

# Elettrostatica

Composizione dell'atomo

Carica elettrica

Legge di Coulomb

Campo elettrico

Principio di sovrapposizione

Energia potenziale del campo elettrico

Moto di una carica in un campo elettrico statico

Teorema di Gauss

Campo elettrico e potenziale di

una carica puntiforme

un dipolo elettrico

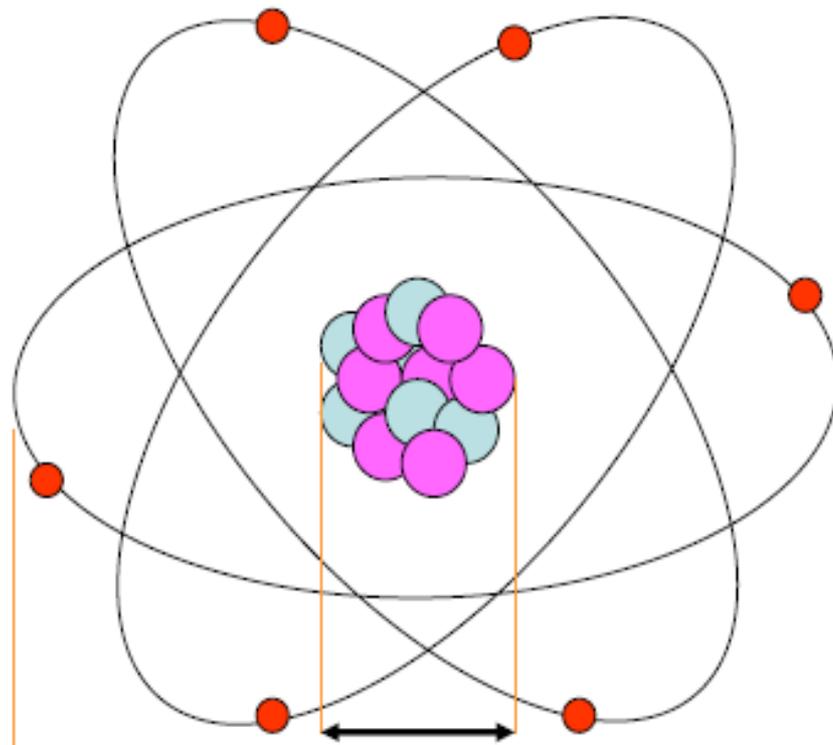
un condensatore

Superfici equipotenziali

Conduttori

Isolanti

# Struttura atomica della materia



$$R_{\text{nucleo}} \approx 10^{-15} \text{ m} = 1 \text{ fm}$$

$$R_{\text{atomo}} \approx 10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$$

$$\frac{R_{\text{atomo}}}{R_{\text{nucleo}}} \approx 10^5 !$$



Z protoni

$$m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$q = +e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$



N neutroni

$$m_n = 1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$q = 0$$



Z elettroni

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$q = -e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Numero di massa:

$$A = Z + N$$

Notazione:  ${}^A_Z X$

# Proprietà elettriche della materia

note fin dall'antichità  
(es. attrazione per strofinio)  
ma normalmente "nascoste"  
nella struttura atomica.

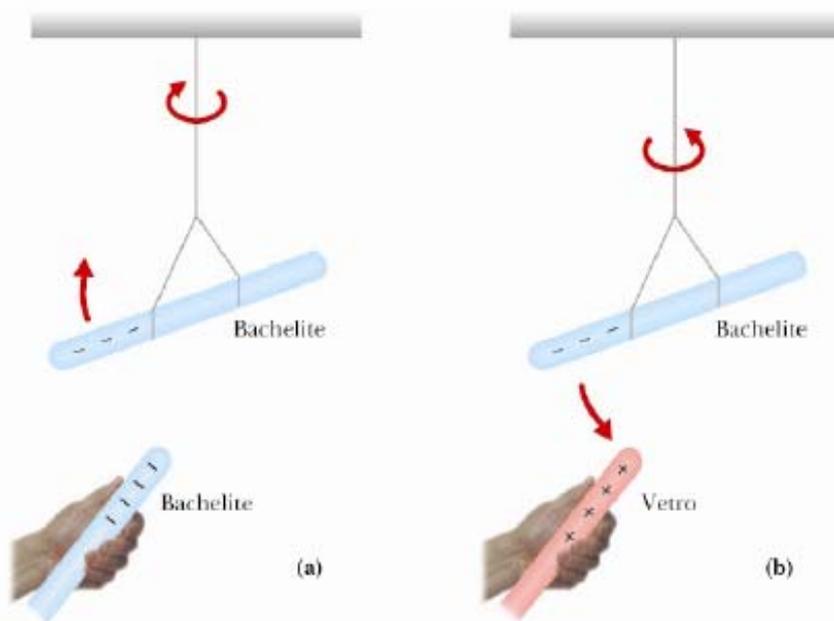
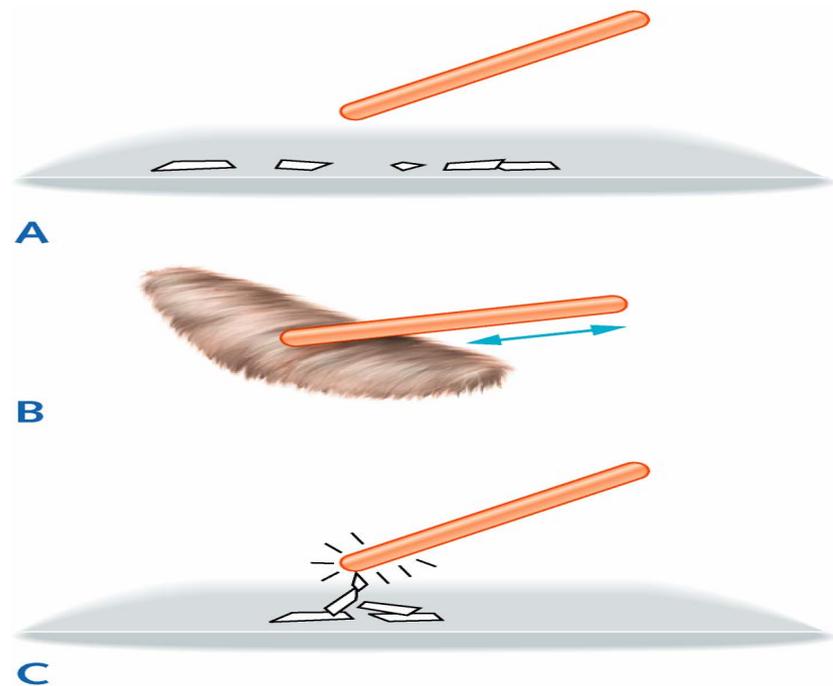


