

Dinamica

Concetto di forza

Principi della Dinamica:

1) Principio d'inerzia

2) $F=ma$

3) Principio di azione e reazione

Forza gravitazionale e forza peso

Massa, peso, densità

Forze di attrito

Forze elastiche

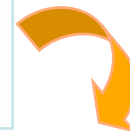
Vincoli

Forza centripeta

Scomposizione delle forze - esempi

Il movimento: dal come al perché

Per mettere in moto un corpo fermo
Per fermare un corpo in moto



Per variare un moto
bisogna intervenire dall'esterno

Variazione di moto \longleftrightarrow Causa esterna

Solo l'intervento di una **causa esterna** può
far iniziare un moto far cessare un moto
far variare un moto (**variando la velocità**)

Una causa esterna non può essere altro che
una interazione con un "altro corpo"
es. interaz. a contatto \rightarrow sforzo muscolare, attrito, ecc.
interaz. a distanza \rightarrow gravità, attraz. magnetica, ecc.

Cos'è una forza?

Forza = qualunque **causa** esterna che produce una **variazione** dello stato di **moto** o di **quiete** di un corpo

Alcuni fatti sperimentali dall'esperienza quotidiana:

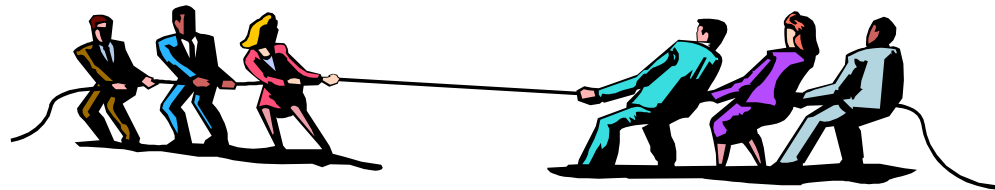
Es.

Con una forza muscolare si riesce a spostare un corpo "leggero" ma non un corpo troppo "pesante".

Per rallentare un corpo in moto bisogna trattenerlo a forza o farlo muovere su una superficie ruvida.

Una superficie riesce a sostenere un corpo "pesante" se è molto solida e se il peso è ben distribuito su di essa.

Se un corpo viene tirato o spinto da parti opposte può deformarsi, rompersi o muoversi in una delle due direzioni a seconda del materiale di cui è composto e della forza trainante.



3 principi Dinamica

1) Principio d'inerzia

In assenza di forze esterne,
un corpo mantiene il suo stato
di quiete o di moto rettilineo uniforme,
in un sistema di riferimento inerziale

Un corpo "naturalmente" è fermo
o si sta muovendo di moto rettilineo uniforme ($v = \text{costante}$)
Questo non è intuitivo!

Esperienza: un corpo in moto dopo un po' si ferma.
Ma sulla Terra nessun corpo è isolato: c'è sempre attrito.
Riducendo l'attrito si prolunga il moto.
Se non ci fosse attrito il moto continuerebbe all'infinito.



No forza \rightarrow No variazione stato di moto
 \rightarrow No variazione di velocità \rightarrow No accelerazione
 \rightarrow Quietè o moto rettilineo uniforme

2) $F=ma$

Forza e accelerazione
sono grandezze vettoriali
direttamente proporzionali.
Il loro rapporto è la massa,
costante dipendente dal corpo in esame.

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

equazione fondamentale della Dinamica

→ $F/a = \text{costante}$ → **MASSA**
dipendente dal tipo (natura, forma, dimensioni) di corpo
PROPRIETA' INTRINSECA DEL CORPO
GRANDEZZA SCALARE FONDAMENTALE → **kg** (SI), **g** (cgs)

3) Principio di azione e reazione

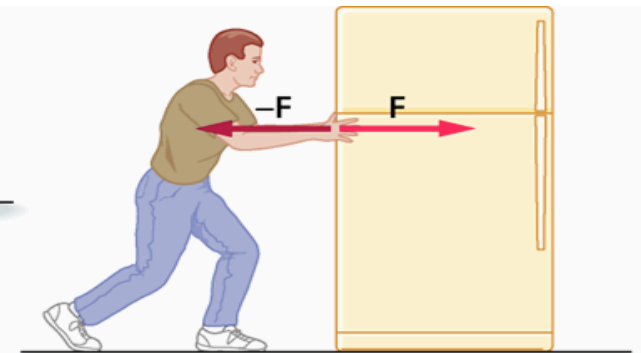
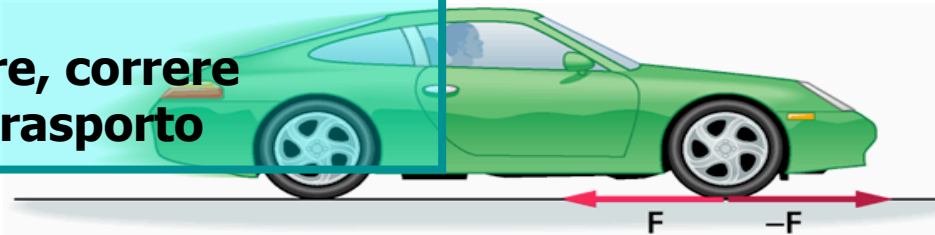
Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, a sua volta B esercita su A una forza uguale e contraria.

$$\vec{F}_{AB} = - \vec{F}_{BA}$$

Esempi quotidiani:

- sostegno pavimento/sedia
- rinculo
- camminare, correre
- mezzi di trasporto

Es



Unità di misura: Newton e dina

forza = massa · accelerazione

$$F = ma$$

N

SI: **Newton** → $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$

100000

1000

100

cgs: **dina** → $1 \text{ dina} = 1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm/s}^2$

1 N = forza che, applicata a un corpo di massa 1 kg, produce un'accelerazione di 1 m/s²

1 dina = forza che, applicata a un corpo di massa 1 g, produce un'accelerazione di 1 cm/s²

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 10^3 \text{ g} \cdot 10^2 \text{ cm/s}^2 = 10^5 \text{ dine}$$

$$1 \text{ dina} = 1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm/s}^2 = 10^{-3} \text{ kg} \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2 = 10^{-5} \text{ N}$$

Es.

