10^{-17}\text{ J}$

$$v_e = \sqrt{\frac{2E_e}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1.6\cdot 10^{-17}}{9.1\cdot 10^{-31}}} = 0.59\cdot 10^{7}\text{ m/s}$$

protone $E_p = 0.5 \text{ eV} = 0.5 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\text{ J} = 8\cdot 10^{-20}\text{ J}$

$$v_p = \sqrt{\frac{2E_p}{m_p}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8\cdot 10^{-20}}{1.67\cdot 10^{-27}}} \simeq 10^4\text{ m/s}$$

ossigeno $E_O = 5\cdot \text{eV} = 5\cdot 1.6\cdot 10^{-19} = 8\cdot 10^{-19}\text{ J}$

$$v_O = \sqrt{\frac{2E_O}{m_O}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8\cdot 10^{-19}}{2.68\cdot 10^{-26}}} \simeq 7.72\cdot 10^3\text{ m/s}$$

Le 3 particelle descrivono nel campo $\vec{B}$ orbite circolari con raggio R e periodo T dati da

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

elettrone $R = \dfrac{9.1\cdot 10^{-31}\cdot 0.59\cdot 10^{7}}{1.6\cdot 10^{-19}\cdot 0.8} = 4.19\cdot 10^{-5}\text{ m}$

$$T = \frac{2\pi \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.8} = 4.464 \quad 10^{-11}\,s$$

protone

$$R = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{4}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.8} = 1.3 \cdot 10^{-4}\,m$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.8} = 8.19 \cdot 10^{-8}\,s$$

ossigeno

$$R = \frac{2.68 \cdot 10^{-26} \cdot 7.72 \cdot 10^{3}}{8 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.8} = 2.02 \cdot 10^{-4}\,m$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 2.68 \cdot 10^{-26}}{8 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.8} = 1.64 \cdot 10^{-7}\,s$$

---

5 $E = qV = 40\,C \cdot 10^{9}\,V = 4 \times 10^{10}\,J$

6 Il lavoro per spostare Q_1 nel campo generato da Q_2 da A a B è

$$\mathcal{L} = q_1 \cdot (V_A - V_B)$$

dove V_A e V_B sono i potenziali di Q_2 in A e B

$$V_A = k\,\frac{q_2}{0.1\,m} = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{10^{-5}}{0.1} = 9 \cdot 10^{5}\,V$$

$$V_B = k\,\frac{q_2}{1\,m} = 9 \cdot 10^{9} \cdot 10^{-5} = 9 \cdot 10^{4}\,V$$

$$\mathcal{L} = -10^{-10} \cdot (9 \cdot 10^{5} - 9 \cdot 10^{4})\,J = -8.1 \cdot 10^{-6}\,J$$

Il lavoro è negativo perchè compiuto contro le forze del campo.

Se invece Q_1 è lasciata libera di muoversi si avvicinerà a Q_2, perché le cariche hanno segno opposto. In questo caso

$$\mathcal{L} = Q_1 \left(V_A - V_C \right)$$

$$V_C = k \frac{Q_2}{0.05} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-5}}{0.05} = 1.8 \cdot 10^6 \text{ V}$$

$$\mathcal{L} = -10^{-10} \left(9 \cdot 10^5 - 1.8 \cdot 10^6 \right) = 1.71 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Per trovare la velocità si applica il Teorema delle forze vive

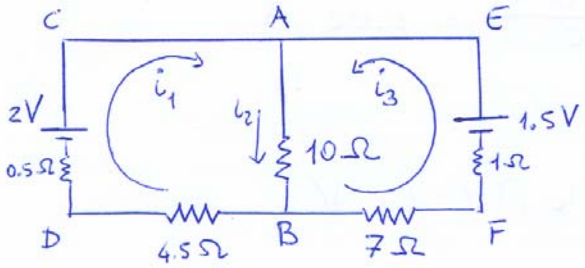
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m_1 v_C^2 - \frac{1}{2} m_1 v_A^2$$