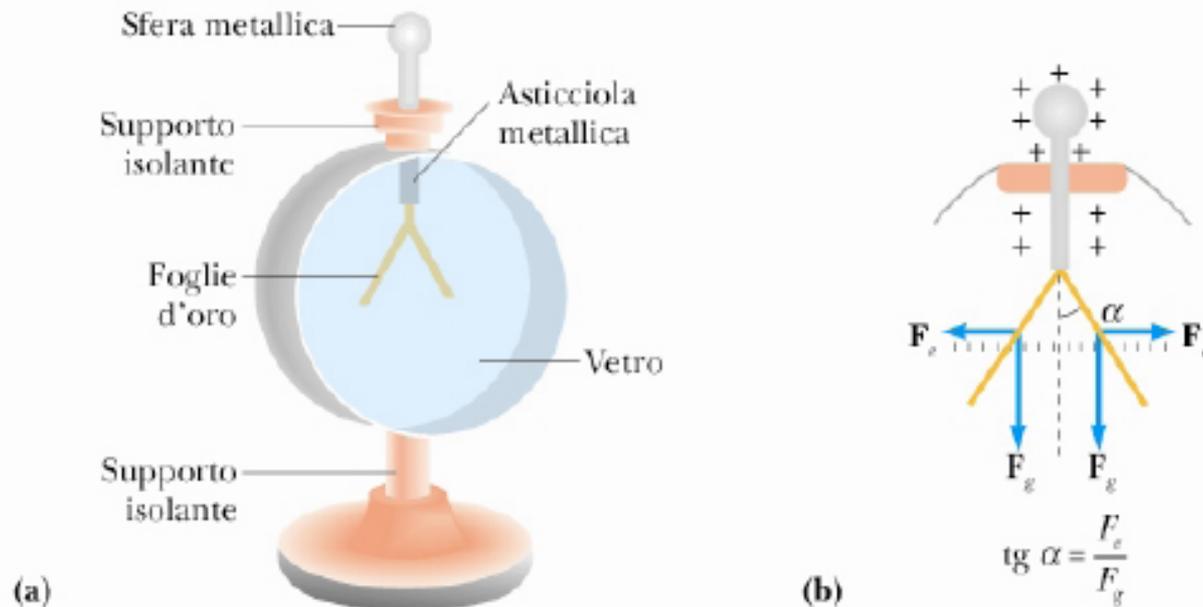
Figura 1.2

Forza tra due bacchette cariche dello stesso segno (a) e di segno opposto (b).



# Elettroscopio

L'elettrostatica e' lo studio dei fenomeni elettrici in presenza di cariche a riposo



**Figura 1.4**

Elettroscopio a foglie d'oro (o alluminio) (a); equilibrio delle forze che agiscono sulle foglie di un elettroscopio carico (b).

# Carica elettrica

## Costituzione dell'atomo:

nucleo con **protoni (carica  $+e$ )** e **neutroni (carica 0)**  
**elettroni (carica  $-e$ )** orbitanti attorno al nucleo



**Carica elettrica** = proprietà intrinseca della materia  
grandezza fisica **fondamentale** ( $\leftarrow$  v.corrente elettrica)  
unità di misura: **coulomb (C)**

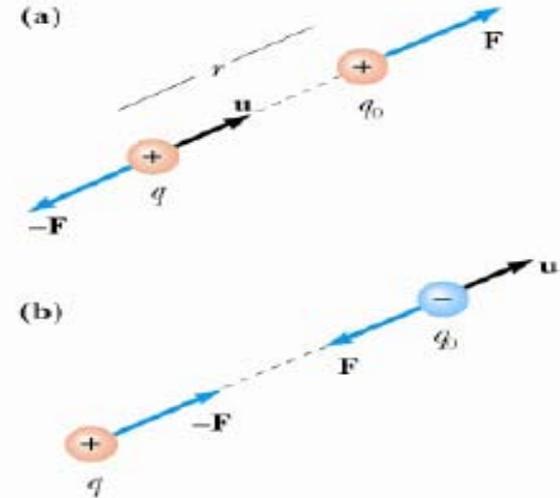
## Proprietà fondamentali:

- 2 tipi di carica elettrica: **positiva e negativa**
- sempre **multiplo** di  $\pm e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   $\rightarrow$  **carica elementare**
- **si conserva** (non si crea e non si distrugge, ma si separa/unisce)

# Forza di Coulomb

Tra due corpi di carica  $q_1$  e  $q_2$ ,  
posti a distanza  $r$ , si esercita **sempre**  
**una forza di attrazione o di repulsione**

- diretta lungo la congiungente tra i due corpi
- proporzionale alle due cariche
- inversamente proporzionale al quadrato di  $r$



## LEGGE DI COULOMB

$$\vec{F} = \pm K \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$   
costante di Coulomb nel vuoto

attrazione tra cariche opposte  
repulsione tra cariche uguali

ANALOGIA CON LA  
FORZA GRAVITAZIONALE

# Forza coulombiana vs. forza gravitazionale

Analogie tra forza coulombiana e forza gravitazionale:

- dirette lungo la congiungente tra i due corpi
- proporzionali alle due cariche / alle due masse
- inversamente proporzionali al quadrato della loro distanza

Differenze tra forza coulombiana e forza gravitazionale:

**COULOMBIANA**

attrattiva o repulsiva

$K = 9 \cdot 10^9$  molto grande

**GRAVITAZIONALE**

sempre attrattiva

$G = 6.67 \cdot 10^{-11}$  molto piccola

Tra protone e elettrone nell'atomo ( $r = 10^{-10}$  m):

$$F_G = - G m_p m_e / r^2 = - (6.67 \cdot 10^{-11}) \cdot (1.67 \cdot 10^{-27}) \cdot (9.1 \cdot 10^{-31}) / (10^{-10})^2$$
$$= - 101 \cdot 10^{-11+(-27)+(-31)-(-20)} = - 101 \cdot 10^{-49} = - 1.01 \cdot 10^{-47} \text{ N}$$

$$F_C = K q_p q_e / r^2 = (9 \cdot 10^9) \cdot (+1.6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-1.6 \cdot 10^{-19}) / (10^{-10})^2$$
$$= - 23 \cdot 10^{9+(-19)+(-19)-(-20)} = - 23 \cdot 10^{-9} = - 2.3 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

La forza coulombiana è  $10^{39}$  volte più grande di quella gravitazionale!

Es.

# Uguaglianza di cariche elementari + e -

Materia è globalmente neutra: le forze elettriche non sono visibili a scale superiori a quelle atomica anche se molto più intense di forze gravitazionali (es: moto dei corpi celesti).

Esempio per assurdo: supponiamo  $q_p = (1+10^{-9}) q_e$ . Valutiamo la forza elettrica con cui si respingerebbero due palle di Fe di 1 kg a distanza  $R=1$  m.