Le forze

La seconda legge è la base di tutta la dinamica :

- osservando la natura, si descrivono le forze con leggi matematiche;
- quindi, applicando la seconda legge, si calcola il moto dei corpi [**in sistemi inerziali !!!**] ;

Le forze sono additive : se su un corpo si esercitano N forze ($\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2 \dots \mathbf{F}_N$), la legge dice :

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{tot}}$$

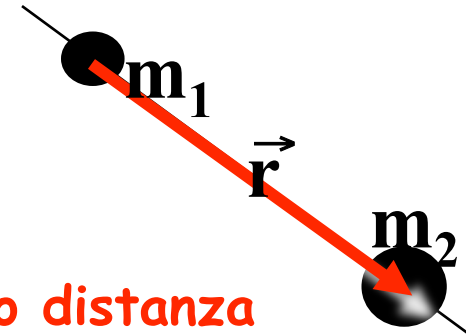
Un oggetto è in **equilibrio di traslazione** quanto la forza totale agente su di esso è nulla:

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{tot}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = 0$$

Forza gravitazionale

Tra due corpi di massa m_1 e m_2 , posti a distanza r , si esercita **sempre** \longrightarrow **non solo sulla Terra!** una forza di attrazione

- diretta lungo la congiungente tra i due corpi
- proporzionale alle due masse
- inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza



LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

$$\vec{F} = - G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

attrazione

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

costante
di gravitazione universale

... troppo piccola per essere osservata tra corpi "normali" ...

Accelerazione di gravita'

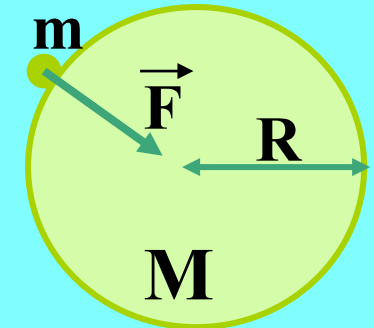
Quanto vale la forza gravitazionale tra la Terra e un corpo di massa $m = 1 \text{ kg}$ posto alla superficie della Terra?

Es.

Dati Terra: $M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R = 6.38 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$F = G \frac{mM}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2) \times (1 \text{ kg}) \times (5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6.38 \times 10^6 \text{ m})^2} = 9.799 \text{ N}$$

Risultato: 9.8 N



$$F = G \frac{M m}{r^2}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

nelle vicinanze della superficie della Terra

$$\vec{F} = m\vec{g} \quad \text{forza peso}$$

g è un'accelerazione!

Forza peso

L'atmosfera terrestre → regione di spazio vicina alla superficie della Terra è sede di un **campo di forza gravitazionale**: ogni corpo di massa m che si trova in quella regione risente di una **forza peso** diretta verticalmente verso il basso.

$$\vec{F} = m\vec{g} = \vec{p}$$

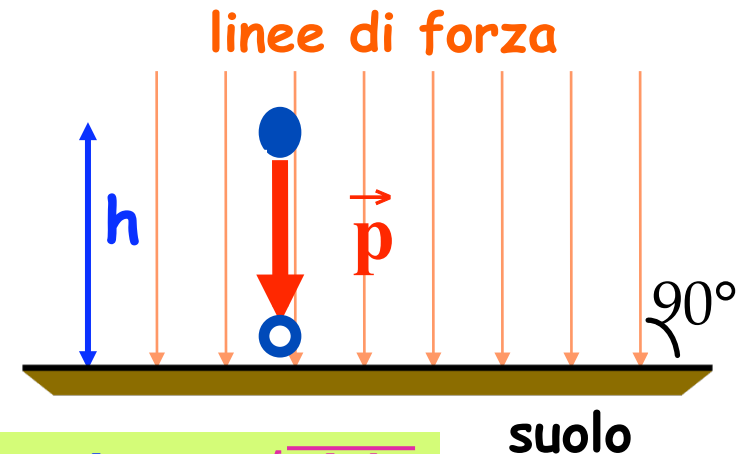
modulo $|\vec{p}| = m g$
direzione **verticale**
verso **basso**

forza peso

MOTO DI CADUTA $v_0=0$
sempre uniformemente accelerato
con accelerazione $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

$$v = g t$$
$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Tempo di arrivo al suolo: $t = \sqrt{2h/g}$
Velocità di arrivo al suolo: $v = \sqrt{2gh}$



Massa, peso, densità

MASSA

m

kg

grandezza fondamentale
proprietà intrinseca dei corpi

PESO

$$\vec{p} = m\vec{g}$$

N

forza con cui
ogni corpo dotato di massa
viene attratto dalla Terra

Unità di misura pratica: $\text{kg}_{\text{peso}} = \text{kg}_{\text{massa}} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 9.8$

DENSITA'

relazione tra massa e dimensioni dei corpi
utile soprattutto per liquidi e gas

$$\text{densità} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$$

$$d = m/V$$

$$\text{kg/m}^3$$

Def. simile: **concentrazione** \rightarrow v. Chimica

Misure di densità

$$d = m/V \longrightarrow \text{kg/m}^3 \quad \text{g/cm}^3 \quad \text{kg/l} \quad \text{g/l}$$

Densità dell'acqua:

Es.

$$\begin{aligned} 1 \text{ g/cm}^3 &= (10^{-3} \text{ kg}) / (10^{-6} \text{ m}^3) = 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ &= (10^{-3} \text{ kg}) / (10^{-3} \text{ dm}^3) = (10^{-3} \text{ kg}) / (10^{-3} \text{ l}) = 1 \text{ kg/l} \\ &= (1 \text{ g}) / (10^{-3} \text{ dm}^3) = (1 \text{ g}) / (10^{-3} \text{ l}) = 10^3 \text{ g/l} \end{aligned}$$

... e altri multipli e sottomultipli...

