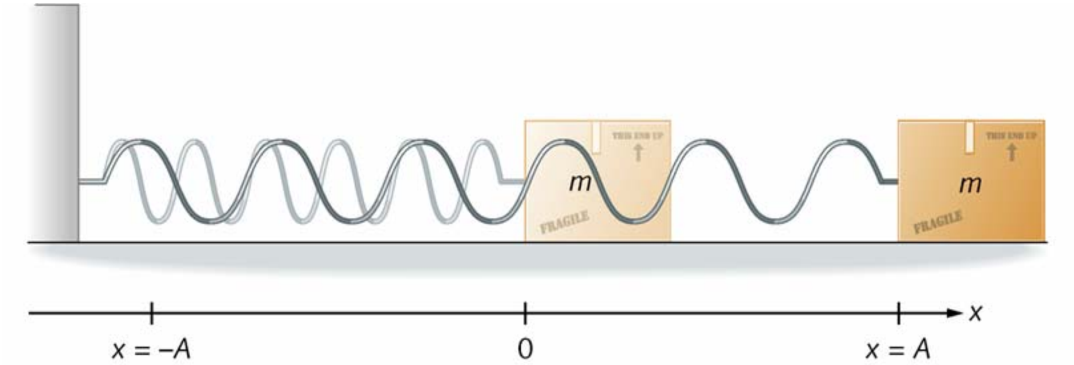
Oscillazioni e onde

- Oscillazioni e moto armonico
- Esempi di oscillatori: pendolo, forza elastica, componenti del moto circolare uniforme
- Onde longitudinali e trasversali
- Funzione d'onda armonica e legge di propagazione
- Intensità di un'onda
- Principio di sovrapposizione e interferenza di onde
- Suono
- Classificazione delle onde sonore
- Livello sonoro
- Effetto Doppler
- Onde stazionarie
- Principi fisici degli strumenti musicali

Oscillazioni - moto armonico



Consideriamo il caso di corpo di massa m soggetto ad una forza elastica F= -kx

- La forza è proporzionale allo spostamento x dalla posizione di equilibrio e diretta in verso opposto ⇒ la forza riporta il corpo nel punto di equilibrio ⇒ **oscillazioni, moto periodico**

- In particolare si tratta di un ***moto armonico***, la cui legge oraria è

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ $\qquad v(t) = A\omega \cos(\omega t + \phi)$

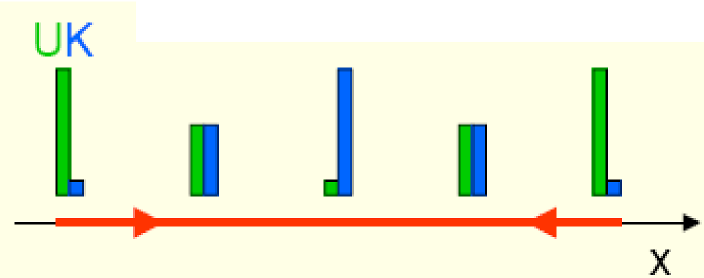
$a(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x$

$\rightarrow F = ma = -kx = -kA \sin(\omega t) = -m A \omega^2 \sin(\omega t)$

A = ampiezza
$\omega t + \phi$ = fase
ϕ = fase iniziale (per t=0)
T = periodo del moto
ω = pulsazione

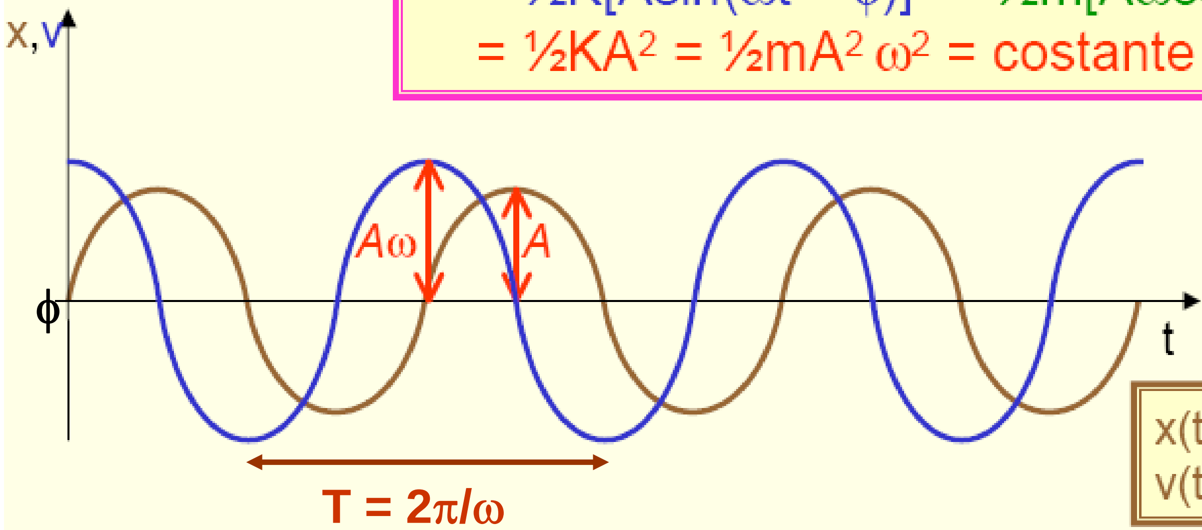
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

le oscillazioni sono "**isocrone**" , cioè ω e T non dipendono da *A* → oscillazioni più ampie sono compiute a velocità maggiore



A = ampiezza dell'oscillazione
$\omega t + \phi$ = fase
ϕ = fase iniziale (per t=0)
T = periodo del moto
ω = pulsazione

$$E = \tfrac{1}{2}Kx^2 + \tfrac{1}{2}mv^2 = \qquad [\omega = \sqrt{K/m}\,]$$
$$= \tfrac{1}{2}K[A\sin(\omega t + \phi)]^2 + \tfrac{1}{2}m[A\omega\cos(\omega t + \phi)]^2 =$$
$$= \tfrac{1}{2}KA^2 = \tfrac{1}{2}mA^2\omega^2 = \text{costante}$$



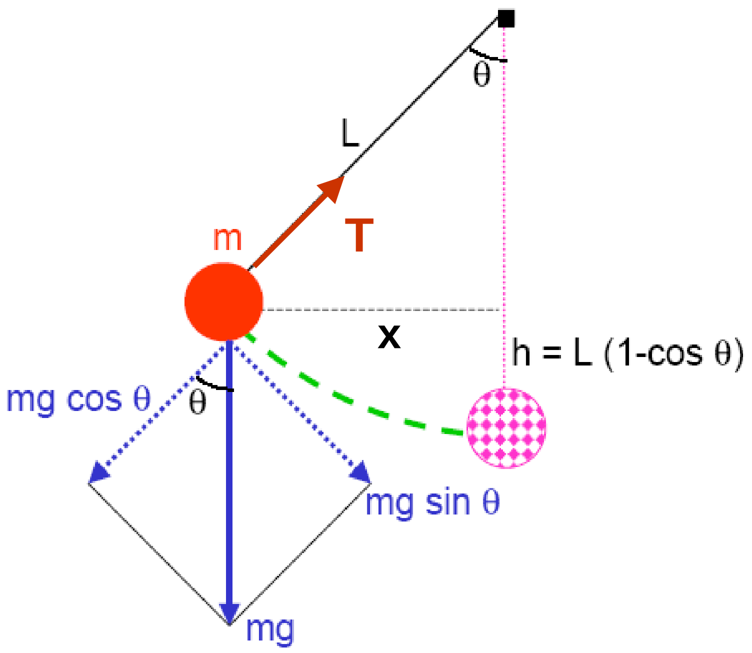
$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$
$v(t) = A\,\omega\cos(\omega t + \phi)$

Il pendolo

- Sulla massa m agiscono la forza peso (mg) e la tensione del filo (T)
- Scomporre le forze nella direzione parallela e tangente al filo
  $F_{par} = - mg \cos(\theta) + T = 0$
  $F_{tang} = - m g \sin(\theta)$
- Nel caso di ***"piccole oscillazioni"***: $x \approx L\,\theta$
  $F_{tang} = - m g \sin(\theta) \approx - mg\,\theta = - mg\, x / L$
- "formalmente identico a molla se k = mg / L
  → ***oscillazioni isocrone***

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

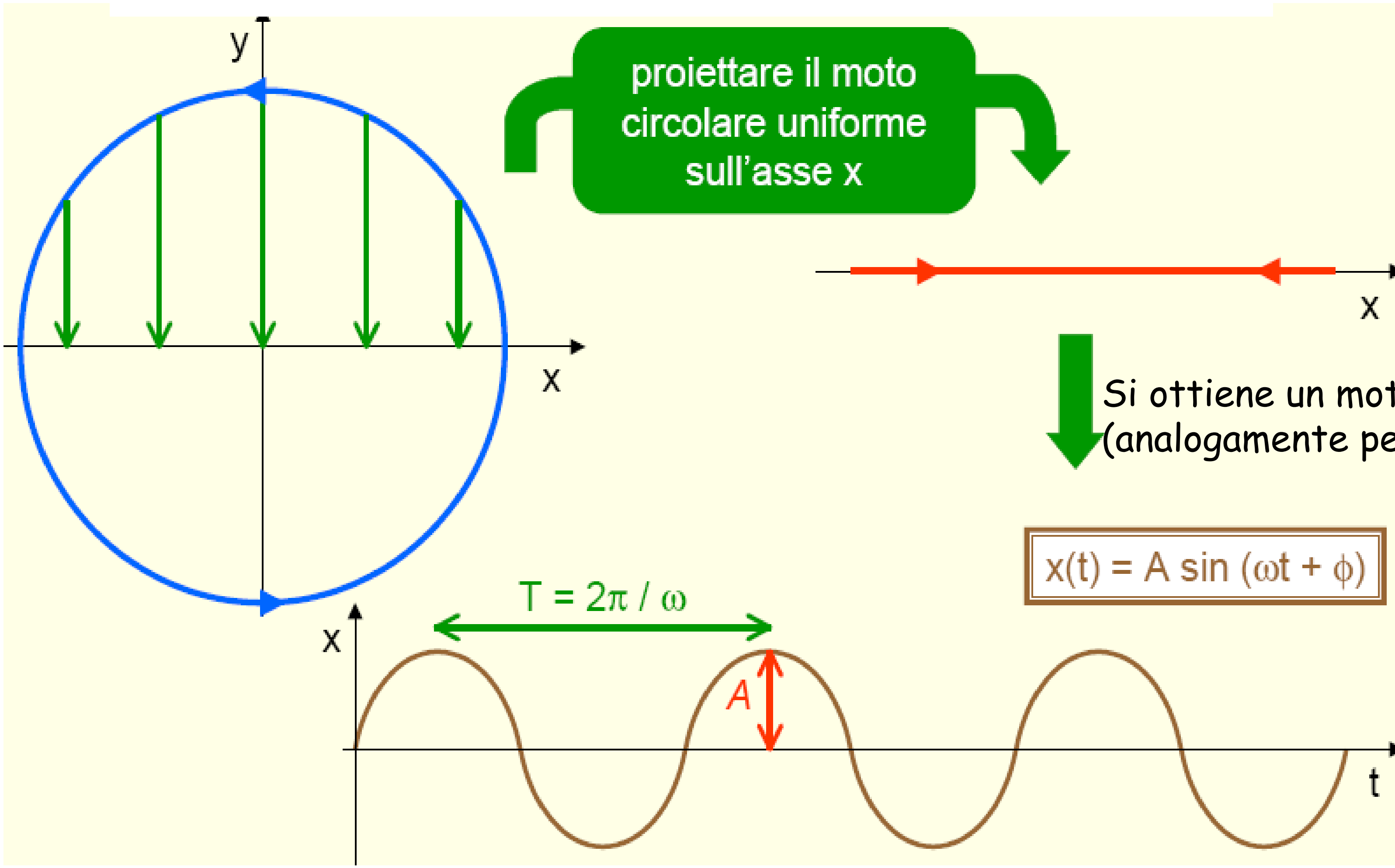
- moto armonico: $x = A \sin(\omega t)$
  con $A = x_{MAX} = L\,\theta_{MAX}$