Massa atomica Fe ~ 55. Massa molare ~ 55 g.  $N_A = 6.023 \times 10^{23}$

Numero di atomi in 1 kg di Fe =  $(1000/55) \times N_A = 1.1 \times 10^{25}$

Numero di e (p) in 1 kg di Fe =  $26 \times 1.1 \times 10^{25} = 2.8 \times 10^{26}$

$$Q_{sfera} = 2.8 \times 10^{26} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-9} = 4.5 \times 10^{-2} \text{ C}$$

$$F = k Q^2/R^2 = 9 \times 10^9 \times (4.5 \times 10^{-2})^2 = 1.8 \times 10^7 \text{ N !!}$$

# Forza di Coulomb nella materia

Normalmente, la forza di Coulomb si scrive nella forma

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow \text{costante di Coulomb nel vuoto}$$

$\rightarrow \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

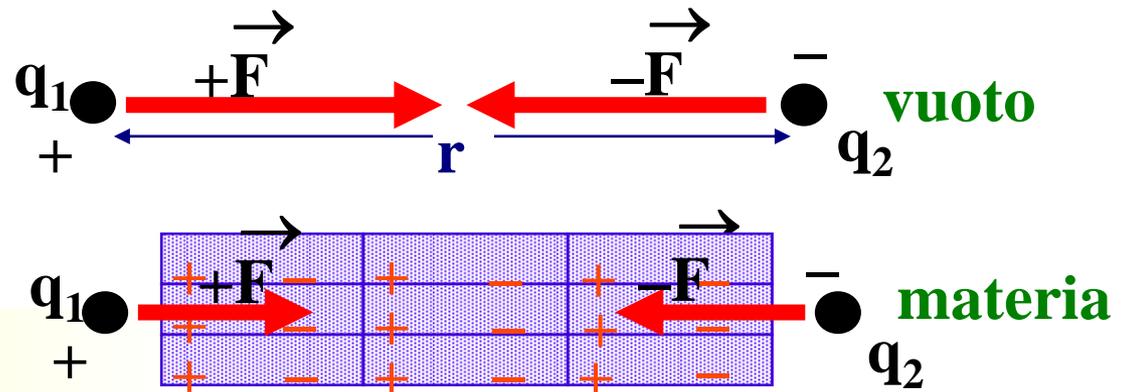
In generale:

$$K = 1/(4\pi \epsilon_0 \epsilon_r)$$

$\epsilon_r$  = costante dielettrica relativa al mezzo

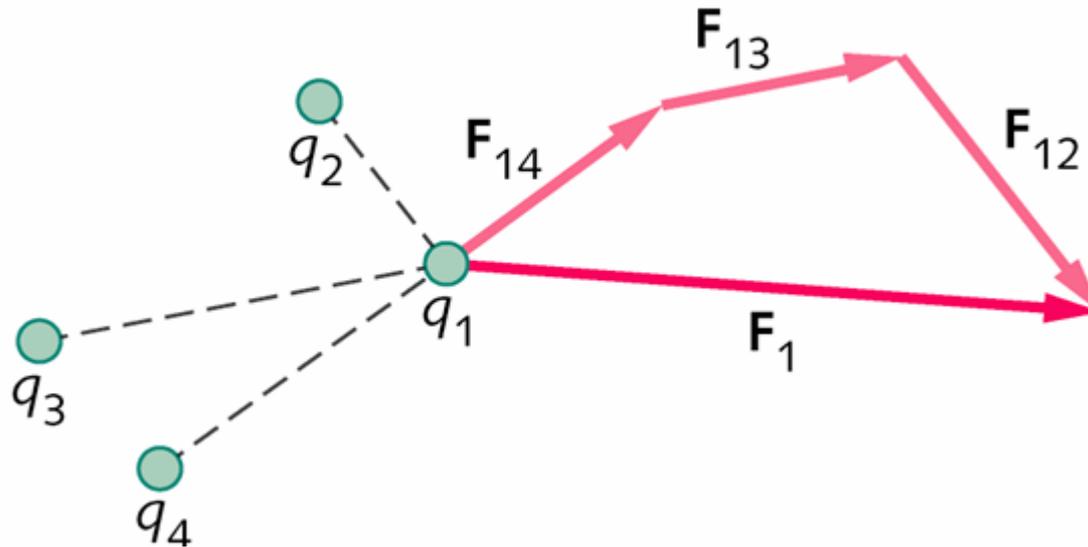
$\epsilon_r = 1$  nel vuoto e nell'aria

> 1 nei materiali ( $\approx 80$  nell'acqua)



Nell'acqua la forza è 80 volte più debole!

# Principio di sovrapposizione



La forza che agisce su una carica (es:  $q_1$ ) ad opera di altre cariche (es:  $q_2, q_3, q_4$ ) è uguale alla somma vettoriale delle forze che le cariche eserciterebbero su di essa da sole.

# Campo elettrico

Tra due cariche  $q$  e  $Q$  poste a distanza  $r$  si esercita la forza



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Qq}{r^2} \hat{r}$$

Una carica  $Q$  crea attorno a se' un campo elettrico

La regione di spazio attorno a una carica elettrica  $Q$  è sede di un **campo di forza elettrico**: ogni altra carica  $q$  ("carica di prova") che si trova in quella regione risente di una forza di attrazione/repulsione dovuta alla presenza della carica "sorgente"  $Q$ .

Carica di prova unitaria positiva  
 $q = +1 \text{ C}$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

N/C

# Campo elettrico: esempi

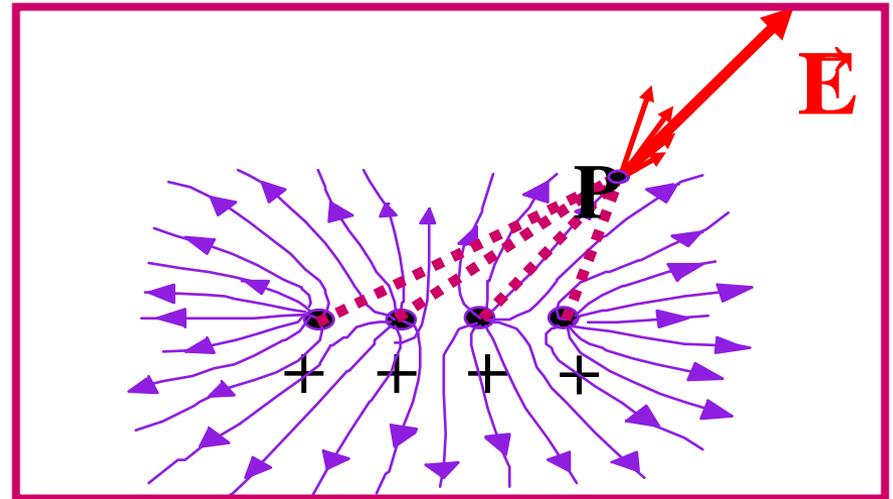
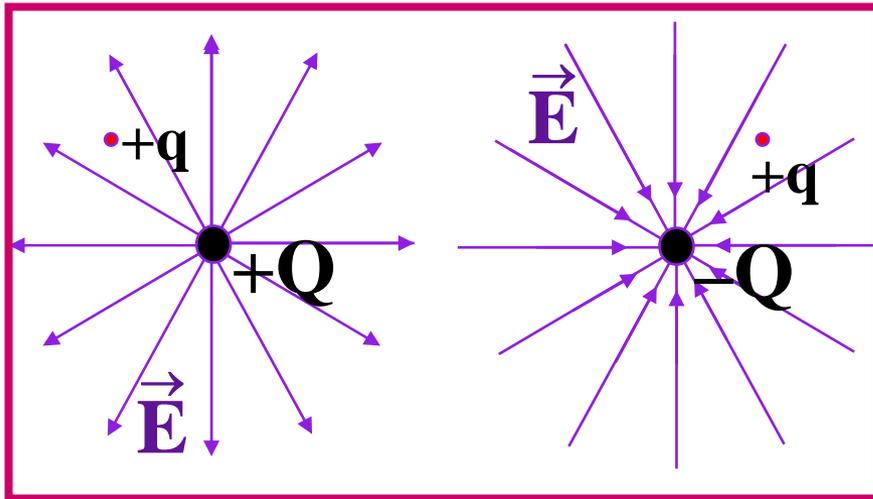
## Carica puntiforme $Q$ :