Equivalenze con densità (di uso comune in Medicina):

Es.

$$\begin{aligned} 1 \text{ mg/dl} &= (10^{-3} \text{ g}) / (10^{-1} \text{ dm}^3) = (10^{-3} \text{ g}) / (10^2 \text{ cm}^3) = 10^{-5} \text{ g/cm}^3 \\ 1 \text{ } \mu\text{g/mm}^3 &= (10^{-6} \text{ g}) / (10^{-3} \text{ cm}^3) = 10^{-3} \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

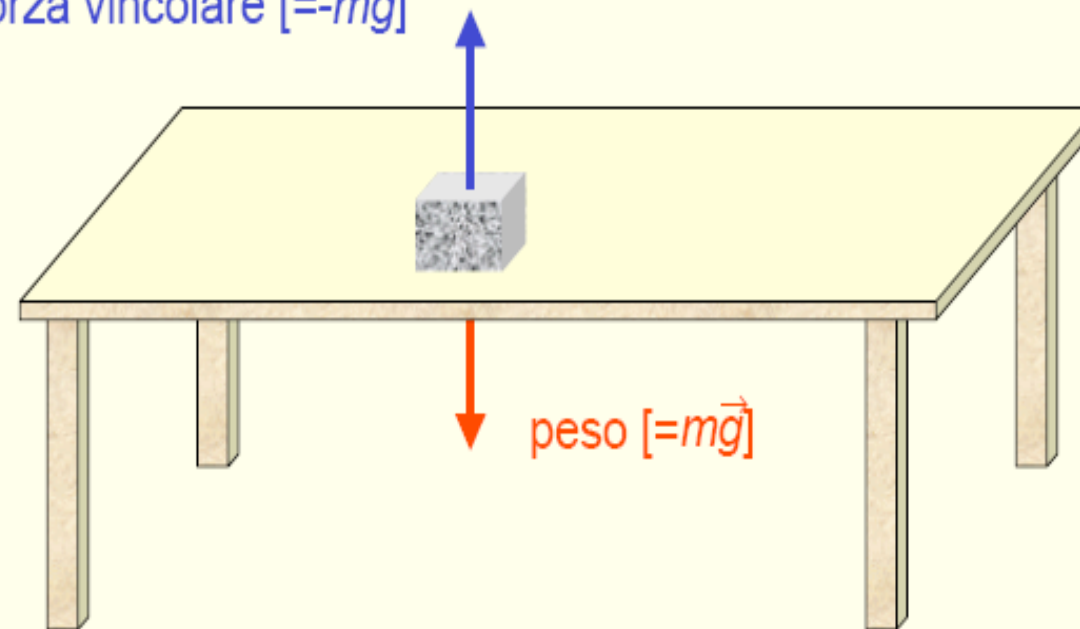
ecc... (fantasia!)

I vincoli

- esempi : tavoli, rotaie, fili inestensibili, ...
- il “trucco” consiste nel sostituire nel calcolo il vincolo con una forza ortogonale al vincolo, che produca lo stesso effetto sul moto.

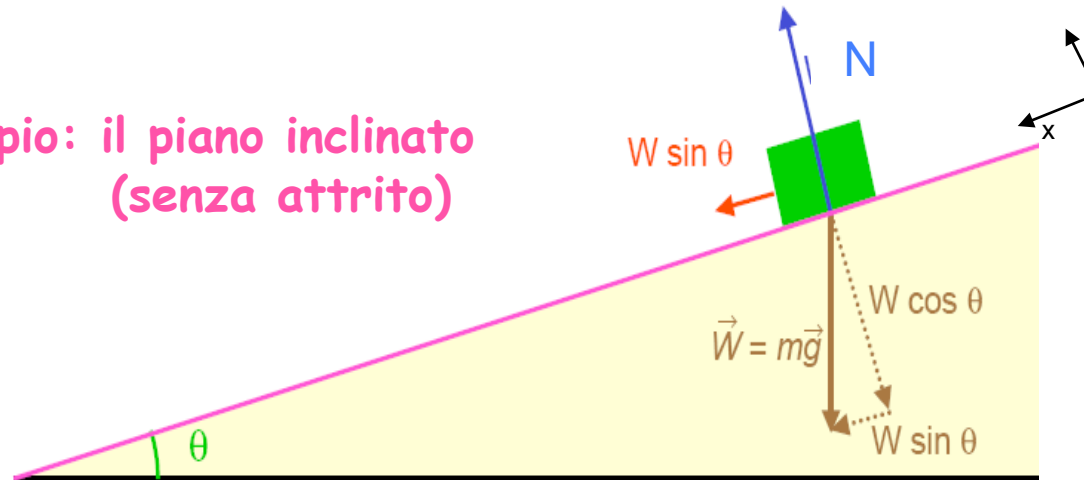
Ex. :

forza vincolare $[=-m\vec{g}]$



Scomposizione delle forze

Esempio: il piano inclinato
(senza attrito)



- La forza peso è diretta verso il basso $\vec{W} = m\vec{g}$
- La reazione vincolare è perpendicolare al piano \vec{N}
- Scomposizione: componente parallela al piano $W_{\text{par}} = m g \sin \theta$
componente perpendicolare al piano $W_{\text{nor}} = m g \cos \theta$

• 2° legge di Newton

$$\begin{aligned} m a_{\text{par}} &= m g \sin \theta & \Rightarrow & a_{\text{par}} = g \sin \theta \\ m a_{\text{nor}} &= m g \cos \theta - N & \Rightarrow & a_{\text{nor}} = 0 \quad N = m g \cos \theta \end{aligned}$$

Forze di attrito

Due tipi di attrito :

➤ attrito statico (impedisce l'inizio del moto) :

- opposto alle forze che agiscono sul corpo;
- valore massimo : $F_{stat}(max) = \mu_s N = \mu_s m g$
(in modulo, la direzione è differente !!!).