$v_A = 0$ perché Q_1 parte da ferma, quindi

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m_1 v_C^2$$

$$v_C = \sqrt{\frac{2\mathcal{L}}{m_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.71 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}}} = 0.58 \text{ m/s}$$

(7)



Il circuito ha 2 maglie ABDC e ABFE.
Introduciamo 3 correnti: i_1, i_2, i_3 con i versi arbitrari disegnati in figura.
Scriviamo la prima legge Kirchoff per i nodi A e B

$$i_1 + i_3 = i_2$$

Scriviamo la seconda legge Kirchoff per entrambe le maglie

ABDC $\quad 2V = i_1 \cdot (4.5+0.5) + i_2 \cdot 10$

ABFE $\quad 1.5V = i_3\ (7+1) + i_2 \cdot 10$

Il sistema da risolvere è quindi:

$$\begin{cases} 2 = 5 i_1 + 10 i_2 \\ 1.5 = 8 i_3 + 10 i_2 \\ i_3 + i_1 = i_2 \end{cases}$$

Sostituendo la 3ª equazione nelle prime due ottengo

$$\begin{cases} 2 = 5 i_1 + 10 i_3 + 10 i_1 \\ 1.5 = 8 i_3 + 10 i_3 + 10 i_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = 15 i_1 + 10 i_3 \Rightarrow i_3 = \dfrac{2-15 i_1}{10} \\ 1.5 = 10 i_1 + 18 i_3 \end{cases}$$

$$1.5 = 10 i_1 + 18\ \frac{2-15 i_1}{10} = 3.6 - 17 i_1$$

$$17 i_1 = 2.1 \Rightarrow i_1 = 0.12\ A$$

$i_1 = 0.12\ A$

$i_3 = \frac{2 - 15 i_1}{10} = \frac{2 - 0.12 \cdot 15}{10} = 0.02\ A$

$i_2 = i_1 + i_3 = 0.14\ A$

$V_{AB} = i_2 \cdot 10\Omega = 0.14\ A \cdot 10\ \Omega = 1.4\ V$

8) La resistenza di un conduttore è data dalla 2° legge di Ohm

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$\rho = 1.7 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$

$R = 2\Omega$

Sappiamo che si vogliono usare $100\ cm^3$ di rame, sagomati come un filo cilindrico. Il volume di un cilindro V è

$$V = l \cdot S \quad \Rightarrow \quad l = \frac{V}{S}$$

Sostituendo in R

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{V}{S^2} \quad \text{e ricavando } S$$

$$S = \sqrt{\frac{\rho V}{R}} = \sqrt{\frac{1.7 \cdot 10^{-8}\ \Omega m \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} m^3}{2\ \Omega}} = 0.92 \cdot 10^{-6}\ m^2$$

$$S = \pi r^2 \qquad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0.54\ 10^{-3}\ m$$

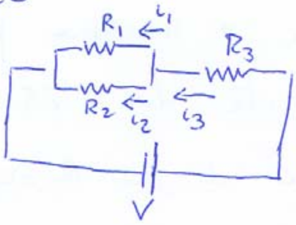
Il diametro è $d = 2 \cdot r = 1.08 \cdot 10^{-3} m = 1.08\ mm$

(9) Chiamiamo le 3 resistenze

$R_1 = 100\ \Omega$

$R_2 = 300\ \Omega$

$R_3 = 50\ \Omega$



R_1 e R_2 sono in parallelo e quindi equivalgono ad una resistenza $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{100} + \frac{1}{300}$

$$R = 75\ \Omega$$

che in serie con R_3, dà una resistenza totale del circuito

$$R_{TOT} = R + R_3 = 125\ \Omega$$

Ogni resistenza può essere attraversata da una corrente massima legata alla potenza a cui sono tarate P, dalla relazione

$\frac{P}{R} = i^2$ (che deriva da effetto Joule $P = i^2 R$)