Conservazione energia meccanica
- forza peso è conservativa
- tensione T ⊥ spostamento ⇒ L=0

$E = mg\,L\,[1 - \cos(\theta_{Max})]$

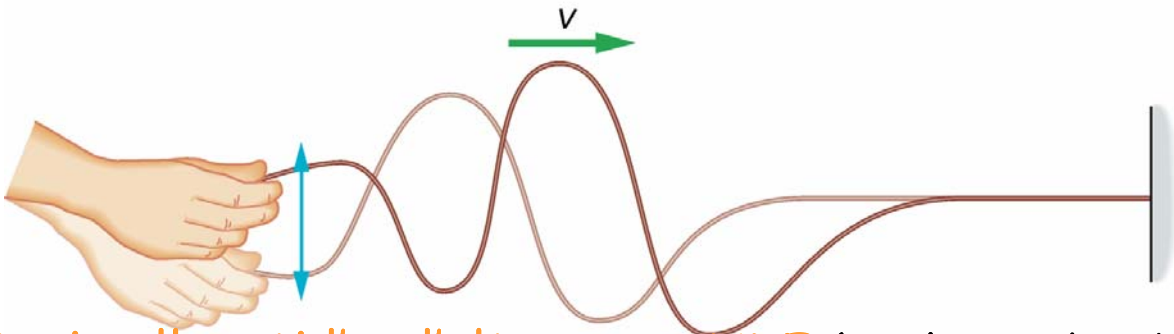
Moto circolare uniforme



Si ottiene un moto armonico (analogamente per la y)

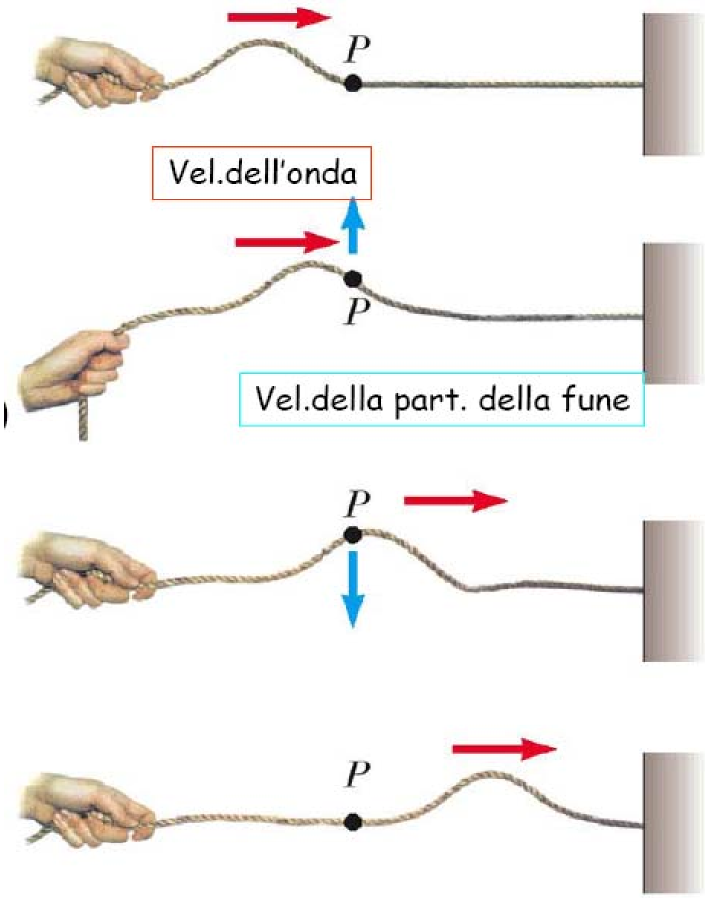
Il moto circolare uniforme è la somma di due moti armonici di uguale periodo e ampiezza, sfasati di $\pi/2$ e diretti in direzioni perpendicolari.

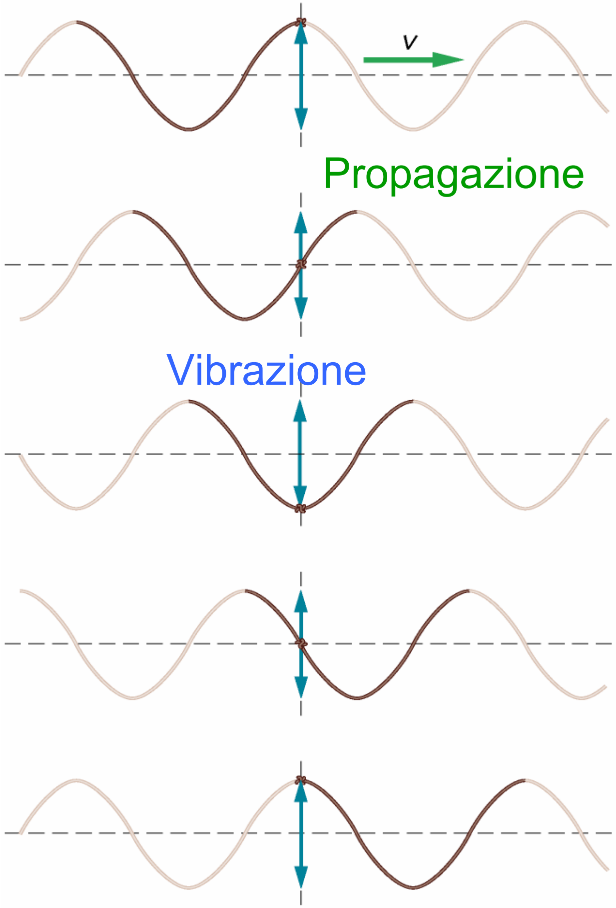
Onde



- Più oscillatori collegati l'un l'altro ⇒ ONDE (es: la corda vibrante si schematizza come un insieme infinito di oscillatori elementari)
- La fonte di qualsiasi onda è una **vibrazione**. Le particelle di un mezzo interagendo fra loro comunicano la perturbazione
- onde: meccaniche (es: onde sonore, corde vibranti) si propagano in un mezzo
  elettromagnetiche si propagano anche nel vuoto (oltre che nei mezzi).
- Le onde trasportano energia e si propagano ad un velocità tipica del mezzo
- Moto dell'onda è diverso da moto di singole particelle (es: hola allo stadio)
- Le onde possono essere **longitudinali o trasversali**.

Onde trasversali

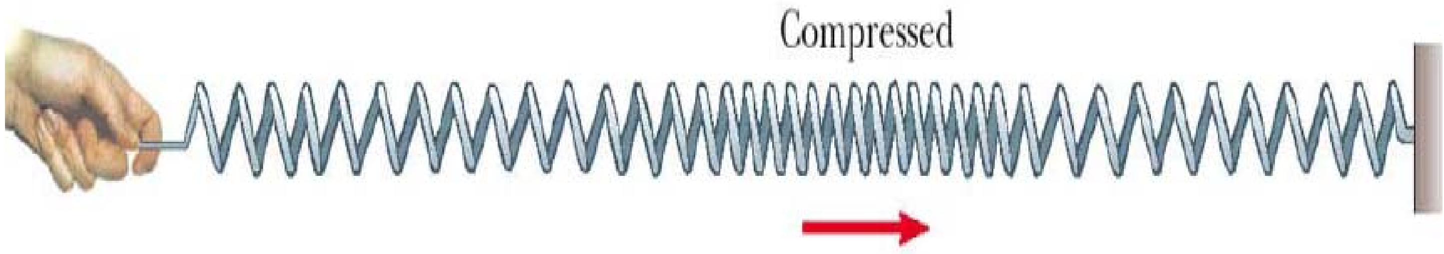




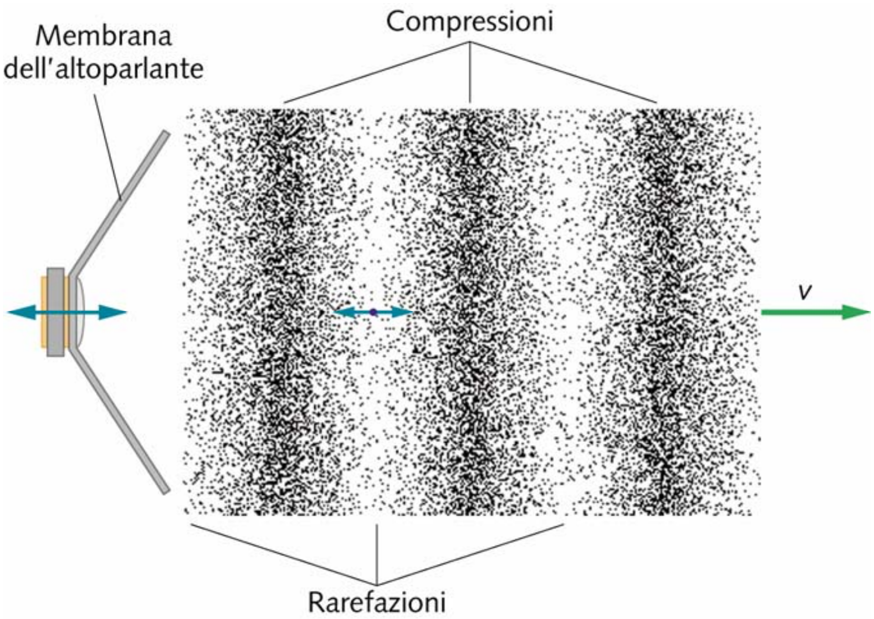
Onde trasversali: ogni punto sulla corda si muove perpendicolarmente alla direzione di propagazione dell'onda

Le onde elettromagnetiche (es: luce, onde radio) sono trasversali.