➤ attrito dinamico (agisce durante il moto) :

- $F = \mu_d N = \mu_d m g$
- direzione e verso = - v

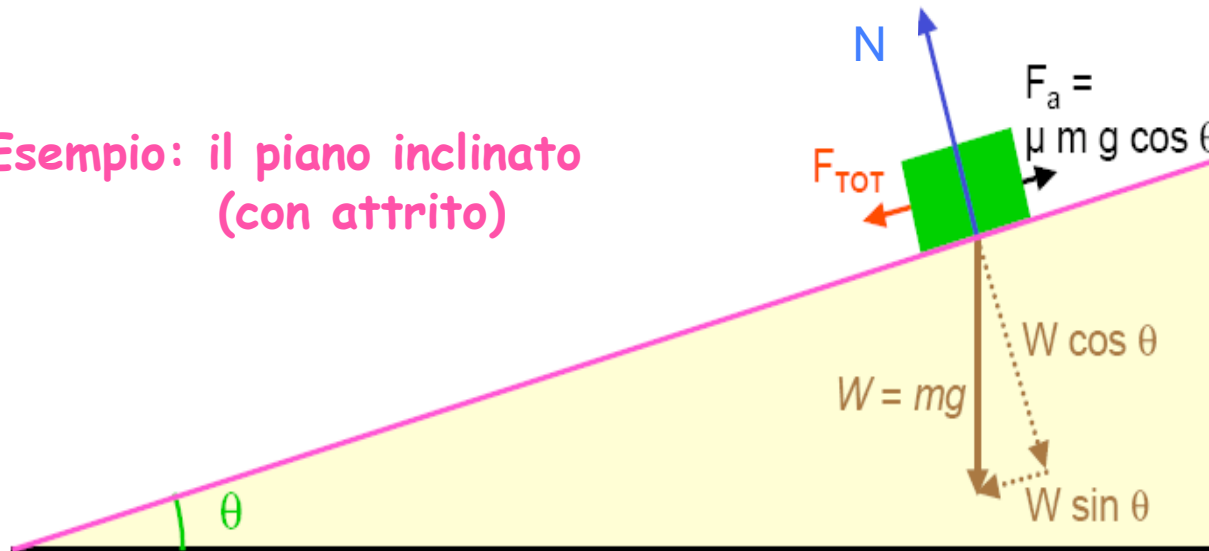
➤ i coefficienti μ_s e μ_d sono differenti ($\mu_d < \mu_s$) e dipendono dalle superfici dei corpi e dalla presenza di lubrificanti, polveri, etc. (cioè dalla presenza di asperità che impediscano lo scorrimento delle superfici)

Coefficienti di attrito

Materiale	Attrito dinamico, μ_k	Attrito statico, μ_s
Gomma sul cemento (asciutto)	0,80	0,90
Acciaio sull'acciaio	0,57	0,74
Vetro sul vetro	0,40	0,94
Legno sulla pelle	0,40	0,50
Rame sull'acciaio	0,36	0,53
Gomma sul cemento (bagnato)	0,25	0,30
Acciaio sul ghiaccio	0,06	0,10
Sci sciolinati sulla neve	0,05	0,10
Teflon sul teflon	0,04	0,04

Scomposizione delle forze (rev.)

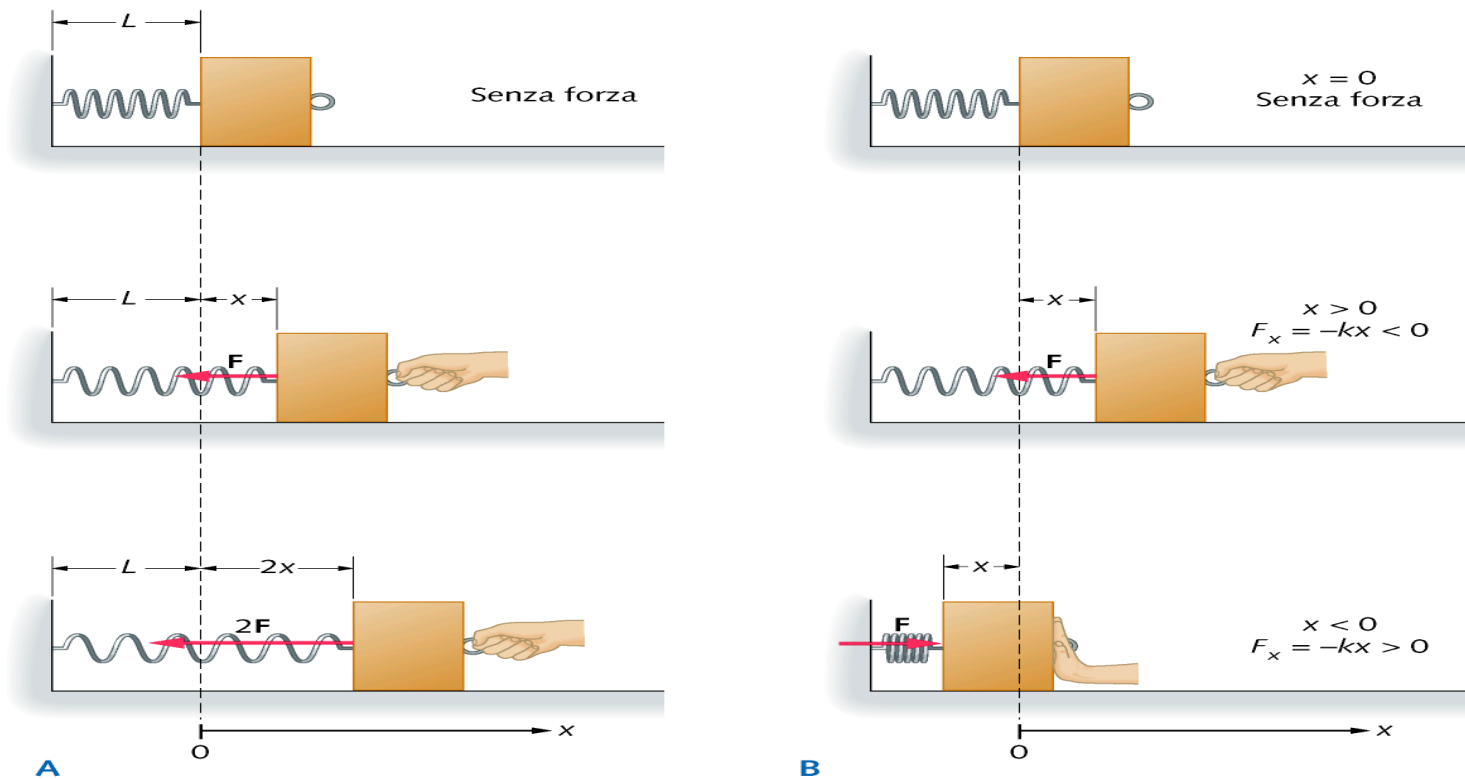
Esempio: il piano inclinato
(con attrito)



$$m a_{\text{nor}} = m g \cos \theta - N \quad \Rightarrow \quad a_{\text{nor}} = 0 \quad N = m g \cos \theta$$

$$m a_{\text{par}} = m g \sin \theta - F_a = m g \sin \theta - \mu_d m g \cos \theta \quad \Rightarrow \quad a_{\text{par}} = g (\sin \theta - \mu_d \cos \theta)$$