Pertanto, le correnti massime a cui possono funzionare sono

$$i_{1\,MAX} = \sqrt{\frac{0.25\ W}{100\ \Omega}} = 0.05\ A$$

$$i_{2\,MAX} = \sqrt{\frac{0.25\ W}{300\ \Omega}} = 0.029\ A$$

$$i_{3\,MAX} = \sqrt{\frac{0.25\ W}{50\ \Omega}} = 0.071\ A$$

Poiché dal circuito, si vede che deve valere $i_3 = i_1 + i_2$ e inoltre $i_1 R_1 = i_2 R_2$ si ricava

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{300\ \Omega}{100\ \Omega} = 3$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = 3i_2 + i_2 = 4i_2 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} i_2 = \frac{i_3}{4} \\ i_1 = \frac{3}{4} i_3 \end{array}} *$$

Questo ci dà un criterio per scegliere quale fra le 3 resistenze può lavorare a massima potenza senza che le altre due superino il limite di 0.25 W.

- Infatti se scegliessimo di far lavorare R_3 a massima potenza cioè $i_3 = i_{3MAX} = 0.071$ A si avrebbe

$$i_1 = \frac{3}{4} i_3 = 0.053 \text{ A}$$ e ciò non va bene perché avremmo $i_1 > i_{1MAX}$

- Proviamo allora $i_1 = i_{1MAX} = 0.05$ A

Dalle relazioni in $*$ ricaviamo

$$i_3 = \frac{4}{3} i_1 = 0.06\bar{6} \text{ A} \quad < i_{3MAX} \quad \text{OK}$$

$$i_2 = \frac{i_1}{3} = 0.016 \text{ A} \quad < i_{2MAX} \quad \text{OK}$$

Questa situazione va bene, perché le 3 resistenze lavorano al di sotto del limite di potenza dissipato.

La tensione MAX applicabile deve quindi erogare una corrente $i = i_3$ e vale

$$V = i \cdot R_{TOT} = 125 \cdot 0.06\bar{6} = 8.33 \text{ V}$$

In questa situazione le potenze dissipate dalle resistenze sono

$$W_1 = i_1^2 R_1 = 0.25 \text{ W} = P_1$$

$$W_2 = i_2^2 R_2 = 0.08\bar{3} \text{ W} < P_2$$

$$W_3 = i_3^2 R_3 = 0.22 \text{ W} < P_3$$

10) La potenza di 100 KW è fornita alla tensione di 10^4 V quindi la corrente erogata è

$$i = \frac{100\ KW}{10^4\ V} = 10\ A$$

La potenza dissipata sulla linea per effetto Joule è

$$P = i^2 R = (10\ A)^2 \cdot 5\ \Omega = 500\ W$$

Se ora la tensione è 50000 V la corrente i' è data da

$$i' = \frac{100\ KW}{5 \cdot 10^4\ V} = 2A$$

e la potenza dissipata è

$$P' = i'^2 \cdot R = 20 W$$

Quindi si avrebbe una perdita, rispetto al caso iniziale, inferiore di $P - P' = 480\ W$

11) I protoni descrivono orbite circolari, per ciascuna delle quali vale la relazione

$$R = \frac{m_p v}{qB}$$

quindi

$$v = \frac{BqR}{m_p}$$

L'energia dei protoni all'uscita del ciclotrone è

$$E = \frac{1}{2} m_p v^2 = \frac{1}{2} m_p \frac{B^2 q^2 R^2}{m_p^2} = \frac{1}{2} \frac{B^2 q^2 R^2}{m_p} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(0{,}05\ Wb/m^2)^2 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19} C)^2 (2m)^2}{1.67 \cdot 10^{-27}\ kg} = 7.7 \cdot 10^{-14}\ J$$

Il periodo $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m_p}{qB} = \frac{2\pi \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.05} = 1.31 \cdot 10^{-6} s$

12) In un solenoide:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{N}{L} \cdot i$$

dove μ_0 permeabilità magnetica del vuoto $= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Wb}{A\,m}$