Onde longitudinali



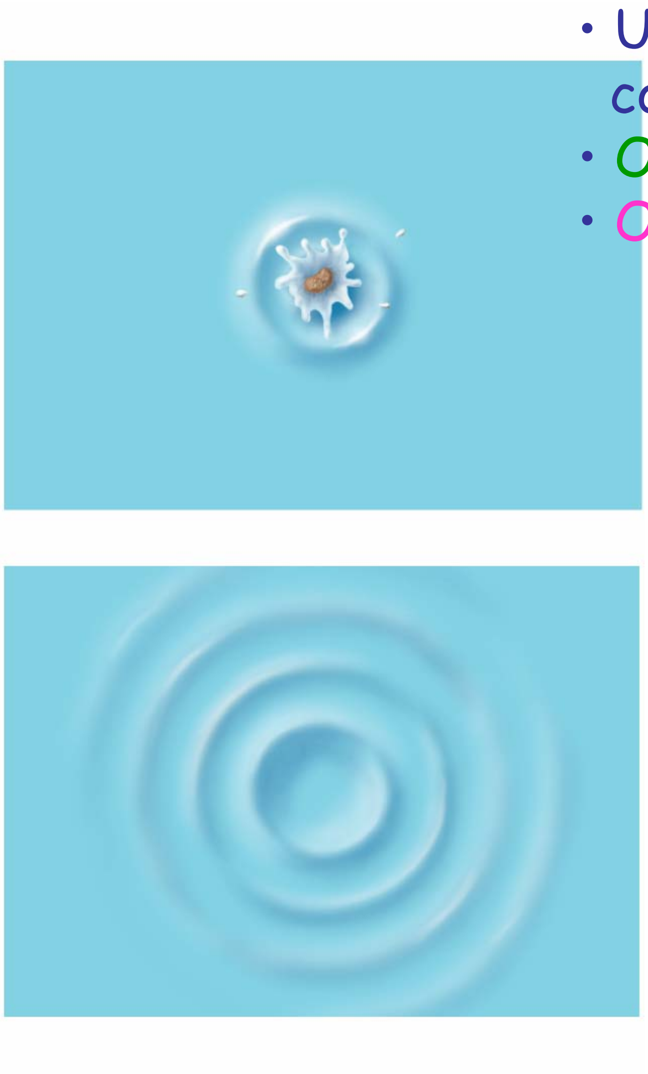
Onde longitudinali: le particelle del mezzo oscillano attorno alla loro posizione di equilibrio parallelamente alla direzione di propagazione dell'onda



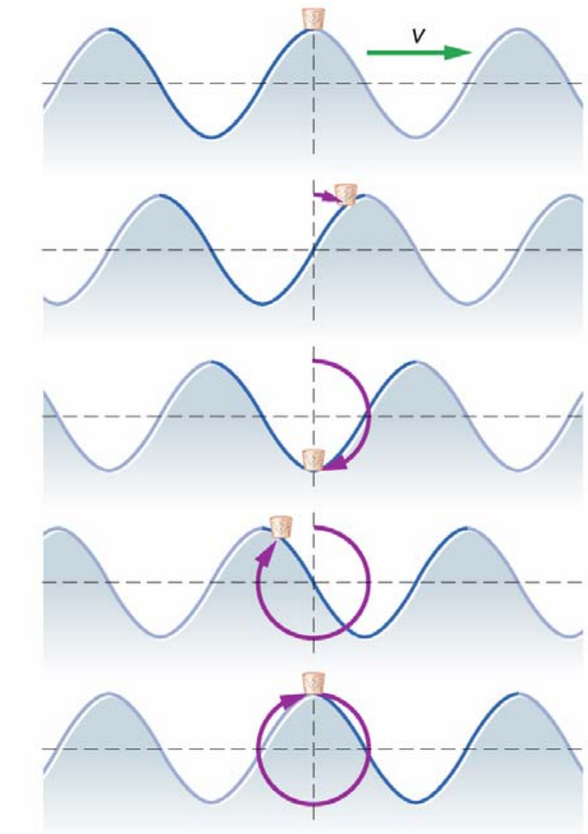
Il suono

- Le vibrazioni (di corde vocali, membrana di altoparlante, etc.) creano una serie di compressioni e rarefazioni dell'aria.
- Le regioni di alta e bassa densità si allontanano dalla sorgente della vibrazione con velocità del suono $\Rightarrow$ *onde di pressione*
- Le particelle di aria urtandosi propagano la vibrazione nel mezzo ma non si spostano in media, cioè oscillano intorno a posizioni di equilibrio.

Altri tipi di onde

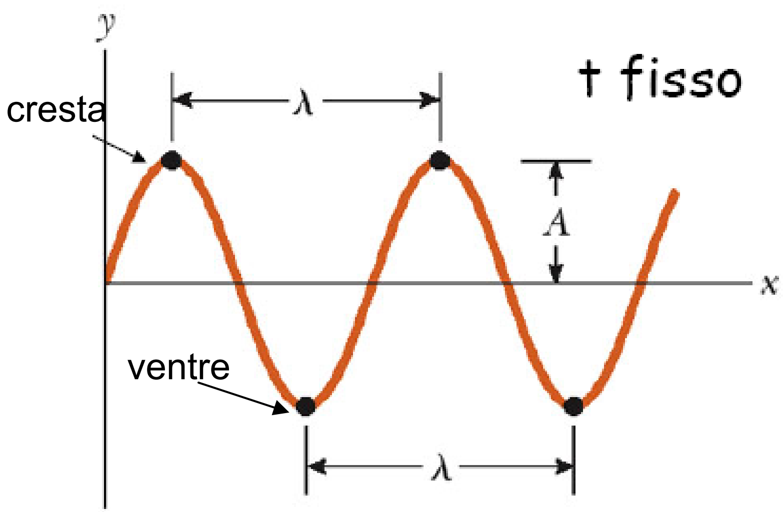


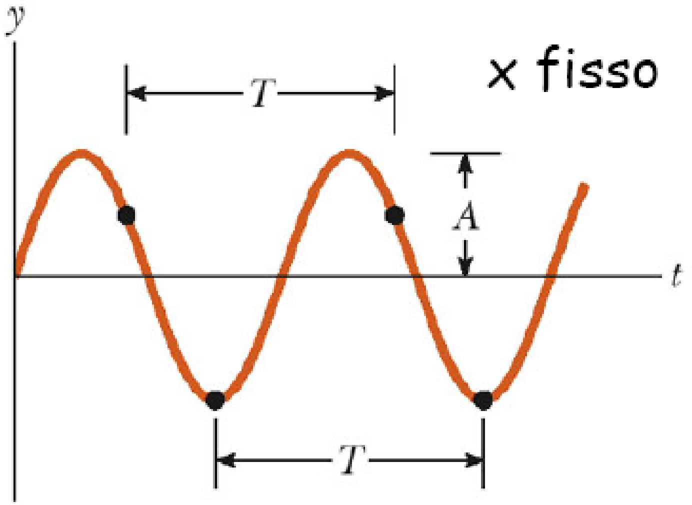
- Una perturbazione in acqua crea onde concentriche combinazioni di onde longitudinali e trasversali
- Onde sismiche: sia longitudinali che trasversali
- Onde in un solido



Il moto di un’onda nell’acqua.
Le molecole si muovono su traiettorie circolari, quindi sia longitudinalmente che trasversalmente all’onda

Funzione d'onda armonica





$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(x \pm vt\right) + \phi\right] = A\sin\left(kx - \omega t + \phi\right)$$

onda + progressiva - retrograda

T periodo (s)

ν frequenza ν = 1/T ($s^{-1} \equiv$ Hz)

λ lunghezza d'onda = distanza percorsa in T (m)

k numero d'onda k = $2\pi/\lambda$ (m^{-1})

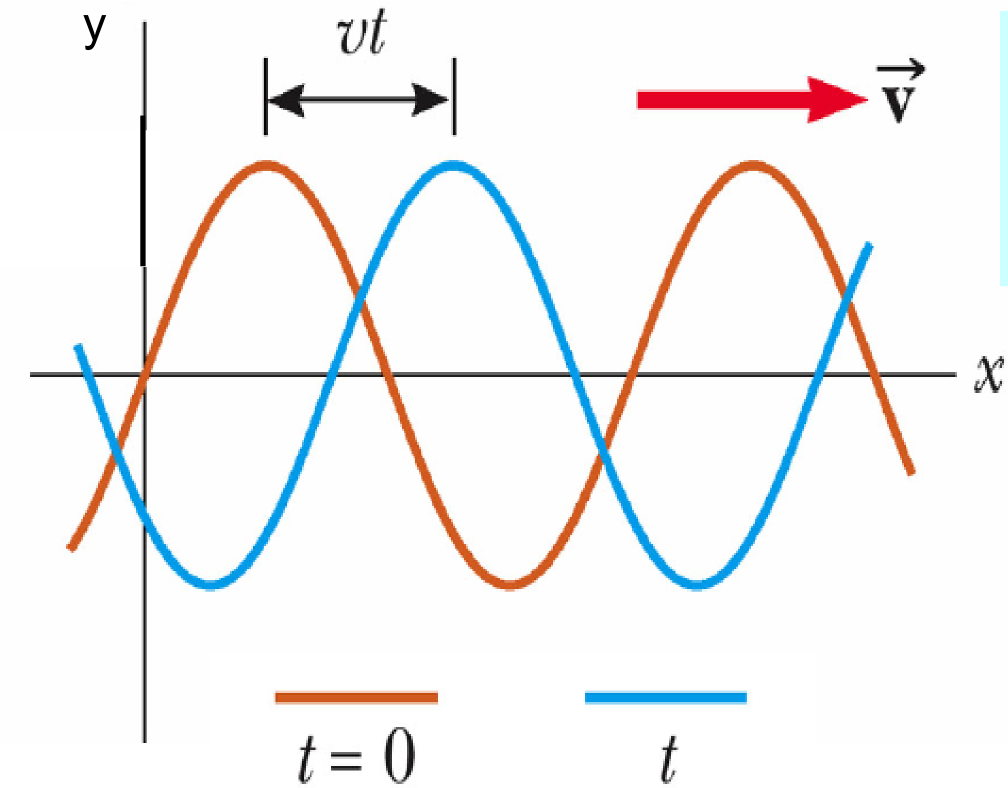
ω pulsazione ω= 2π/T = $2\pi\nu$ ($s^{-1} \equiv$ Hz)

A ampiezza (m)

v velocità dell'onda v = λ/T = $\lambda\nu$ (m/s)

ϕ costante di fase

Legge di propagazione delle onde



Ogni onda si propaga con una propria velocità costante che dipende solo dalle proprietà del mezzo

Moto rettilineo uniforme:
$x = v\,t \rightarrow \lambda = v\,T$

$\lambda = v\,T = v/\nu \rightarrow \lambda\nu = v$

Periodo T = minimo intervallo di tempo dopo il quale il fenomeno ritorna alla stessa configurazione = durata di una oscillazione

Lunghezza d'onda λ = minima distanza dopo la quale il fenomeno riprende la stessa configurazione=distanza percorsa in 1 periodo

- Le onde trasportano energia. Se si propagano in un mezzo l'energia è trasferita sotto forma di energia vibrazionale da una particella all'altra del mezzo.
- Per onda sinusoidale $\Rightarrow$ moto armonico semplice delle particelle $\Rightarrow E \propto A^2$