$Q > 0 \rightarrow$  linee di forza uscenti  
( $F$  repulsiva su  $q$ )

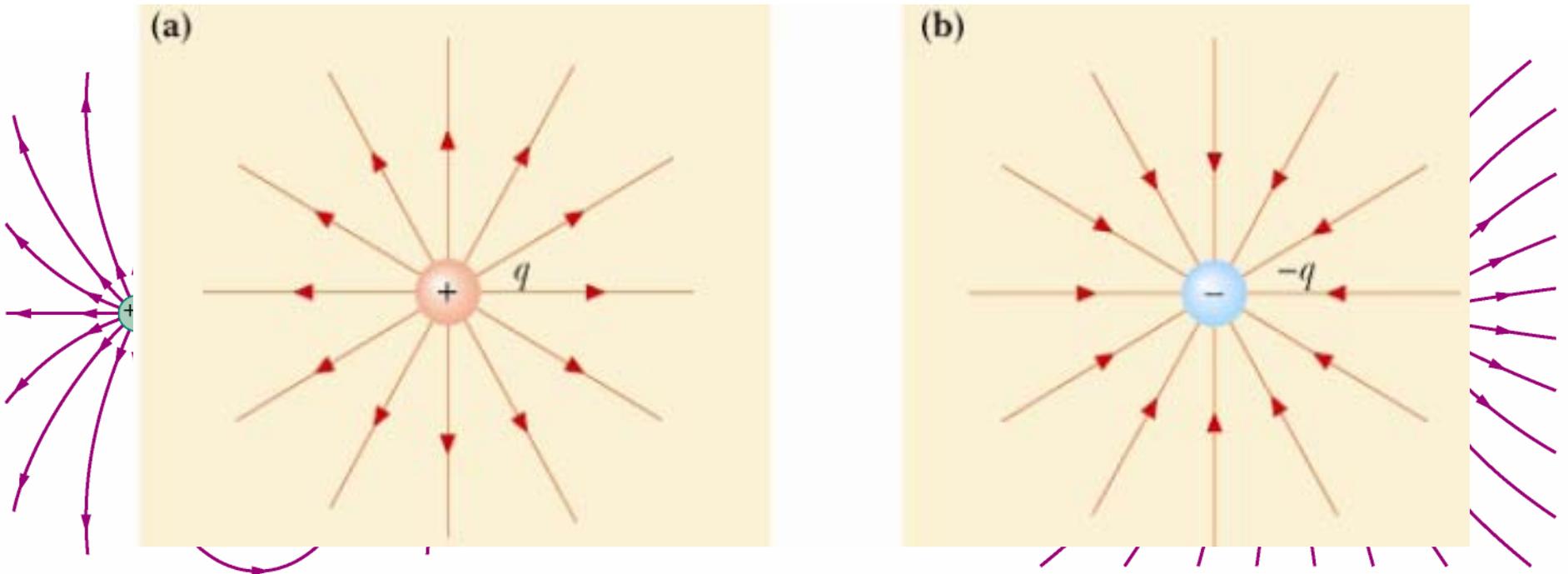
$Q < 0 \rightarrow$  linee di forza entranti  
( $F$  attrattiva su  $q$ )

## Distribuzione di cariche:

risultante vettoriale del  
contributo di ciascuna carica  
separatamente dalle altre



# Campo elettrico di due cariche



## Linee di forza:

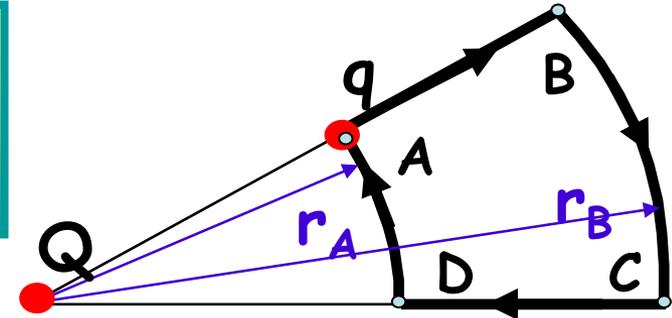
- in ogni punto la direzione della tangente a linea di forza indica la direzione di  $E$  in quel punto;
- il numero di linee che attraversano una superficie unitaria normale ad esse è proporzionale all'intensità di  $E$ .
- le linee di forza escono dalle cariche positive ed entrano in quelle negative

# Energia potenziale elettrostatica

La forza coulombiana e' conservativa:

il lavoro compiuto per spostare una carica  $q$  in un campo elettrico lungo una traiettoria chiusa e' nullo.

Il lavoro  $L_{AB} = -L_{BA}$  per portare  $q$  da A a B dipende solo dalla posizione relativa di A e B e non dal cammino seguito.



Energia potenziale gravitazionale:

lavoro per sollevare  $m$  da A a B ("contro" la f.peso)  $\rightarrow L_{AB} = U_A - U_B$   
Se  $U_A = 0$  ("terra")  $\rightarrow U_B =$  energia potenziale nel punto B

Energia potenziale elettrostatica:

lavoro per spostare  $q$  da A a B ("contro" la f.coulombiana)  $\rightarrow U_A - U_B$   
Se  $U_A = 0$  ("terra")  $\rightarrow U_B =$  energia potenziale nel punto B

# Potenziale elettrico

Il lavoro compiuto "contro" la forza coulombiana si ritrova sotto forma di **energia potenziale** "immagazzinata" dalla carica.

In ogni punto del campo elettrico si puo' definire un'energia potenziale rispetto a un punto di riferimento **arbitrario** a energia potenziale **nulla**.