μ_r permeabilità magnetica relativa

i corrente elettrica

$\frac{N}{L}$ numero di spire (avvolgimenti) per unità di lunghezza

Sostituendo i valori otteniamo

in aria $B_a = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Wb}{A \cdot m} \cdot 5000 \frac{1}{m} \cdot 5A = 3.14 \cdot 10^{-2} \frac{Wb}{m^2}$

in ferro $B_f = \mu_r \cdot B_a = 3000 \cdot 3.14 \cdot 10^{-2} \frac{Wb}{m^2} = 94.25 \frac{Wb}{m^2}$

13) I protoni sono accelerati da una $\Delta V = 10^6\ V$
quindi acquistano un'energia cinetica

$$E_K = q\Delta V \qquad \text{dove} \quad q = 1.6 \cdot 10^{-19}\ C$$ è la carica del protone

$$\overset{\parallel}{\tfrac{1}{2} m_p v^2} \qquad m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\ Kg$$ è la massa del protone

Ricaviamo la velocità dei protoni

$$v = \sqrt{\frac{2E_K}{m_p}} = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6}{1.67 \cdot 10^{-27}}} = 1.38 \cdot 10^7\ m/s$$

Il raggio dell'orbita nel campo magnetico si ottiene da

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 1.38 \cdot 10^7}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1} = 0.144\ m$$

14) $$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{R}$$ legge di Biot-Savart

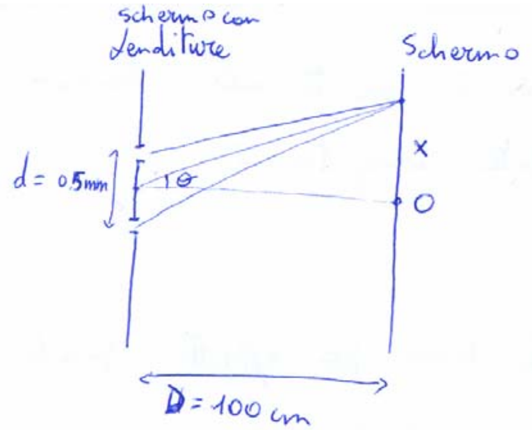
$$\parallel$$

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{0.5\ A}{0.5\ m} = 2 \cdot 10^{-7}\ \frac{Wb}{m^2}$$

La forza risentita dal secondo filo è repulsiva e vale

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{R}\, i_2\, l_2 = B\, i_2\, l_2 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 0.8 \cdot 1\ m =$$
$$= 1.6 \cdot 10^{-7}\ N$$

15)



$\lambda = 589{,}3$ nm

la condizione per avere interferenza costruttiva è

$d \sin\theta = m\lambda \qquad m = 0, 1, 2 \ldots$

Per l'interferenza distruttiva

$d \sin\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m = 0, 1, 2 \ldots$

Ma $\sin\theta$ si può scrivere come $\frac{x}{D}$ nell'approssimazione di piccoli angoli, pertanto

1) $d\,\frac{x_m}{D} = m\lambda$ INTERFERENZA COSTRUTTIVA

2) $d\,\frac{x_m}{D} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ INTERFERENZA DISTRUTTIVA

Le frange luminose hanno i massimi in posizioni date dalla 1)
Due massimi consecutivi di ordine generico $m+1$ e m sono quindi separati da:

$$x_{m+1} - x_m = \frac{D}{d}\lambda\left(m + 1 - m\right) = \frac{D\lambda}{d} = \frac{589.3 \cdot 10^{-9}}{0.5 \cdot 10^{-3}} = 1.18 \cdot 10^{-3}\,m = 1.18\ mm$$

La seconda frangia scura si ricava da 2) con $m = 1$

$$x = \frac{D}{d}\lambda\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}\frac{D}{d}\lambda = 1,77\ mm$$