Intensità = <u>energia</u> trasportata nell'unità di <u>tempo</u> attraverso una superficie unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione

$$\boxed{I = \frac{E}{\Delta t \cdot S}}$$

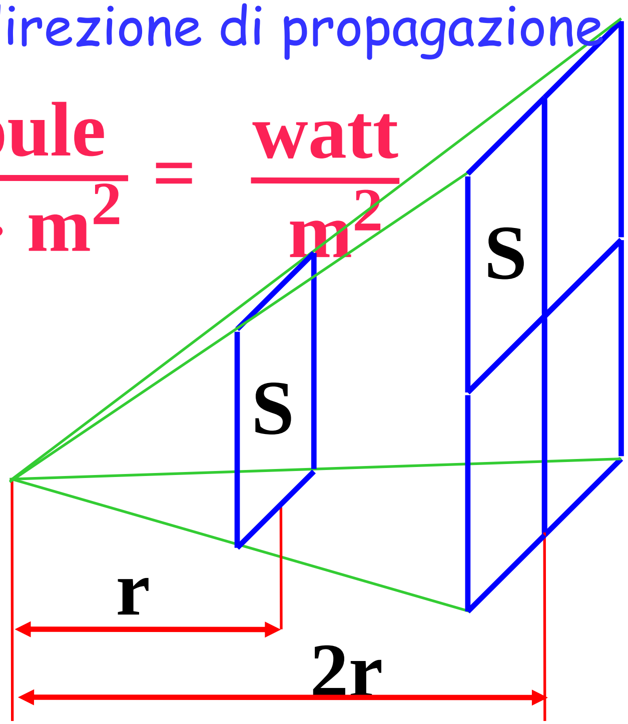
unità di misura: $\frac{\text{joule}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$

onda sferica: $S=4\pi r^2$

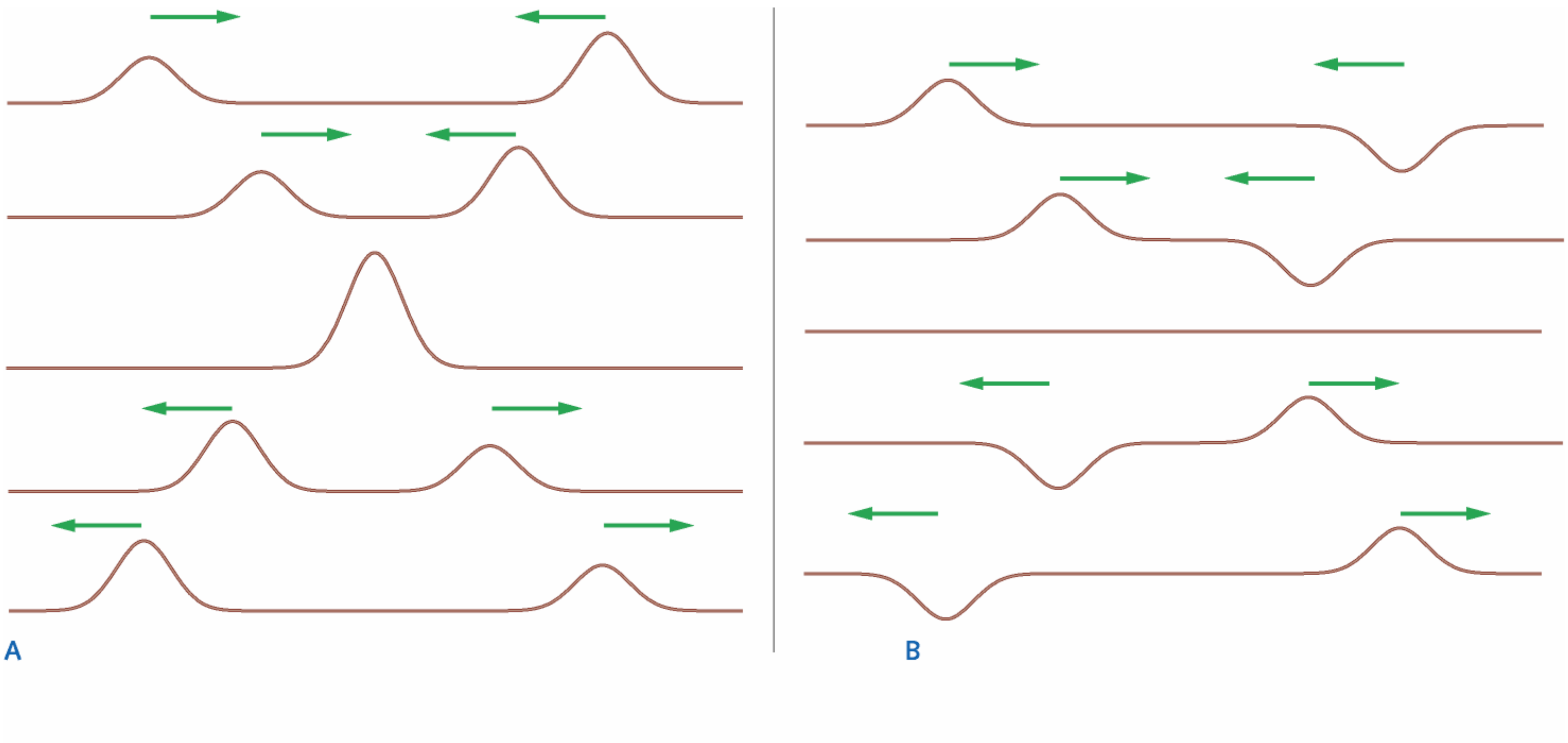
L'energia é costante (cons. energia)

$\Downarrow$

Se mezzo isotropo $\Rightarrow$ onde sferiche $\Rightarrow$ L'intensità diminuisce come $1/r^2$ (r=distanza dalla sorgente) $\Rightarrow I = P/(4\pi r^2)$



Sovrapposizione di onde



Principio di sovrapposizione

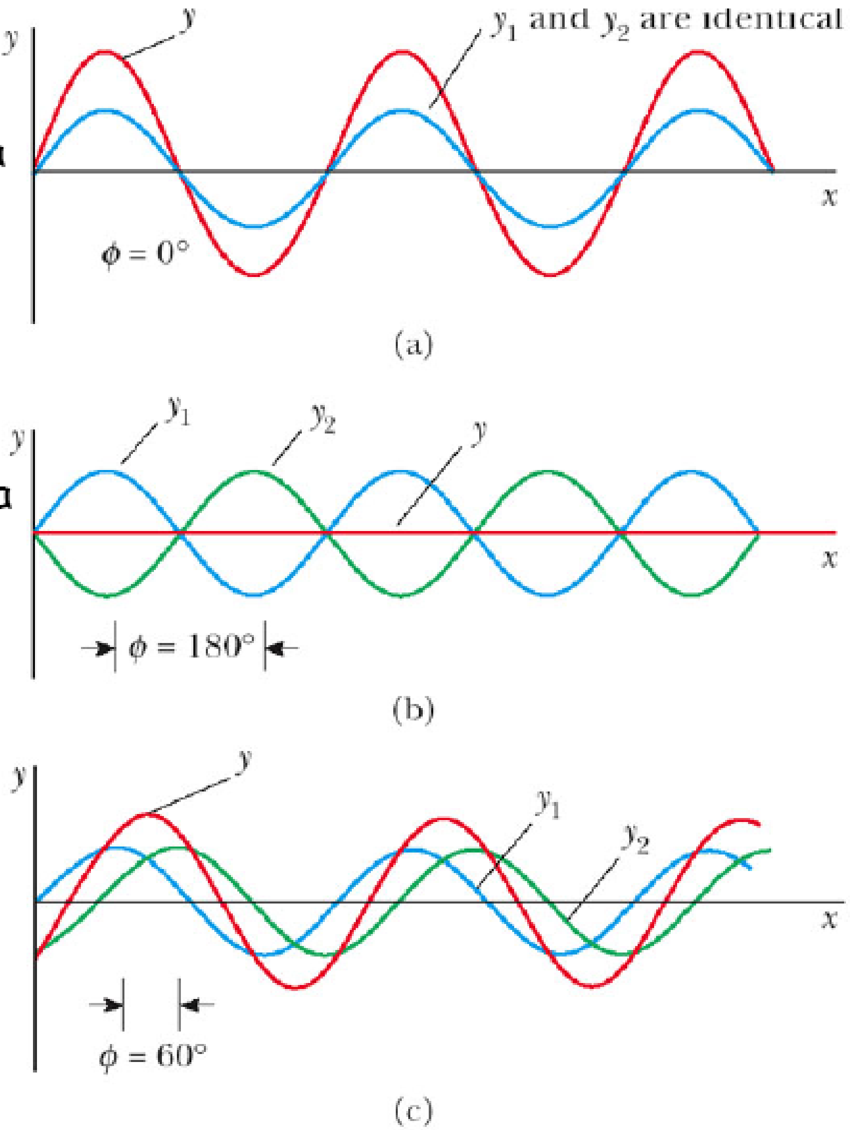
Se due o più onde che si propagano in un mezzo si combinano in un punto, lo spostamento risultante è la somma degli spostamenti delle singole onde.