Forze elastiche



- la forza è proporzionale alla deformazione della molla;
- la costante di proporzionalità K indica la "robustezza" della molla (= forza per deformazione unitaria);
- la forza è diretta lungo l'asse della molla, in senso opposto alla deformazione;

Legge di Hooke

$$F_x = -k x$$

Forza centripeta

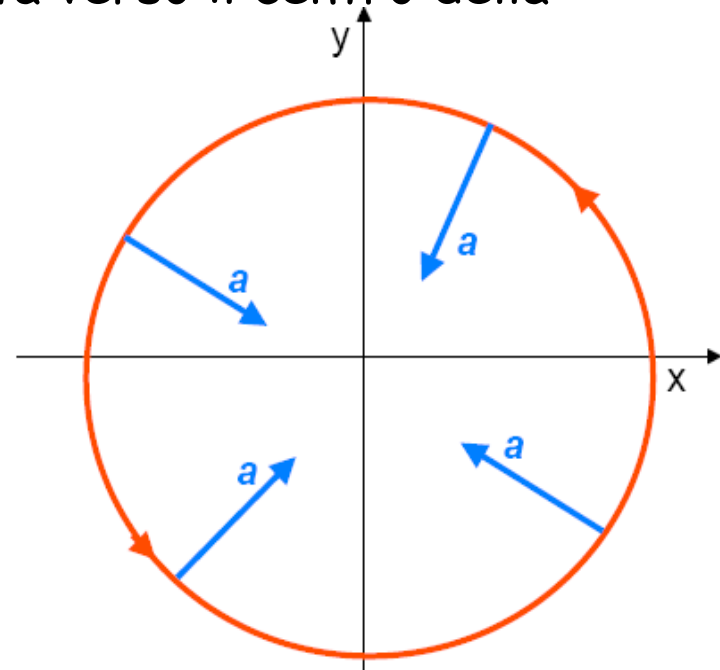
- Quando un oggetto si muove di moto circolare uniforme con velocità v , è soggetto ad una accelerazione centripeta:

$$a_{cp} = v^2/R$$

- All'oggetto è applicata una forza diretta verso il centro della circonferenza e di intensità:

$$F_{cp} = m a_{cp} = m v^2/R$$

- In pratica si può usare un filo robusto vincolato al centro della circonferenza per applicare all'oggetto una forza centripeta.

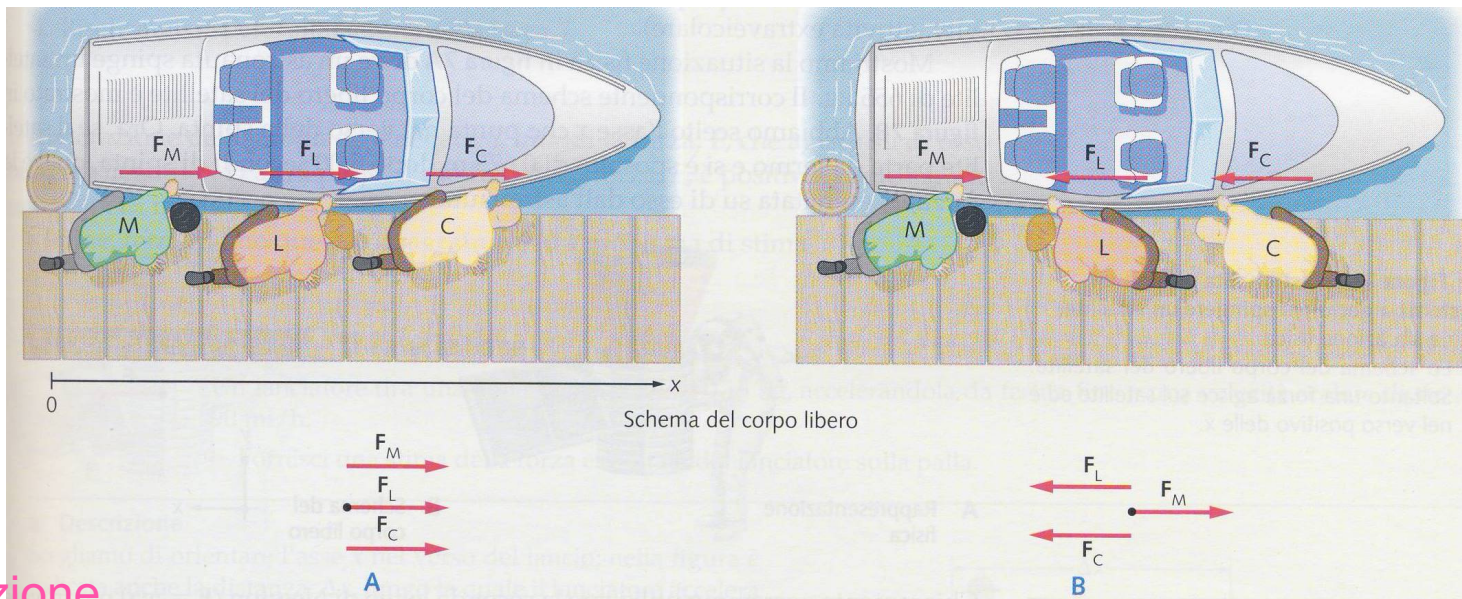


Esercizi svolti sulla dinamica

Esercizio n.1

Marco (M), Luca (L), Carlo (C) spingono una barca di 752 kg che galleggia vicino al molo. Ognuno di essi esercita una forza parallela al molo di 80.5 N .

- Qual è l'accelerazione della barca se tutti e tre spingono nello stesso verso?
- Qual è l'accelerazione se L e C spingono in verso opposto rispetto a M ?