16) I massimi delle figure di interferenza delle due lunghezze d'onda si trovano nei punti

$$x_m = \frac{\lambda_1 D}{d} m$$

$$y_n = \frac{\lambda_2 D}{d} n \qquad m, n \text{ numeri interi}$$

Due massimi coincidono quando vale la relazione

$$\frac{\lambda_1 \cancel{D}}{\cancel{d}} m = \frac{\lambda_2 \cancel{D}}{\cancel{d}} n$$

$$\lambda_1 m = \lambda_2 n$$

$$\frac{m}{n} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{588 \text{ nm}}{490 \text{ nm}} = 1.2 = \frac{6}{5}$$

$m = 6$ $\qquad x_6 = \frac{\lambda_1 D}{d} 6 = \frac{490 \cdot 10^{-9} \cdot 3}{0.3 \cdot 10^{-3}} 6 = 2.94 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$n = 5$ $\qquad y_5 = \frac{\lambda_2 D}{d} \cdot 5 = 2.94 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2.94 \text{ cm}$

Cioè il sesto massimo della luce di lunghezza λ_1 coincide con il quinto massimo di λ_2

17) Le equazioni delle 2 onde si scrivono

$$y_1 = A \sin \omega t$$

$$y_2 = A \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

l'onda risultante è $y_1 + y_2 = A\left[\sin \omega t + \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right] =$

$$= A\left(\sin \omega t + \sin \omega t \cos \frac{\pi}{2} - \cos \omega t \sin \frac{\pi}{2}\right) =$$

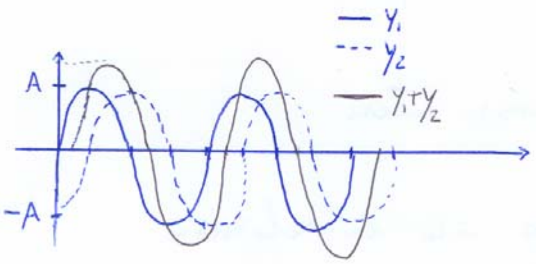
$$= A\left(\sin \omega t - \cos \omega t\right) = A\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

Quindi l'ampiezza dell'onda risultante è $A' = A\sqrt{2}$

L'intensità $I = \frac{A'^2}{2} = \frac{A^2 \cancel{2}}{\cancel{2}} = A^2 = I_1 + I_2 = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2}$

L'onda risultante è sfasata $\frac{\pi}{4}$ rispetto a y_1

Graficamente:



(18) I minimi della figura di diffrazione di una fenditura si ricavano dalla relazione

$$d \sin\theta = n\lambda \qquad n = 1, 2 \ldots$$

dove d è la larghezza della fenditura, λ la lunghezza d'onda della luce incidente, θ l'angolo sotto cui il minimo è visto rispetto alla direzione incidente.
Il primo minimo si ha per n = 1

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{0.1 \cdot 10^{-3}} = 5.5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

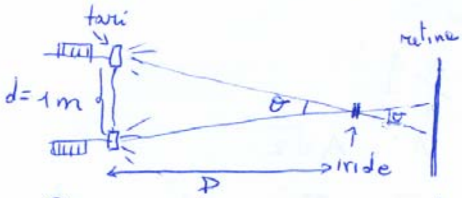
Nel caso di foro circolare il primo minimo si ha per

$$\theta = 1{,}22 \frac{\lambda}{d} = 6.71 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

(19) Il potere risolutivo dell'occhio è dato da

$$\theta = 1{,}22 \frac{\lambda}{d} = 1{,}22 \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{0.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 1.32 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

I due fari sono DISTINGUIBILI se l'angolo sotteso dalle loro immagini al centro dell'iride è maggiore di θ. In corrispondenza a θ infatti il massimo centrale della figura di diffrazione di un foro cadrebbe sul primo minimo della figura dell'altro.



Quindi la minima distanza dall'osservatore è $D = \frac{d}{\theta} =$

$$= \frac{1 \text{ m}}{1.32 \cdot 10^{-4}} = 7.5 \text{ Km}$$