**Potenziale elettrico** in un punto = energia potenziale di una carica unitaria positiva ( $q=+1$  C) in quel punto

potenziale elettrico =  $\frac{\text{lavoro per portare la carica } q \text{ da "terra" a } P}{\text{carica trasportata } q}$   
(nel punto P)

$$V = L/q$$

$$V$$

Volt =  
Joule/Coulomb

$$V = J/C = (N \cdot m)/C$$
$$E = N/C = V/m$$

Cariche negative si muovono spontaneamente da V minore a V maggiore.  
Viceversa le cariche positive

# Differenza di potenziale

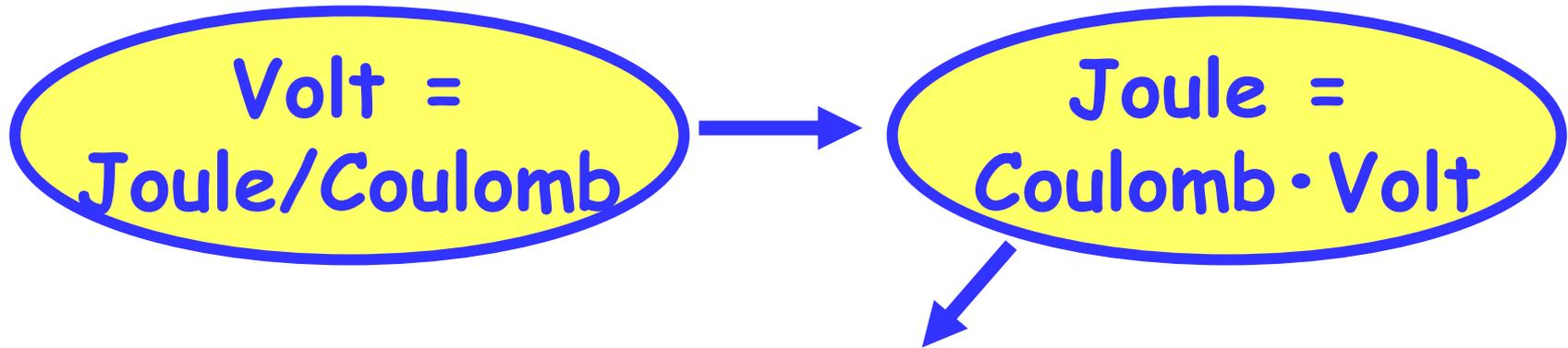
Poiché, come per il campo gravitazionale, il punto di riferimento del valore del potenziale ( $V=0$ ) è arbitrario, non conta il valore assoluto del potenziale in ogni punto ma la **differenza** tra due valori di potenziale, che non cambia anche se cambia il valore di riferimento arbitrario.

$\Delta V = V_B - V_A$  = lavoro (energia) necessario per spostare la carica di 1 coulomb da A a B

**diff. di potenziale (d.d.p.) o tensione elettrica**  
fornita ad es. da:

rete elettrica  $\rightarrow \Delta V = 220 \text{ V}$  (alternata a 50 Hz)  
pila  $\rightarrow \Delta V = 1.5 \text{ V}$  (stilo)

# ElettronVolt



Lavoro = Energia = Carica elettrica · Potenziale elettrico

Unità di misura pratica di energia su scala atomica:  
energia di 1 elettrone in una d.d.p. di 1 V

$$\text{elettronVolt (eV)} = \underbrace{(1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})}_{e} \cdot (1 \text{ V}) = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$e \rightarrow$  carica elettrone

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \rightarrow \quad 1 \text{ J} = 1/(1.6 \cdot 10^{-19}) \text{ eV} = 6.25 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

# Moto di una carica in un campo elettrostatico

Una carica  $q$  di massa  $m$  e' lasciata libera e in quiete nella posizione  $x=0$   
In una regione di spazio in cui esiste un campo elettrost. uniforme concorde  
e parallelo all'asse  $x$ . Descriverne il moto.

$$a = \frac{qE}{m} \quad \text{Moto uniformemente accelerato}$$

$$x(t) = \cancel{x_0} + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} at^2$$

$$v(t) = \cancel{v_0} + at$$

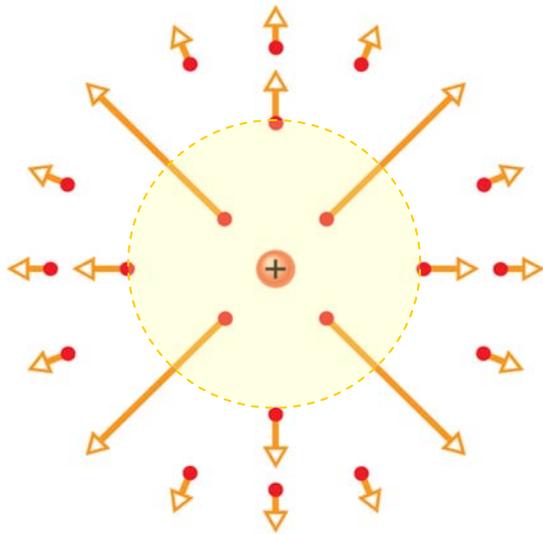
$$v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x(t) = \frac{qE}{2m} t^2; v(t) = \frac{qE}{m} t; v^2(x) = 2 \frac{qE}{m} x$$

Per una velocita' iniziale  $v_0$ , la variazione di energia cinetica e':

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= \frac{1}{2} m v^2(x) - \frac{1}{2} m v_0^2 = \\ &= ma(x - x_0) = qE(x - x_0) = F_E(x - x_0) \end{aligned}$$

# Carica puntiforme



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{N/C} = \text{V/m}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$$

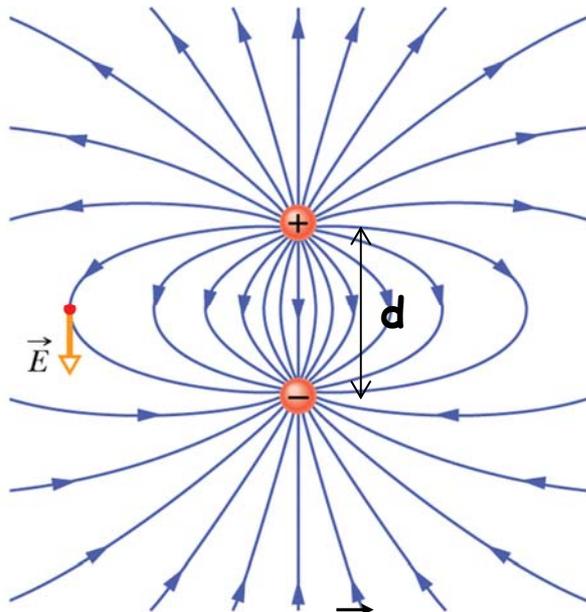
$$\text{J}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