Interferenza di onde

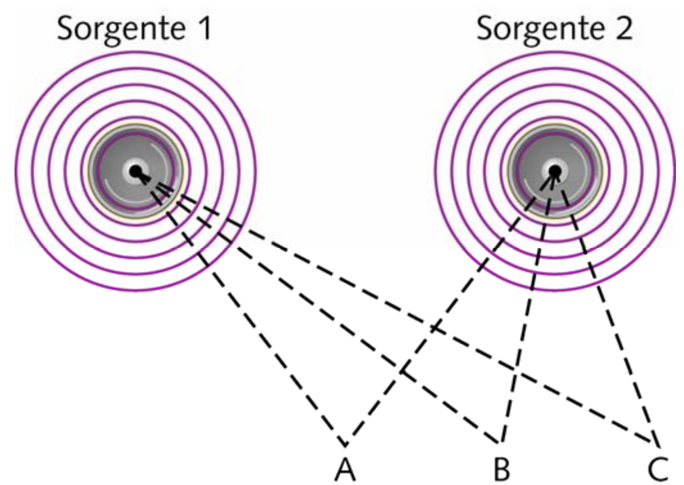
interferenza costruttiva

interferenza distruttiva

interferenza normale



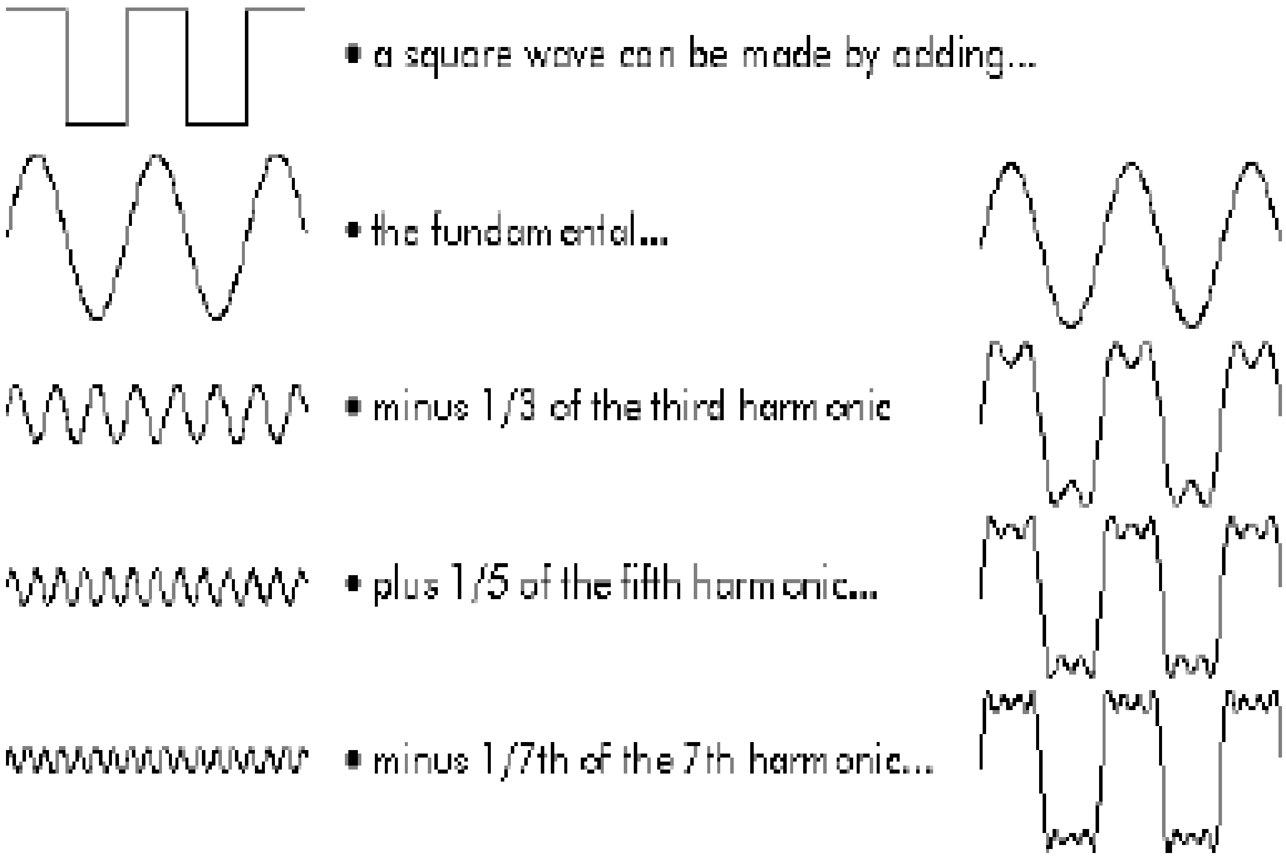
Le onde blu (y_1) e verde (y_2) hanno gli stessi parametri (A, ω, λ) ma differenza di fase.
L'onda rossa $y = y_1 + y_2$



Se la differenza di cammino percorso dalle due onde è :
$0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots \Rightarrow$ <u>costruttiva</u>
$\lambda/2, 3/2\,\lambda, 5/2\,\lambda, \ldots \Rightarrow$ <u>distruttiva</u>

Componenti di Fourier di un'onda

Qualsiasi forma d'onda complessa può essere univocamente espressa dalla sovrapposizione di onde sinusoidali di lunghezza d'onda e ampiezza definite: le sue componenti di Fourier.



Il suono

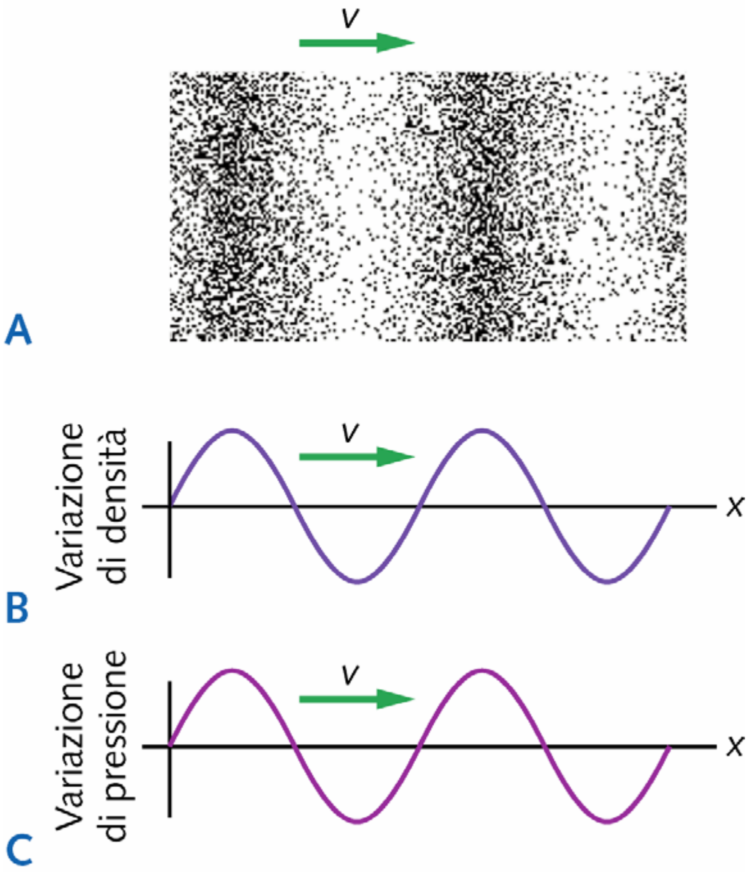
- L'onda sonora è un' onda longitudinale che si può propagare solo in un mezzo comprimibile (ad es. aria). Nel vuoto il suono non si propaga.

- Al passaggio di un'onda sonora in un mezzo le particelle del mezzo vibrano e producono variazioni di densità e di pressione lungo la direzione dell'onda.

- La velocità del suono dipende dal mezzo

Materiale	Velocità (m/s)
Aria (20 °C)	343
Aria (0 °C)	331
Acqua dolce (20°C)	1482
Acciaio	5960
Plastica	2680

V_{suono} in solidi > V_{suono} in liquidi > V_{suono} in gas



Classificazione delle onde sonore

sensibilità orecchio umano

$$20\ \text{Hz} < \nu < 2 \cdot 10^4\ \text{Hz}$$

infrasuoni **ultrasuoni**

Caratteristiche di un suono:

altezza → frequenza
timbro → composizione armonica
intensità → $E/(S \cdot t)$

- Onde infrasoniche sono prodotte dai terremoti, da meteoriti in atmosfera
- Molti animali sono sensibili agli ultrasuoni (cani fino a 5×10^4, pipistrelli 10^5 Hz $\Rightarrow$ ecolocazione)
- Applicazioni mediche degli ultrasuoni: litotripsia a onda d'urto, ecografia (1-10 MHz)
- Sonar: ultrasuoni, rivela onde riflesse (eco)

Livello sonoro

- L'orecchio umano può udire suoni di intensità comprese fra 1 pW/m² (soglia di udibilità) e 1 W/m² (soglia del dolore).

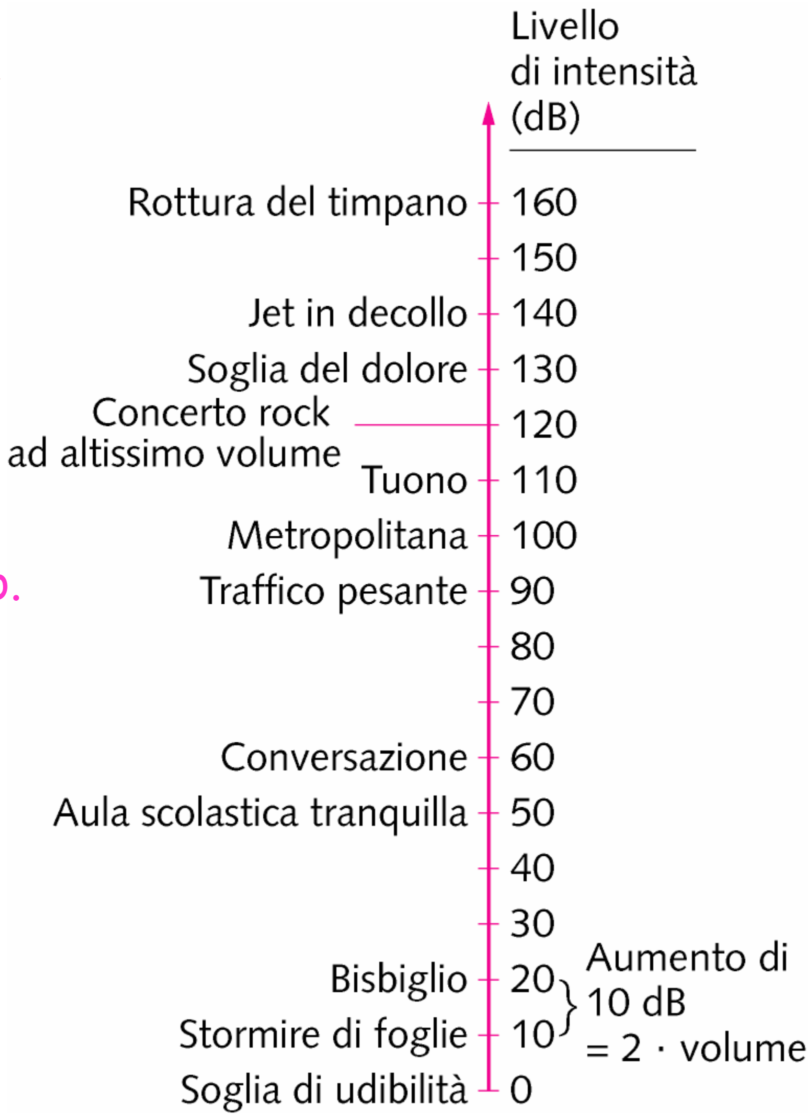
- I sensi dell'uomo (udito e vista) hanno un risposta logaritmica allo stimolo a cui sono sottoposti.

Un suono percepito dall'orecchio di intensità doppia rispetto ad un suono di riferimento, ha in realtà 10 volte l'intensità del riferimento.