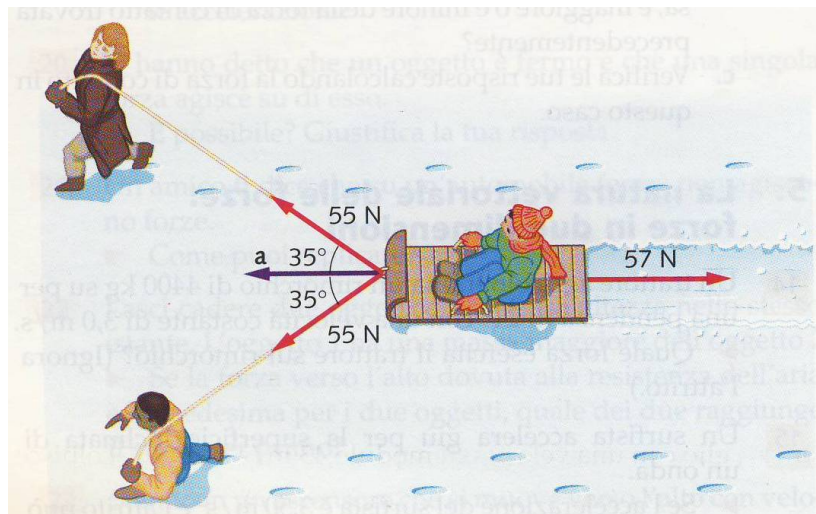
Soluzione

$$a) \quad ma_x = F_C + F_L + F_M \Rightarrow 752 \times a_x = 241.5 \text{ N} \Rightarrow a_x = 0.321 \text{ m/s}^2$$

$$b) \quad ma_x = -F_C - F_L + F_M \Rightarrow 752 \times a_x = -80.5 \text{ N} \Rightarrow a_x = -0.107 \text{ m/s}^2$$

Esercizio n.2

Due ragazzi tirano con delle corde una slitta ($M_s = 3.4 \text{ kg}$) su cui è seduto un bambino ($M_B = 17 \text{ kg}$). Entrambi i ragazzi tirano con forza $F=55 \text{ N}$ formando ognuno un angolo di 35° rispetto alla direzione del moto. La neve esercita una forza resistente $F_R = 57 \text{ N}$ in verso opposto al moto. Trovare l'accelerazione della slitta e del bambino.



Soluzione

Applichiamo la 2° legge di Newton nella direzione del moto:

$$(M_s + M_B) a = 2 \times F \cos \theta - F_R$$

$$20.4 a = 2 \times 55 \cos(35^\circ) - 57$$

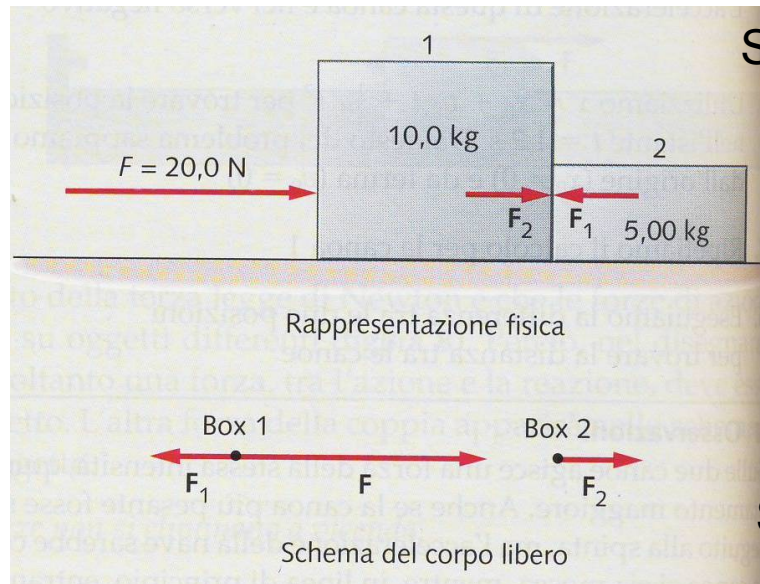
$$a = 33.1 / 20.4 \text{ m/s}^2 = 1.6 \text{ m/s}^2$$

Nota che le componenti di F perpendicolari al moto hanno lo stesso modulo ($F \sin \theta$) ma versi opposti e quindi la forza risultante in direzione perpendicolare al moto è nulla.

Esercizio n.3

Una scatola di massa $m_1 = 10,0 \text{ kg}$ è ferma sul pavimento liscio e orizzontale vicino a una scatola $m_2 = 5,00 \text{ kg}$. Se spingi sulla scatola 1 con una forza orizzontale di intensità $F = 20,0 \text{ N}$:

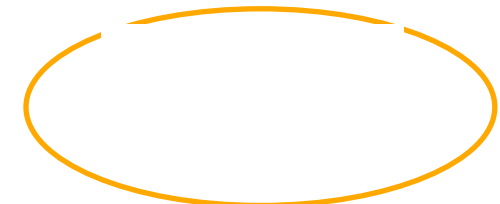
- Qual è l'accelerazione delle scatole?
- Qual è la forza di contatto tra le due scatole?



Scriviamo 2° legge di Newton per ciascuna massa:

$$m_1 a = F - F_1$$

$$m_2 a = F_2$$



Principio di azione e reazione

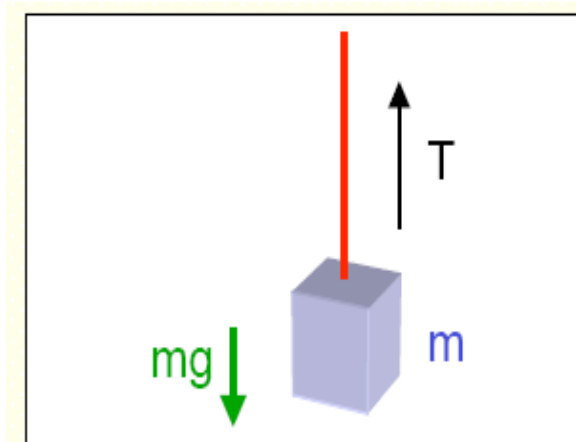
Sommando le 2 equazioni:

$$(m_1 + m_2) a = F \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{20\text{N}}{15\text{kg}} = 1.33 \text{ m/s}^2$$

E quindi sostituendo a nella 2° equazione: $F_2 = m_2 a = 5 \times 1.33 \text{ N} = 6.67 \text{ N}$

Esercizio n.4

Esercizio – Un filo di ferro si spezza ad una tensione massima di 4400 N. Quale accelerazione massima può imprimere ad un oggetto di 400 Kg ?