$$\text{J/C} = \text{V}$$

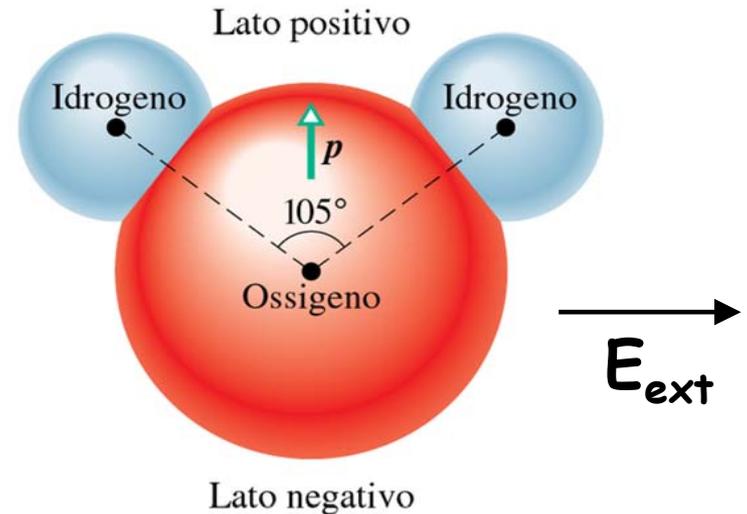
$$L(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = U(A) - U(B) = q[V(A) - V(B)]$$

# Dipolo elettrico



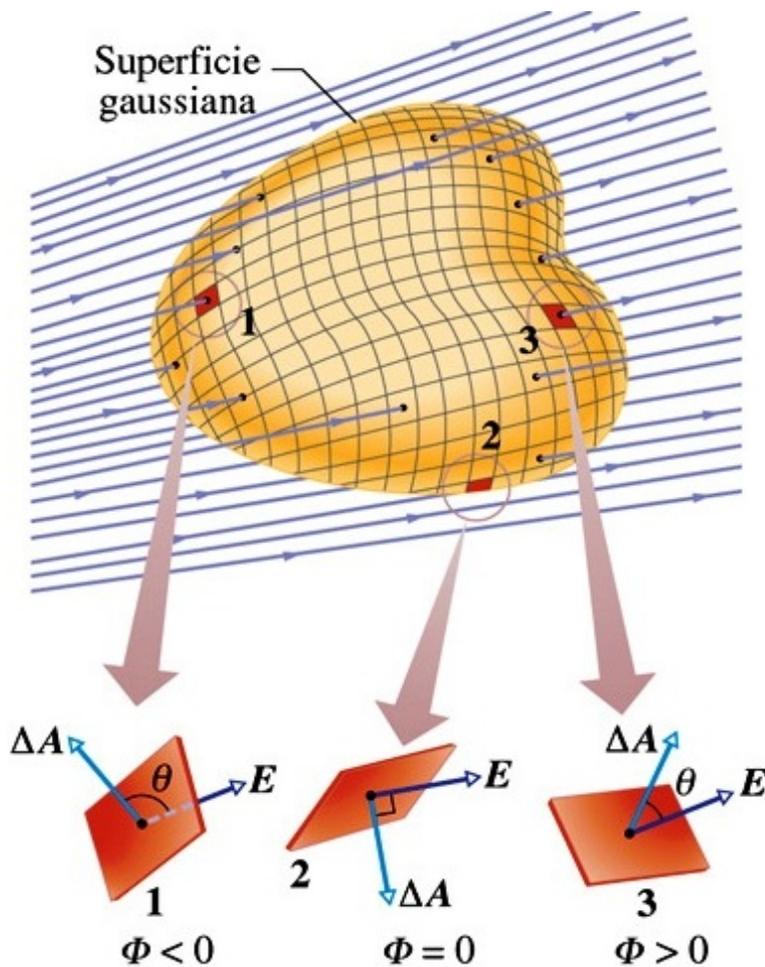
$$\vec{p} = q\vec{d}$$

$$|\vec{E}| \propto \frac{|\vec{p}|}{r^3}$$



Se il dipolo elettrico si trova in un campo elettrico esterno, il campo esercita su di esso un momento torcente  $\vec{p} \times \vec{E}_{\text{ext}}$ . Il dipolo ha un'energia potenziale associata all'orientamento nel campo  $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}}$

# Teorema di Gauss



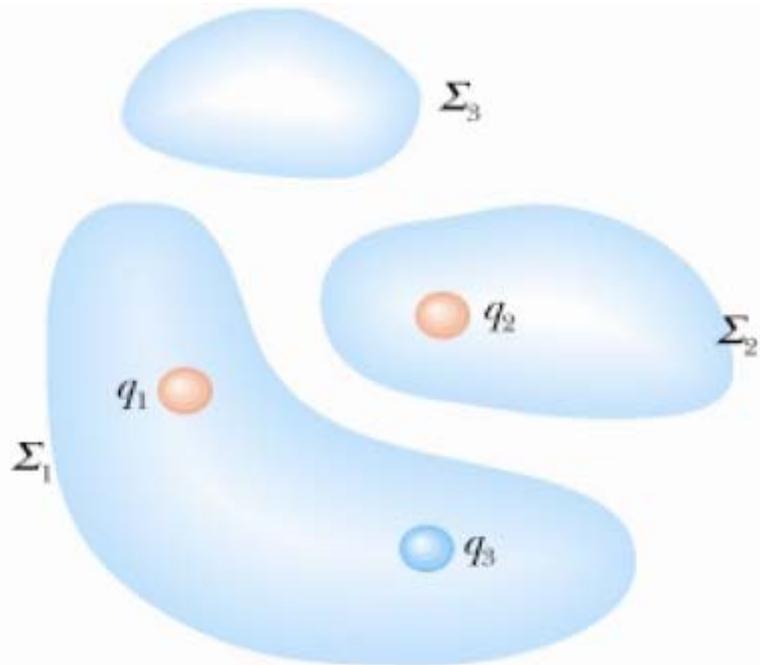
Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie è proporzionale al numero di linee di forza che l'attraversano.

$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \Delta \vec{A}$$

$$\epsilon_0 \Phi = Q_{\text{int}} = \sum_i q_i^{\text{int}}$$

La legge di Gauss mette in relazione il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa con la carica racchiusa dalla superficie stessa.

# Teorema di Gauss (2)



$$\Phi_{\Sigma_1}(\mathbf{E}) = \frac{q_1 + q_3}{\epsilon_0}$$

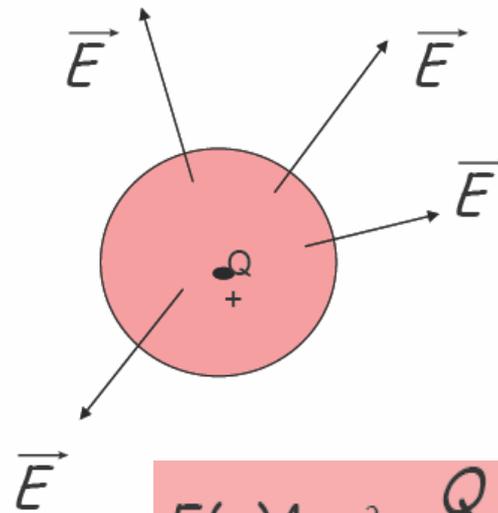
$$\Phi_{\Sigma_2}(\mathbf{E}) = \frac{q_2}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_{\Sigma_3}(\mathbf{E}) = 0$$

Il Teorema di Gauss è utile per il calcolo dei campi elettrici di distribuzioni di cariche con particolari simmetrie.