- Per misurare il livello sonoro si utilizza una scala logaritmica. L'unità di misura è il bel o il suo sottomultiplo decibel (1/10 bel)

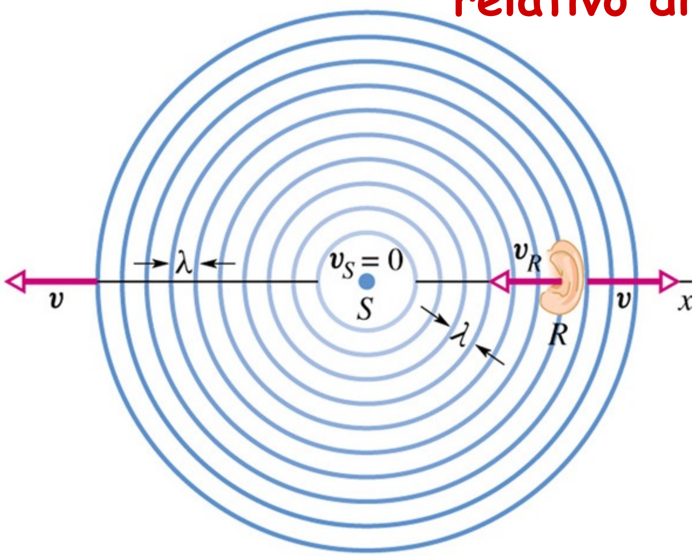
$$\boxed{\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}}$$

Soglia di udibilità
$I_0 = 10^{-12}$ W/m²



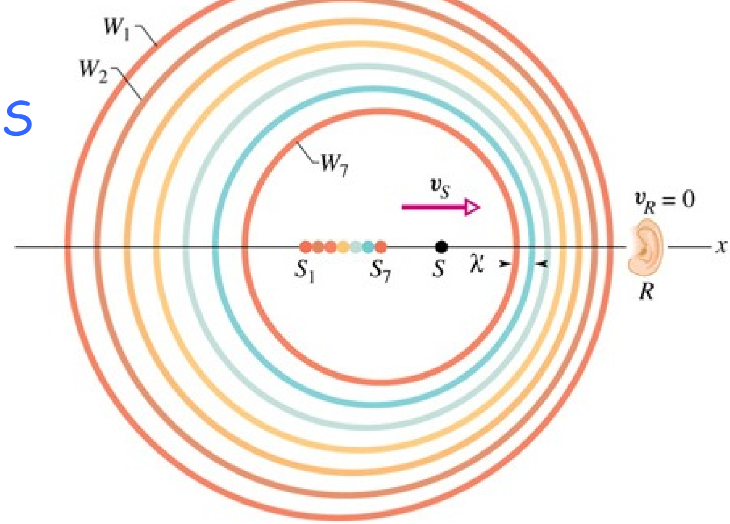
Effetto Doppler

Variazione di frequenza di un'onda legata al moto relativo di sorgente (S) e ricevitore (R)



Il suono emesso da S ha frequenza ν e velocità v rispetto all'aria (in quiete)

ν' è la frequenza misurata da R



S ferma. R in moto con velocità v_R.

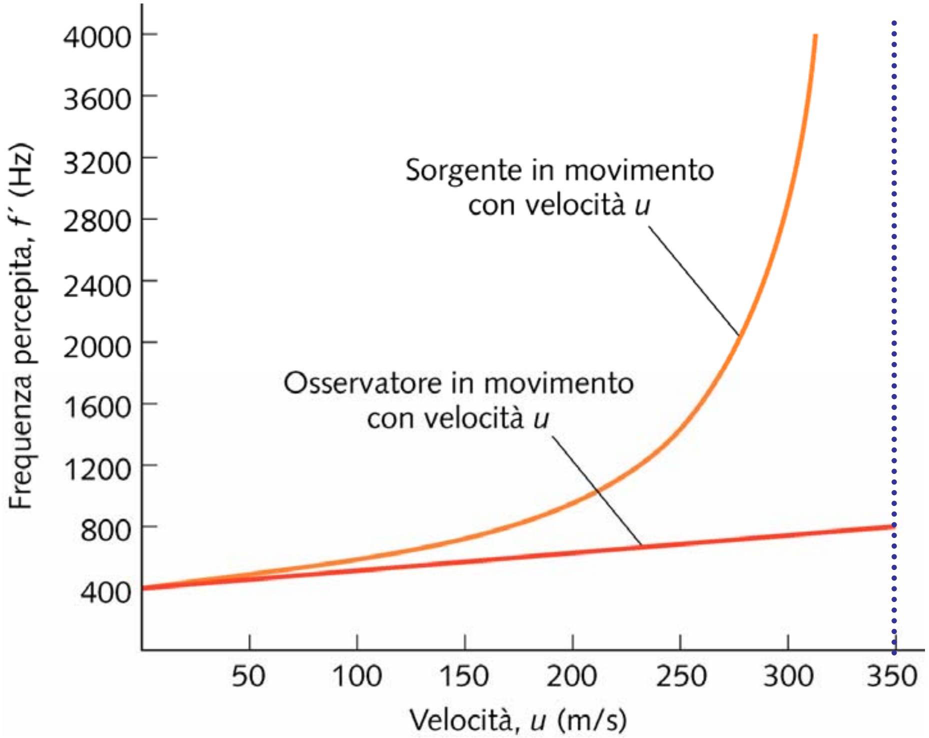
- se R si avvicina ad S $\Rightarrow$ ν' aumenta (+)
- se R si allontana da S $\Rightarrow$ ν' diminuisce (-)

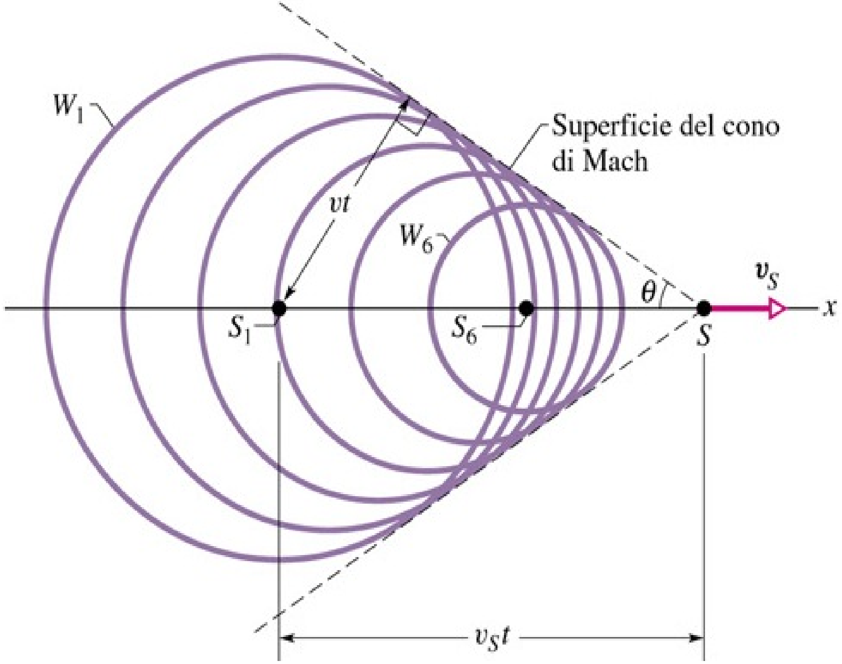
R fermo. S in moto con velocità v_S.

- se S si avvicina ad R $\Rightarrow$ ν' aumenta (-)
- se S si allontana da R $\Rightarrow$ ν' diminuisce (+)

$$\boxed{\nu' = \nu \frac{v \pm v_R}{v \mp v_S}}$$

Velocità supersoniche e onde d'urto





Spostamento Doppler della frequenza in funzione della velocità per un suono ν = 400 Hz

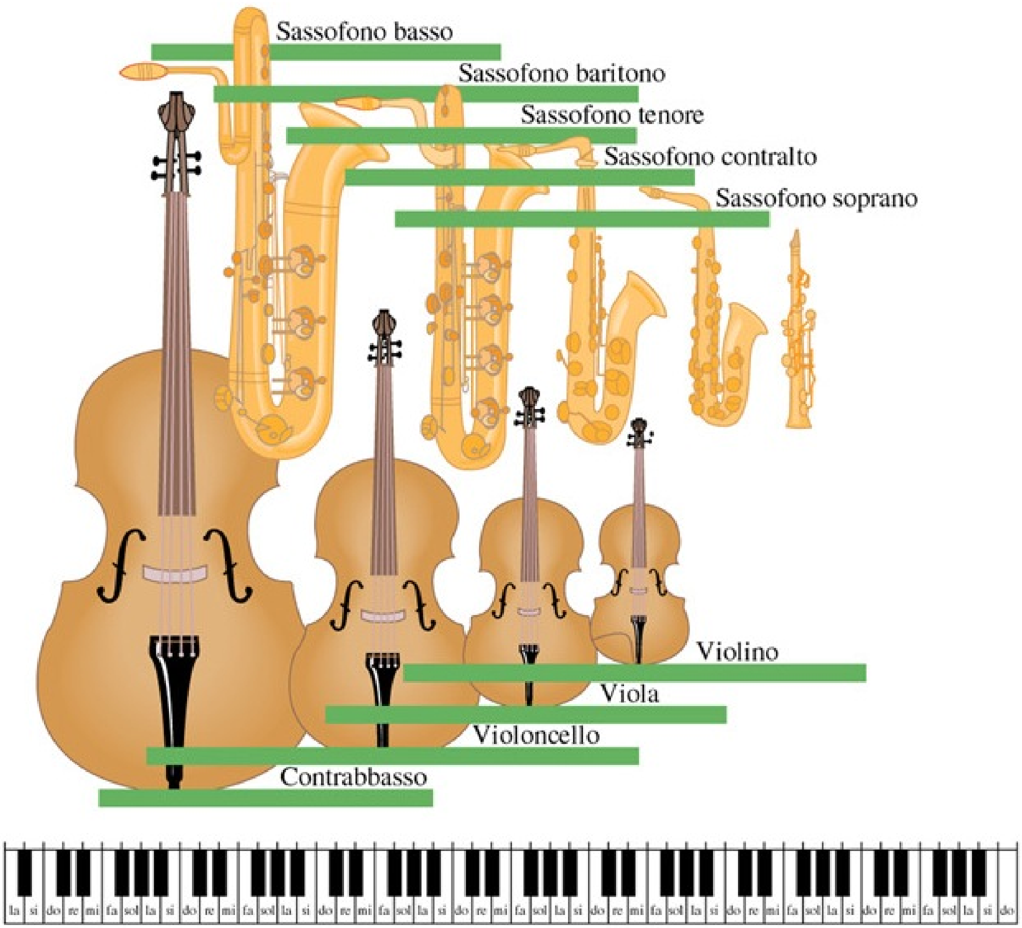
La formula dell'effetto Doppler vale finché $v_R < v$ e $v_S < v$

Se $v_S > v \Rightarrow$ **Bang supersonico**

$\sin(\theta) = v/v_S$ angolo del cono di Mach

v/v_S numero di Mach

Strumenti musicali



La frequenza aumenta

• Sorgente della vibrazione:
corde, cavità cilindriche, membrane.

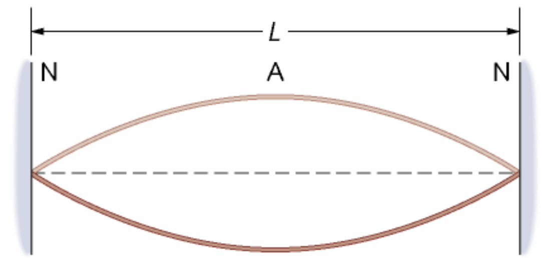
• Si producono onde stazionarie
Le sorgenti vibrano alle loro frequenze di risonanza naturali.

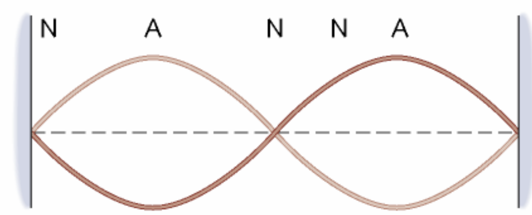
• La sorgente oscillando mette in vibrazione l'aria che produce un'onda sonora della stessa frequenza.