Soluzione –

Per il corpo : $ma = T - mg$;

pertanto : $T = m(a + g) \Rightarrow T_{\max} = m(a_{\max} + g) \Rightarrow$

$$a_{\max} = T_{\max}/m - g = 4400 / 400 - 9.8 = 1.2 \text{ m/s}^2.$$

Esercizio n.5

Esercizio – Un corpo scivola senza attrito su un piano inclinato di angolo 30° , lungo 40 m, partendo da fermo. Determinare il tempo totale del tragitto e la velocità finale.

Soluzione –

$$a = g \sin\vartheta;$$

$$L = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} g \sin\vartheta t^2 \Rightarrow t = [2 L / (g \sin\vartheta)]^{1/2} = 4.04 \text{ s};$$

$$v = a t = g \sin\vartheta t = 19.8 \text{ m/s.}$$

Esercizio n.6

Esercizio – [stesso esercizio del caso precedente] C'è un attrito dinamico, di coefficiente $k_d = 0.5$. Determinare il tempo totale del tragitto e la velocità finale.

Soluzione –

$$ma = m g \sin \vartheta - k m g \cos \vartheta \Rightarrow a = g \sin \vartheta - k g \cos \vartheta = g (\sin \vartheta - k \cos \vartheta);$$

$$L = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (g \sin \vartheta - k g \cos \vartheta) t^2 \Rightarrow t = [2 L / (g \sin \vartheta - k g \cos \vartheta)]^{1/2} = 11.03 \text{ s};$$

$$v = a t = g (\sin \vartheta - k \cos \vartheta) t = 7.24 \text{ m/s}.$$

Esercizio n.7

Esercizio – [stesso esercizio del caso precedente, senza attrito] Al termine del piano inclinato [senza attrito] c'è un tratto piano, con attrito dinamico di coefficiente $k_d = 0.25$. Determinare la distanza percorsa dal corpo sul tratto piano del tragitto e il tempo impiegato prima di fermarsi.

Soluzione –

$$ma = F = -k m g \Rightarrow a = -k g;$$

$$v(t) = v_0 - k g t \Rightarrow t_{\text{fin}} = v_0 / k g = 8.08 \text{ s};$$

$$L_{\text{tot}} = v_0 t_{\text{fin}} + \frac{1}{2} a t_{\text{fin}}^2 = v_0 t_{\text{fin}} - \frac{1}{2} k g t_{\text{fin}}^2 = 80 \text{ m}.$$

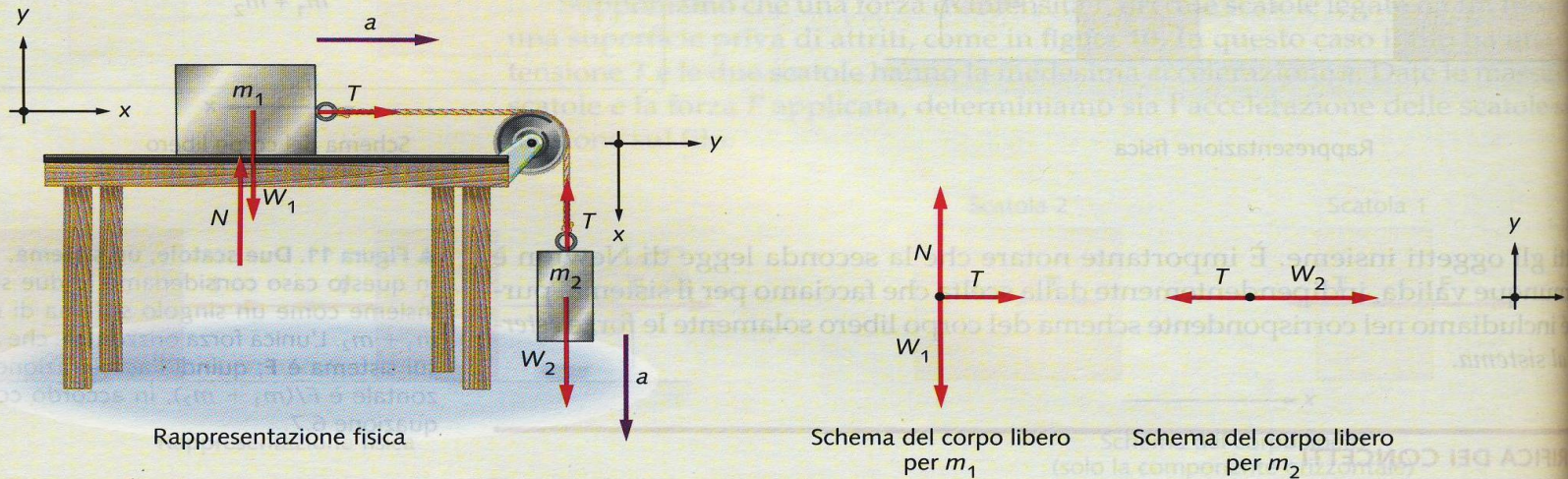
Esercizio n.8

Un corpo di massa m_1 scivola su di un piano privo di attrito. Esso è collegato ad un filo che passa su una puleggia e tiene sospesa una massa m_2 .

Trovare l'accelerazione delle 2 masse e la tensione del filo.

Esercizio n.8

Applicando la seconda legge di Newton alle due masse, otteniamo le seguenti relazioni: per la massa 1 $\Sigma F_{1,x} = T = m_1 a_{1,x} = m_1 a$, e per la massa 2 $\Sigma F_{2,x} = m_2 g - T = m_2 a_{2,x} = m_2 a$. Queste due equazioni possono essere risolte rispetto alle due incognite a e T .