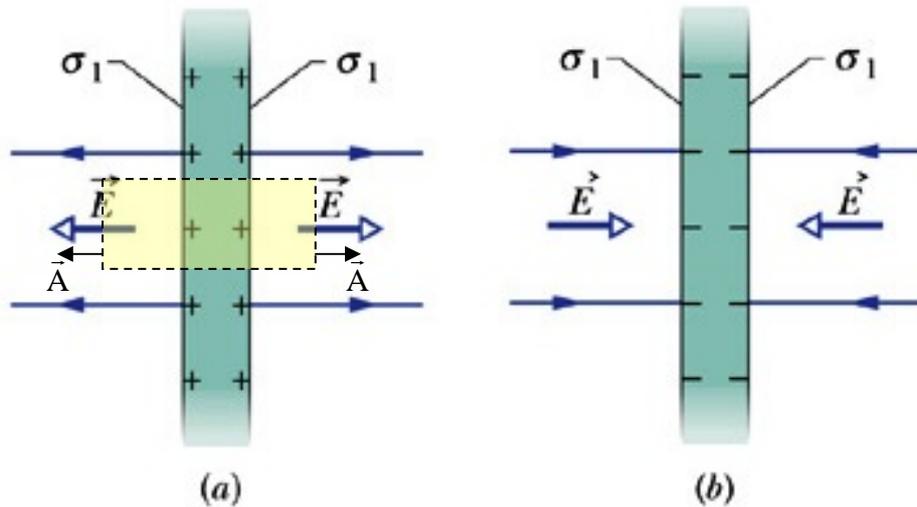
Una volta individuato il tipo di simmetria si sceglie un'opportuna "superficie gaussiana" attraverso cui calcolare il flusso del campo.

Esempio: carica puntiforme



$$E(r)4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

# Piastre conduttrici



$$\vec{E} = \frac{\pm \sigma}{2\epsilon_0}$$

$\sigma$  = densità superficiale di carica [C/m<sup>2</sup>]

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

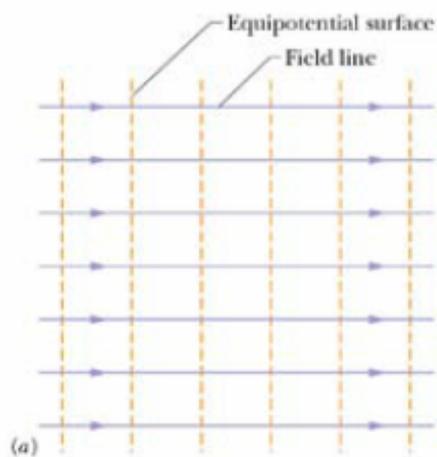
$$\Delta V = |\vec{E}|d = \frac{\sigma}{\epsilon_0}d$$

# Superfici equipotenziali

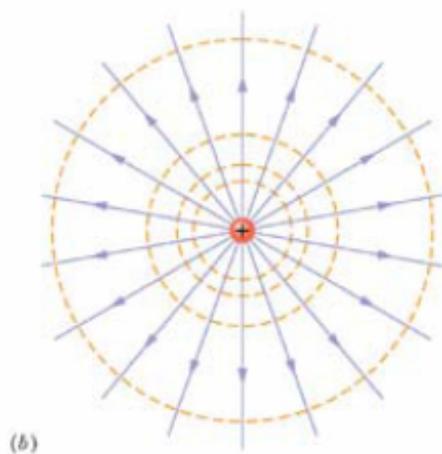
spostare una carica nel campo elettrico senza che sia richiesto un lavoro(+o -) implica:

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \text{ quindi } \vec{E} \perp d\vec{r}$$

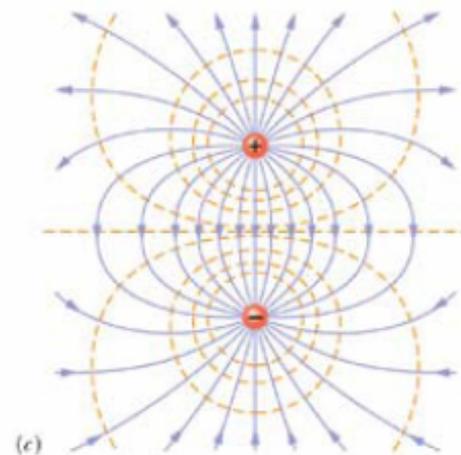
⇒ Superfici equipotenziali sono perpendicolari a  $\vec{E}$  e alle linee di forza



Campo uniforme



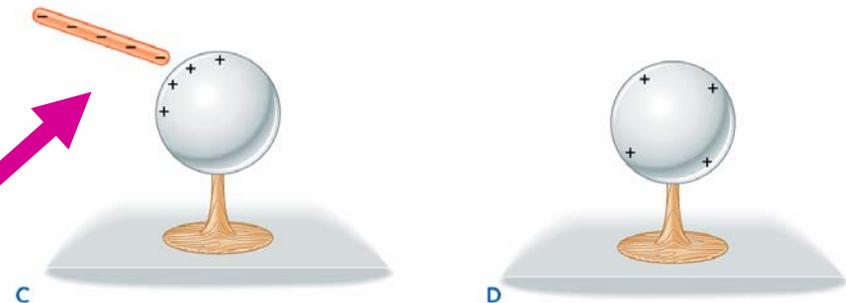
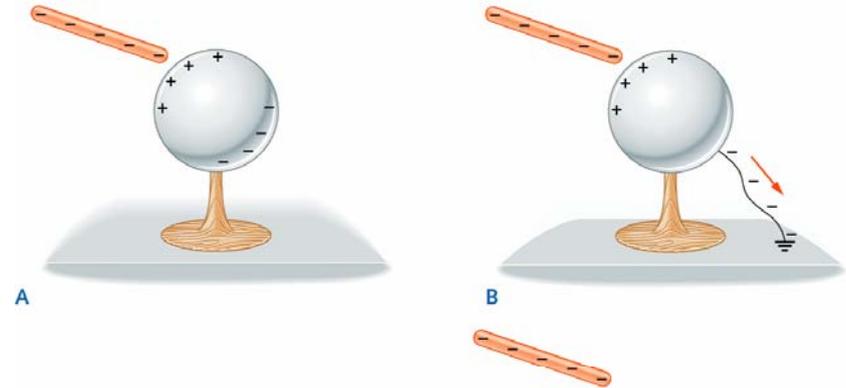
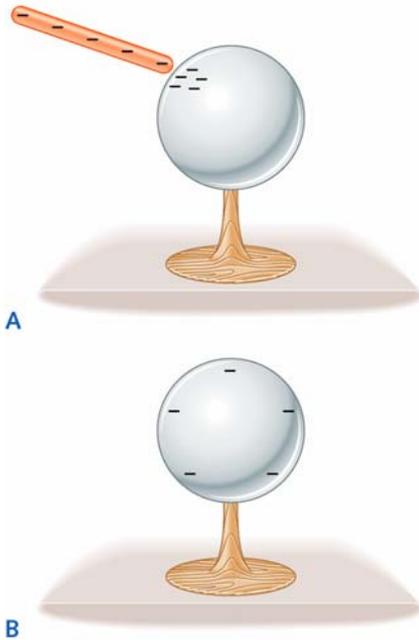
Campo carica puntiforme