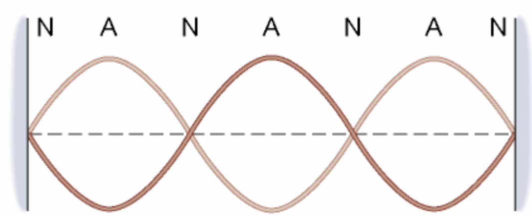
• Negli strumenti a corda la tavola o cassa armonica amplifica i suoni perché mette in contatto con l'aria una superficie più estesa

Onde stazionarie nelle corde

Una corda fissata ad entrambi i capi può sostenere solo onde in cui alle estremità ci sono 2 nodi.







Modo fondamentale

$$\lambda_1 = 2L \qquad \nu_1 = \frac{v}{2L}$$

2° armonica

$$\lambda_2 = L \qquad \nu_2 = \frac{v}{L}$$

3° armonica

$$\lambda_3 = \frac{2L}{3} \qquad \nu_3 = \frac{3v}{2L}$$

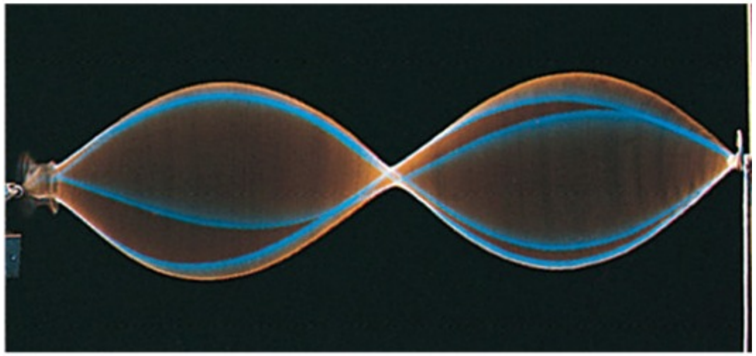
n-esima armonica

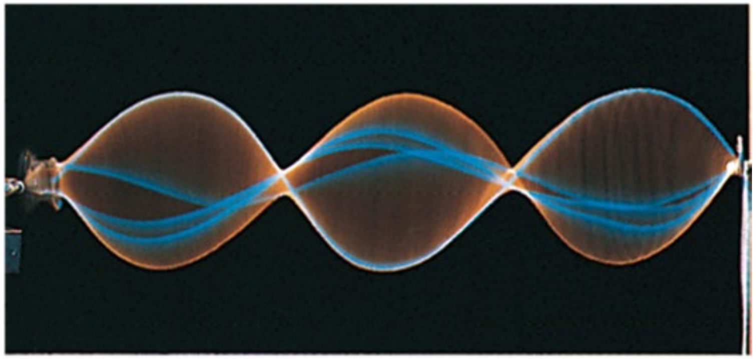
$$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad \nu_n = \frac{nv}{2L} = n\nu_1 \qquad n = 1, 2, 3, \ldots}$$

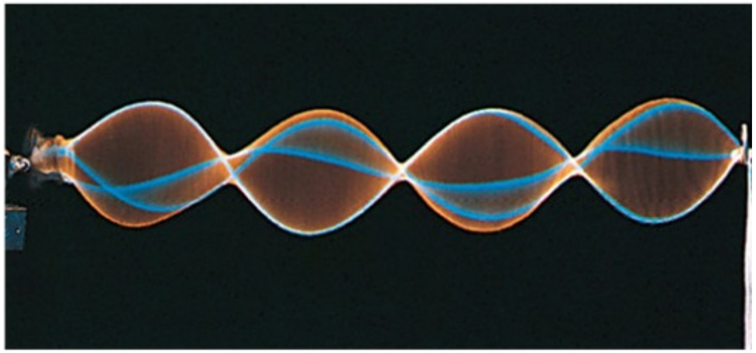
- Ogni frequenza risonante è multipla intera della fondamentale.
- Il tono (nota) è determinato dalla frequenza fondamentale.
- Il timbro è dato dalla combinazione delle armoniche superiori.
- Lo strumento si accorda variando la tensione F della corda $\Rightarrow$ varia **v** delle onde sulla corda .

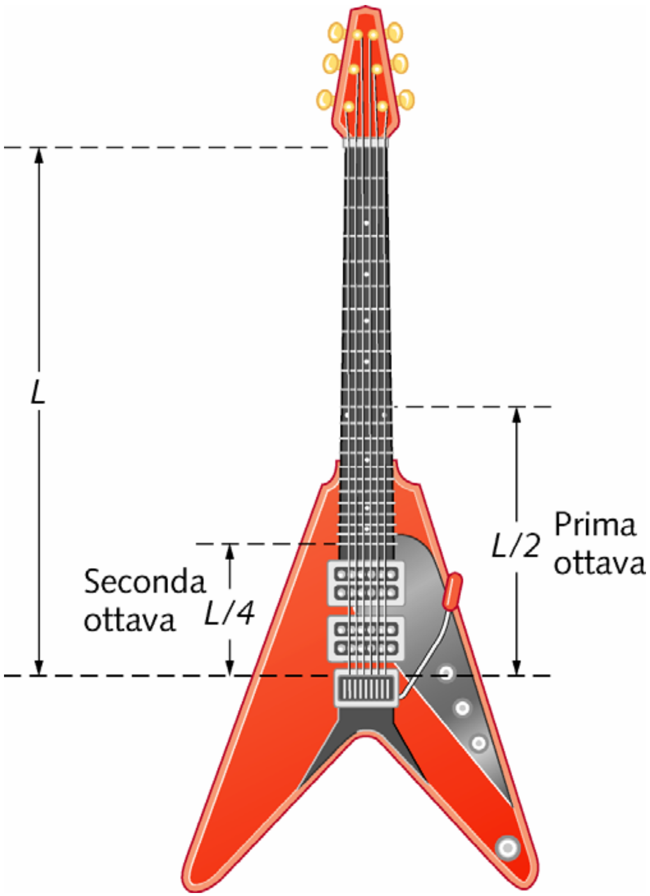
$$\boxed{v = \sqrt{\frac{FL}{m}}}$$

Onde stazionarie nelle corde (2)

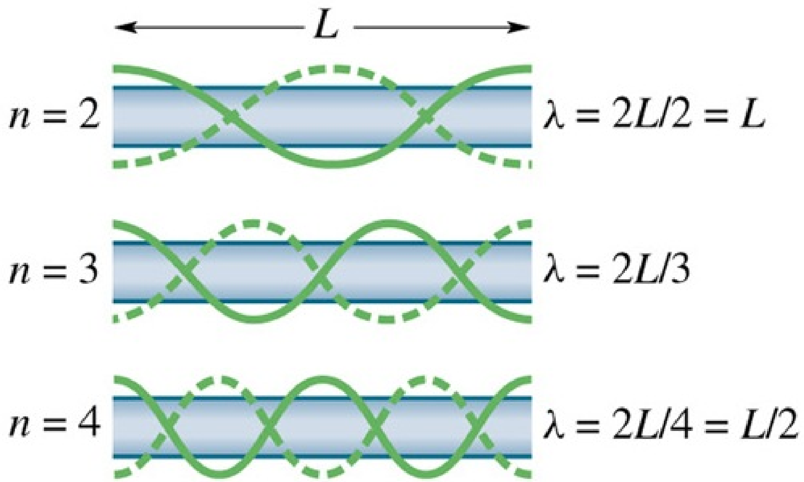








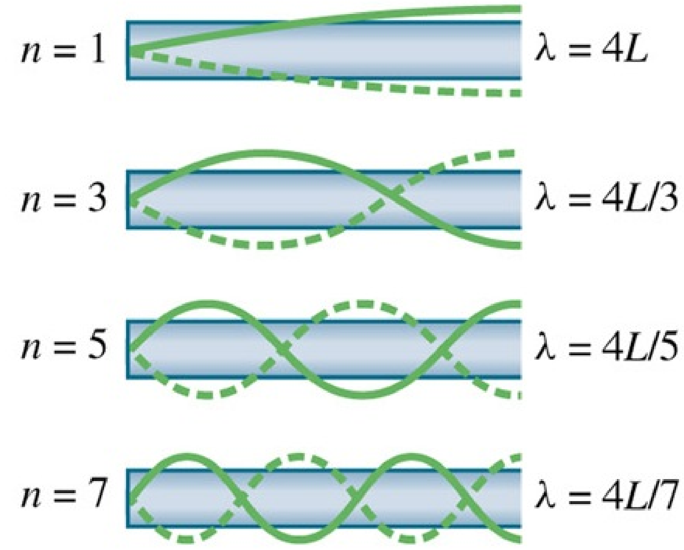
Onde stazionarie in cavità



Onde stazionarie di una colonna d'aria in cavità aperta ad entrambe le estremità ⇒ **esistono armoniche di ogni ordine.**

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad \nu_n = \frac{nv}{2L} = n\nu_1$$

$n = 1, 2, 3, 4...$



Onde stazionarie di una colonna d'aria in cavità aperta ad una sola un'estremità ⇒ **esistono armoniche solo di ordine dispari.**

$$\lambda_n = \frac{4L}{n} \qquad \nu_n = \frac{nv}{4L} = n\nu_1$$

$n = 1, 3, 5, 7...$

Esercizi svolti su oscillazioni e onde

Esercizio n.1

a) Il La di un diapason ha frequenza 440 Hz .
Qual è la sua lunghezza d'onda in aria (v_{suono}=340 m/s) e in acqua (v_{suono}=1450 m/s) ? E la sua pulsazione?

b) Calcolare le lunghezze d'onda in aria e acqua corrispondenti alle frequenze estreme dell'intervallo di sensibilità dell'orecchio umano.

Soluzione

a) $\lambda = v_{suono}/\nu$

λ_{aria} = 340/440 m = 0.77 m
λ_{acqua} = 1450/440 m = 3.29 m

$\omega = 2\pi\nu = 2763.2$ Hz

b)

ν= 20 Hz

λ_{aria} = 340/20 m = 17 m
λ_{acqua} = 1450/20 m = 72.5 m

$\nu = 2\times10^4$ Hz

λ_{aria} = 340/20000 m = 1.7 cm
λ_{acqua} = 1450/20000 m = 7.25 cm

Esercizio n.2

a) In una via centrale di una grande città, nelle ore di punta il livello del suono è 70 db. Qual è l'intensità del suono?

b) All'aereoporto, il livello sonoro di una aereo che decolla è 140 dB misurato a 30 m di distanza. Qual è l'intensità a 300 m (ignorando le riflessioni del terreno)? Qual è il livello sonoro se due aerei uguali decollano insieme?

Soluzione

a)
$$\beta = 70dB = 10\log_{10}\frac{I}{I_0}$$

$$\frac{I}{I_0} = 10^7 \Rightarrow I = (10^{-12}W/m^2)10^7 = 1.0\cdot 10^{-5}W/m^2$$

b)
$$\beta = 140dB = 10\log_{10}\frac{I}{I_0}$$

$$\frac{I}{I_0} = 10^{14} \Rightarrow I = (10^{-12}W/m^2)10^{14} = 1.0\cdot 10^{2}W/m^2$$

A 300 m (1/10 della distanza iniziale) I'=1/100 I che corrisponde a 20 dB di variazione. Quindi il livello sonoro a 300 m è 120 dB.