■ Soluzione

1. Scriviamo $\Sigma F_{1,x} = m_1 a$.

Notiamo che l'unica forza che agisce su m_1 nel verso di x è T

2. Scriviamo $\Sigma F_{2,x} = m_2 a$. Nel verso di x agiscono due forze:
 $W_2 = m_2 g$ (nel verso positivo) e T (nel verso negativo)

3. Sommiamo membro a membro le due relazioni ottenute per eliminare T

4. Risolviamo rispetto ad a

5. Sostituiamo a nella prima relazione ($T = m_1 a$) per trovare T

$$\Sigma F_{1,x} = T = m_1 a$$

$$T = m_1 a$$

$$\Sigma F_{2,x} = m_2 g - T = m_2 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$\frac{m_2 g - T = m_2 a}{m_2 g = (m_1 + m_2) a}$$

$$a = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

$$T = m_1 a = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

Esercizio n.9

Un corpo di massa 1.5 kg è fermo, appeso ad una molla di costante elastica $k = 250 \text{ N/m}$. Di quanto è allungata la molla rispetto alla sua posizione di equilibrio?

Soluzione

Sul corpo agiscono 2 forze: la forza peso diretta verso il basso e la forza elastica è diretta verso l'alto.

Poiché il corpo è fermo, la sua accelerazione è nulla e quindi, dalla 2° legge di Newton, la risultante delle forze agenti su di esso deve essere nulla. Pertanto:

$$kx = mg$$

da cui si ricava:

$$x = mg/k = 1.5 \text{ kg} \times (9.8 \text{ m/s}^2) / (250 \text{ N/m}) = 0.0589 \text{ m}$$

Esercizio n.10

La massa di un satellite è 1500 kg. Si determini il peso del satellite quando (a) si trova sulla superficie terrestre; (b) si trova a 910 km di altezza.

Soluzione

$$P = G \frac{M_T m}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{5.98 \times 10^{24} \times 1500}{r^2} \text{ N} = \frac{6 \times 10^{17}}{r^2} \text{ N}$$

a) $R = R_T = 6380 \text{ km} = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$

$$P = 6 \times 10^{17} / (6.38 \times 10^6)^2 = 1.5 \times 10^4 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad P = mg$$

b) $R = R_T + h = (6380 + 910) \text{ km} = 7.29 \times 10^6 \text{ m}$

$$P = 6 \times 10^{17} / (7.29 \times 10^6)^2 = 1.1 \times 10^4 \text{ N}$$

Esercizio n.11

Si supponga che il filo di guida usato nella figura 6.6a sia lungo 14 m e sia capace di resistere alla tensione massima di 85 N senza rompersi. Quanto vale il modulo massimo della velocità che un aeromodello di 0,90 kg può avere?

Risoluzione

Per calcolare il modulo massimo della velocità si può usare l'equazione (6.3):

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$
$$v = \sqrt{\frac{rF_c}{m}} = \sqrt{\frac{(14 \text{ m})(85 \text{ N})}{0,90 \text{ kg}}} = \boxed{36 \text{ m/s}}$$

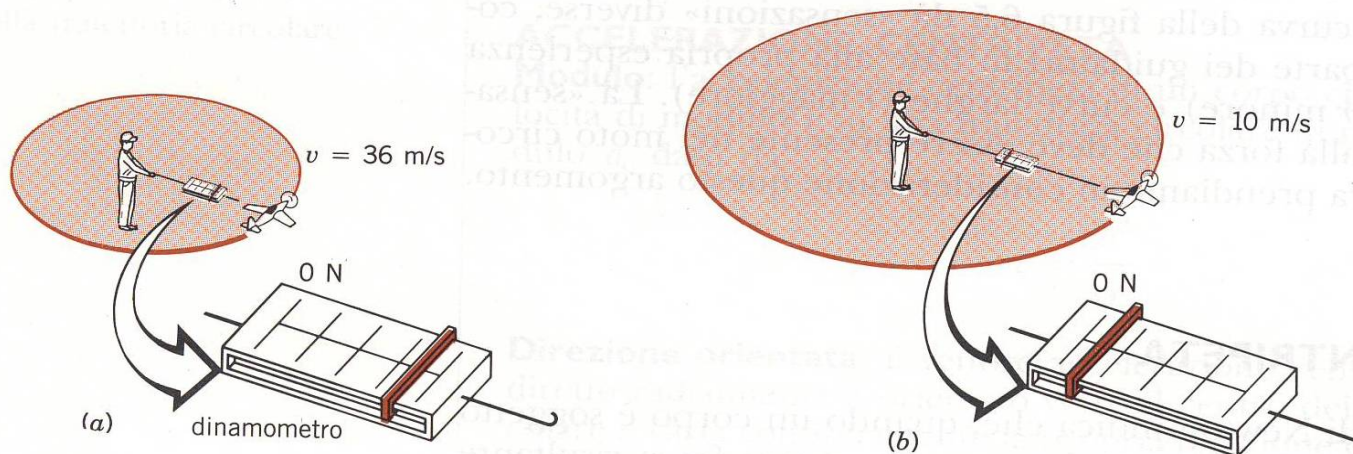


Figura 6.6. Il dinamometro indica che la tensione nel filo di guida è maggiore quando l'aeromodello (a) ha un modulo della velocità maggiore e un raggio di virata minore, rispetto a quando ha (b) un modulo della velocità minore e un raggio di virata maggiore.

Esercizio n.12

Quando un'automobile si muove senza slittare lungo una curva circolare, la forza di attrito statico fra la strada e i pneumatici fornisce la forza centripeta per mantenere l'auto in strada. Calcolare il modulo massimo della velocità a cui un'auto può percorrere in sicurezza una curva di raggio 50 m in condizioni normali ($\mu_s = 0.9$) e in condizioni di strada ghiacciata ($\mu_s = 0.1$).

Soluzione

Al massimo della velocità, la forza centripeta uguaglia la forza massima di attrito:

$$mv^2/r = F_a$$

$F_a = \mu_s N$, dove la forza normale è uguale in modulo alla forza peso dell'auto, $N=mg$. Quindi:

$$mv^2/r = \mu_s mg \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s g r}$$

Sostituendo i valori numerici, si ottiene

In condizioni normali $v = 21 \text{ m/s}$

In condizioni di ghiaccio $v = 7 \text{ m/s}$