Dipolo elettrico

# Conduttori

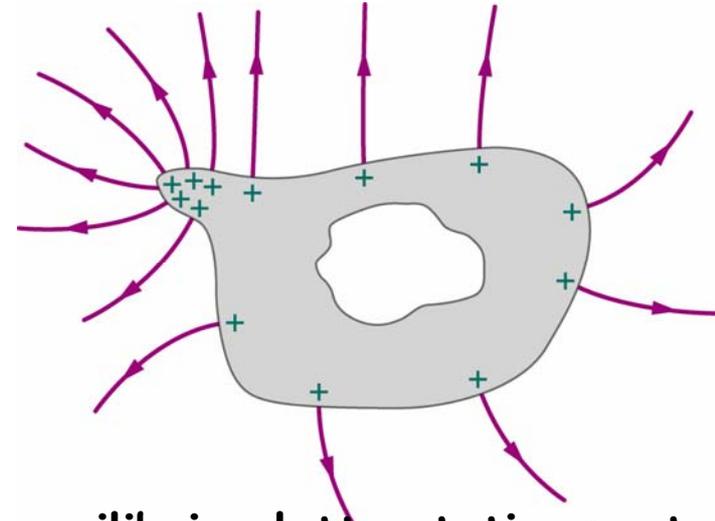
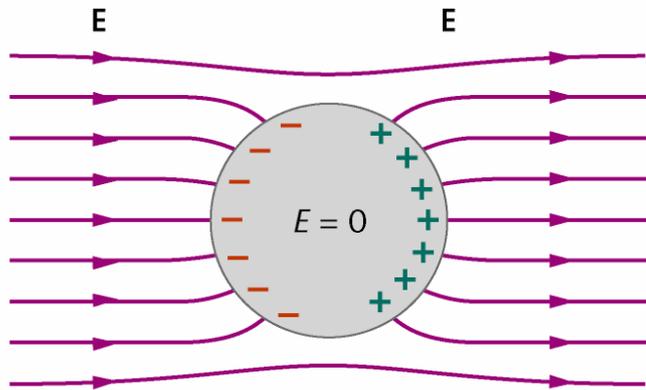
I conduttori sono sostanze attraverso cui le cariche si muovono liberamente (nei metalli, gli elettroni di conduzione).



**Un conduttore si può caricare:**

- per contatto con un corpo carico (acquista la stessa carica)
- per *induzione elettrostatica* (acquista carica opposta)

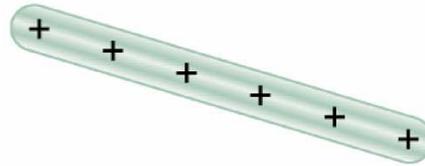
# Proprietà dei conduttori



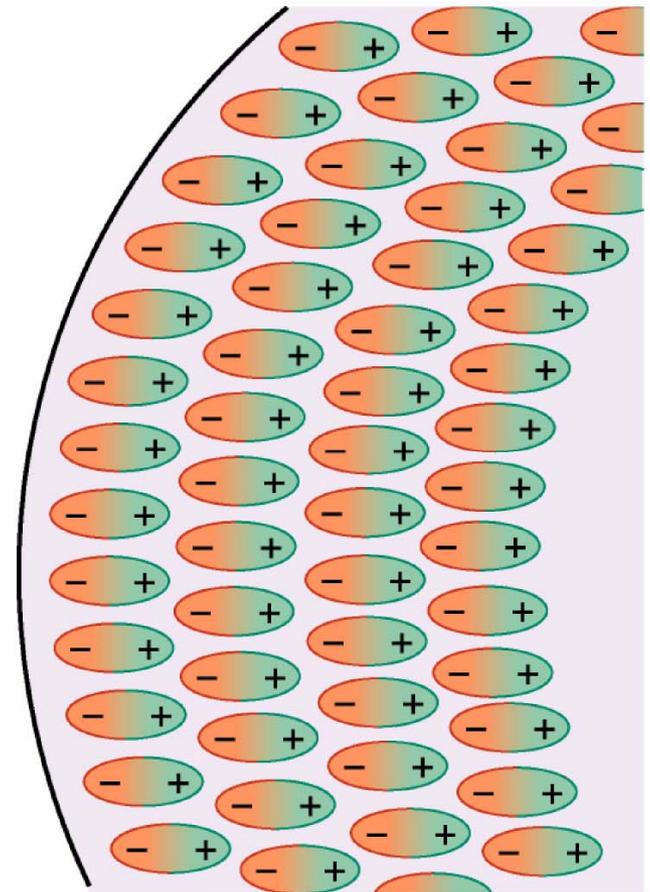
- $E=0$  all'interno di un conduttore in equilibrio elettrostatico posto in campo esterno  $\Rightarrow$  **Schermo elettrostatico** (conduttori cavi).
- Le cariche si distribuiscono sulla superficie esterna del conduttore (da legge di Gauss).
- Il conduttore ha potenziale costante.
- Le linee di forza del campo elettrico cadono perpendicolarmente sulla superficie del conduttore.  $E=\sigma/\epsilon_0$  in prossimità del conduttore  $\Rightarrow$  **Effetto delle punte**

# Isolanti

Gli isolanti (o dielettrici) sono sostanze in cui le cariche non si possono muovere liberamente



Se si avvicina a isolante una sbarretta carica gli atomi vengono deformati e si produce eccesso di carica (di "polarizzazione") sulla superficie del corpo.



# Esercizi

- Quattro cariche uguali di  $5 \times 10^{-10}$  C sono disposte ai quattro vertici di un quadrato di 10 cm di lato. Calcolare grandezza e direzione della forza agente su ciascuna carica. Calcolare il campo elettrico e il potenziale nel centro del quadrato.
- L'atomo di idrogeno è costituito da un protone e un elettrone ( $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$  kg,  $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$  kg). Nello stato fondamentale l'elettrone descrive un'orbita circolare di raggio  $0.5 \times 10^{-10}$  m attorno al protone. Calcolare l'energia totale del sistema.
- Un elettrone si sposta tra due punti A e B sotto l'azione di un campo elettrico. La velocità dell'elettrone in A è nulla. La differenza di potenziale tra A e B è -10 V. Calcolare la velocità dell'elettrone in B.