Nel caso di due aerei uguali $\beta_2 = 10\log_{10}(2I/I_0) = \beta + 10\log_{10}(2) = 140+\mathbf{3}$ dB

Esercizio n.3

Un bambino lascia cadere un sasso in un pozzo e sente il tonfo 1.5 s più tardi. Quanto è profondo il pozzo?

Soluzione

L'altezza del pozzo è $h = \frac{1}{2} g t^2$ dove t è il tempo di caduta del sasso.

Il ritardo del tonfo percepito dal bambino è $T = t + t_s$, dove t_s è il tempo necessario all'onda acustica generata dal sasso che colpisce il fondo del pozzo per percorrere l'altezza h e raggiungere le orecchie del bambino.

Poiché il suono si propaga di moto rettilineo uniforme con v_s = 340 m/s in aria

$\Rightarrow t_s = h/v_s$

$$T = t + t_s = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v_s} \Longrightarrow T - \frac{h}{v_s} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Longrightarrow T^2 + \frac{h^2}{v_s^2} - 2T\frac{h}{v_s} = \frac{2h}{g}$$

$$gh^2 - 2(Tv_s g + v_s^2)h + T^2 v_s^2 g = 0$$

$$h = \frac{Tv_s g + v_s^2 \pm \sqrt{2Tv_s^3 g + v_s^4}}{g} = 10.52\ \mathrm{m}$$

Soluzione –

La soluzione + è priva di senso fisico

Esercizio n.4

Un filo per stendere la biancheria pesa 12.5 g ed è tirato con una tensione di 20.1 N tra due estremità che distano 7.66 m. Trovare la frequenza fondamentale e la seconda armonica. Se il filo fosse più pesante le frequenze aumenterebbero, diminuirebbero o resterebbero inalterate?

Soluzione

La frequenza fondamentale è $\nu_1 = v/(2L)$ dove v è la velocità dell'onda sulla corda.

La velocità si ricava, note la tensione e la massa della corda, dalla formula

$$v = (FL/m)^{1/2} = (20.1 \times 7.66/0.0125)^{1/2} \text{ m/s} = 111 \text{ m/s}$$

$$\nu_1 = v/(2L) = 111/(2 \times 7.66) \text{ Hz} = 7.24 \text{ Hz}$$

La seconda armonica ha frequenza doppia cioè 14.44 Hz .

Con un filo più pesante v sarebbe più piccola (m è a denominatore) e quindi anche le frequenze diminuirebbero.

Esercizio n.5

Un treno manda un fischio mentre si avvicina ad un tunnel sotto una collina. La frequenza del fischio è 650 Hz e il treno viaggia a 21.2 m/s. Qual è la frequenza udita da un osservatore fermo vicino all'ingresso del tunnel ?
Il suono del fischio è riflesso dalla collina verso il treno. Quale frequenza percepisce il macchinista?

Soluzione

L'osservatore è fermo rispetto all'aria, il treno in moto (v_S = 21.2 m/s).
La formula dell'effetto Doppler va specificata con v_R=0 (osservatore in quiete) e il segno – al denominatore (perché la sorgente si avvicina all'osservatore con v_S)

$$\nu' = \nu \frac{v}{v - v_S} = 650 \frac{343}{343 - 21.2}\,\text{Hz} = 693\,\text{Hz}$$

Quando il suono è riflesso, la collina diventa la sorgente (ferma) e il suono ha frequenza pari a ν'. La formula dell'effetto Doppler va specificata con v_S=0 e osservatore in moto v_R=21.2 m/s. Il segno a numeratore è + perché il treno si avvicina alla sorgente

$$\nu'' = \nu' \frac{v + v_R}{v} = 693 \frac{343 + 21.2}{343}\,\text{Hz} = 736\,\text{Hz}$$

Esercizio n.6

Un organo è fatto di canne che possono essere aperte sia ad una che ad entrambe le estremità. Se una canna emette un armonica di frequenza 410 Hz e l'armonica successiva è 492 Hz, dire qual è la frequenza fondamentale e di quali armoniche si tratta. Calcolare la lunghezza della canna. Si tratta di una canna aperta ad uno o entrambi i capi?

Soluzione

Se la canna è aperta ad entrambi capi vale $\nu_n = n\, \nu_1$ n=1,2,3,…

Poiché si tratta di due armoniche successive $\nu_n = 410 = n\, \nu_1$

$\nu_n+1 = 492 = (n+1)\, \nu_1$

Sottraendo la 1° equazione dalla 2° 492-410 Hz = 82 Hz = ν_1

Pertanto n = 410/82 = 5 si tratta della quinta e sesta armonica

$\nu_1 = v/2L$ $L = v/(2\nu_1) = 343/(2 \times 82)$ m = 2.09 m

Se la canna fosse aperta ad un solo capo si avrebbero solo le frequenze dispari: $\nu_n = 410 = n\, \nu_1$ e $\nu_{n+2} = 492 = (n+2)\, \nu_1$ n=dispari

da cui si ricava $2\nu_1 = 82 \Rightarrow \nu_1 = 42$ Hz Ma allora n = 410/42 = 9.76 che non è un intero. Quindi la canna non può essere aperta ad un solo estremo!

Esercizio n.7

Due treni viaggiano nella stesso verso su due binari paralleli. Uno dei due ha velocità 32 m/s e suona una sirena che emette un fischio a 125 Hz. Se la frequenza percepita dal secondo treno è 115 Hz, qual è la sua velocità?
Se con le stesse velocità i due treni si muovessero con velocità di verso opposto, che frequenza si udirebbe sul secondo treno?

Soluzione

Il treno che emette il fischio (S) si avvicina all'osservatore (R), mentre R si sta allontanando. Quindi la formula dello spostamento Doppler va scritta come:

$$\nu' = \nu \frac{v - v_R}{v - v_S} \quad \Rightarrow \quad v_R = v - \frac{\nu'}{\nu}(v - v_S) = 343\ \text{m/s} - \frac{115}{125}(343 - 32)\ \text{m/s} = 57\ \text{m/s}$$

Se invece i due treni si muovono con velocità di verso opposto, si devono distinguere 2 casi. Quando si avvicinano (cioè prima di incrociarsi) la ν' aumenta:

$$\nu' = \nu \frac{v + v_R}{v - v_S} = 125 \frac{343 + 57}{343 - 32}\ \text{Hz} = 160\ \text{Hz}$$

Dopo essersi incrociati, si allontanano e la frequenza ν' diminuisce:

$$\nu' = \nu \frac{v - v_R}{v + v_S} = 125 \frac{343 - 57}{343 + 32}\ \text{Hz} = 95\ \text{Hz}$$

Esercizio n.8

Scrivere l'espressione per un'onda armonica che ha una lunghezza d'onda di 2.8 m e che si propaga verso sinistra con velocità 13.3 m/s. L'ampiezza dell'onda è 0.12 m.

Soluzione

Riscriviamo la formula generale per un'onda armonica:

$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(x \pm vt\right) + \phi\right] = A\sin\left(kx - \omega t + \phi\right)$$

Inserendo i dati del problema: onda progressiva con A=0.12 m, λ=2.8 m, v=13.3 m/s

$$y(x,t) = 0.13\sin\left[\frac{2\pi}{2.8}\left(x + 13.3\,t\right)\right]$$

Il periodo è T= λ/v = 2.8/13.3 s = 0.21 s

Esercizio n.9

Una pallina massa di 200 g è appesa ad un capo di un filo inestensibile di lunghezza 1.5 m vincolato all'altra estremità. Si sposta la pallina dalla posizione verticale di equilibrio di un angolo 8° e la si lascia libera di oscillare. Scrivere l'equazione del moto. Qual è la velocità della pallina quando passa per la verticale? Se si attaccasse la stessa pallina ad una molla e la si facesse oscillare orizzontalmente, quanto dovrebbe valere la costante di rigidità della molla per avere lo stesso periodo di oscillazione del pendolo?

Soluzione

Con riferimento alla figura di pag. 4, la legge oraria del pendolo è:

$x(t) = L\theta_{max}\sin(\omega t + \phi)$ dove $\theta_{max} = 8° = 8/360\times 2\pi = 0.14$ rad

La pulsazione è data da $\omega = (g/L)^{1/2} = 2.56\ s^{-1} \Rightarrow T = 2\pi/\omega = 2.46$ s

$x(t) = 0.21 \sin(2.56\, t + \phi)$ Poiché a t=0 $x(0) = L\,\theta_{max} \Rightarrow \phi = \pi/2$

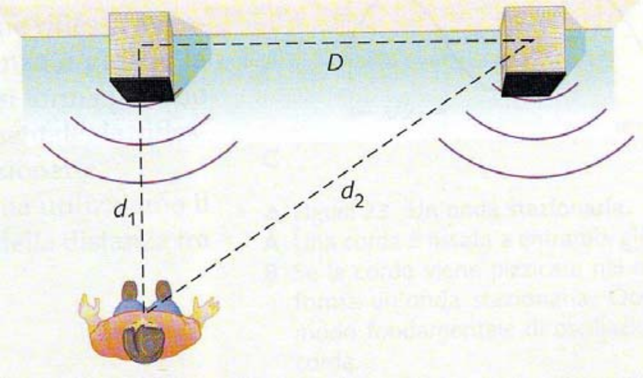
La velocità sulla verticale si trova da conservazione dell'energia

$\frac{1}{2} mv^2 = mgL(1-\cos\theta_{max}) \Rightarrow v = [2gL(1-\cos\theta_{max})]^{1/2} = 0.535$ m/s

Per la molla $\omega_{molla} = (k/m)^{1/2}$. Se $\omega_{molla} = \omega_{pendolo} \Rightarrow k = mg/L = 1.3$ N/m

Esercizio n.10

Una coppia di altoparlanti in fase sono messi uno vicino all'altro a distanza 4.3 m ed emettono un suono a 221 Hz. Un ascoltatore si trova a distanza di 2.8 m di fronte ad uno dei due altoparlanti. Egli sentirà un'interferenza costruttiva o distruttiva?



Soluzione

Il tipo di interferenza dipende dal fatto che la differenza di cammino delle onde d_1-d_2 sia multipla intera (*costruttiva*) oppure semidispari (*distruttiva*) di λ.

Calcoliamo innanzitutto $\lambda = v/\nu = 343 / 221$ m$= 1.55$ m

$d_2 = (D^2+d_1^2)^{1/2} = (4.3^2 + 2.8^2)^{1/2}$ m $= 5.13$ m

La differenza di cammino delle onde emesse dai due altoparlanti è:

$d_2 - d_1 = (5.13 - 2.8)$m $= 2.33$ m

$d_2 - d_1 = n\lambda \Rightarrow n = (d_2-d_1)/\lambda = 1.5 \Rightarrow$ interferenza distruttiva

In un caso ideale la persona non udirebbe alcun suono in quella posizione. Nella realtà ci sono le riflessioni del suono da parte degli oggetti circostanti e questo è il motivo per cui possiamo udire il suono in ogni punto della stanza.