

# Magnetismo

Fatti sperimentali

Forza di Lorentz

Applicazioni: ciclotrone, spettrometro di massa, tubo catodico

Campo magnetico di un filo percorso da corrente

Campo magnetico di spira e solenoide

Forza magnetica tra fili percorsi da corrente

Definizione di Ampere

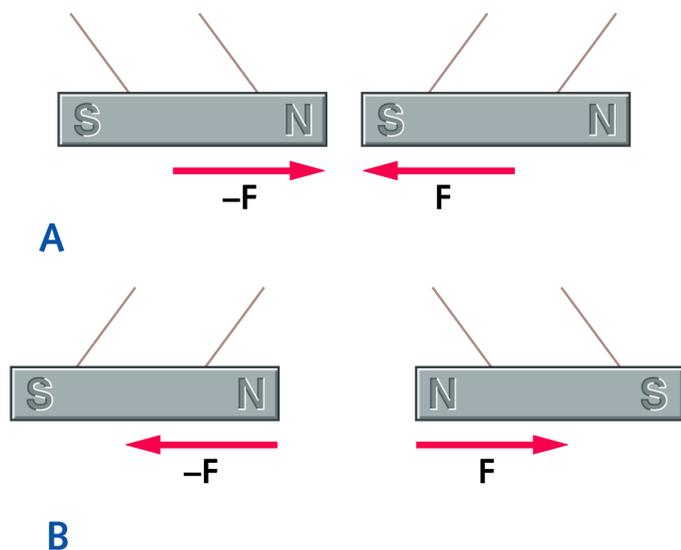
Proprietà magnetiche dei materiali

Induzione elettromagnetica

Legge di Faraday - Lenz

Applicazioni: generatore e motore elettrico, trasformatore

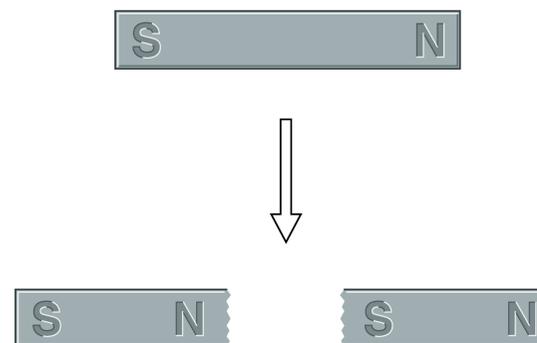
# Magnetismo - fatti sperimentali



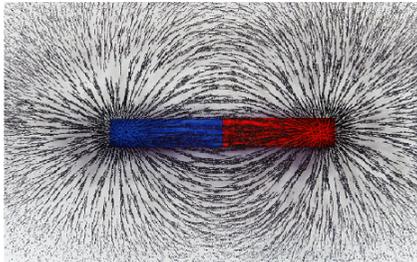
➤ Due cariche magnetiche: polo N/S. Poli uguali si respingono, poli opposti si attraggono.

➤ Fino ad oggi in natura non sono state osservate cariche magnetiche isolate (*monopoli magnetici*).

- **Magneti permanenti:** proprietà magnetiche intrinseche delle particelle elementari, in certe sostanze si evidenziano macroscopicamente.
- **Elettromagneti:** cariche elettriche in moto (correnti) generano campo magnetico (Oersted 1820).



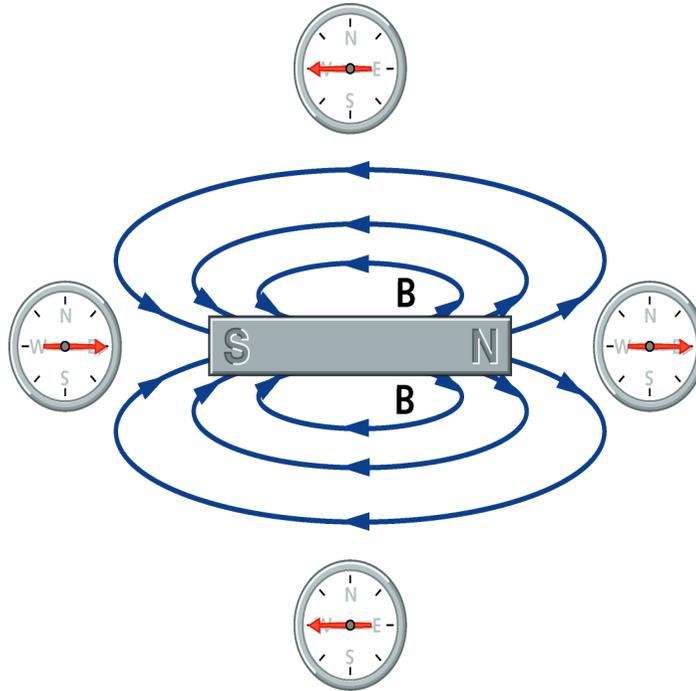
# Campo magnetico $\vec{B}$



A



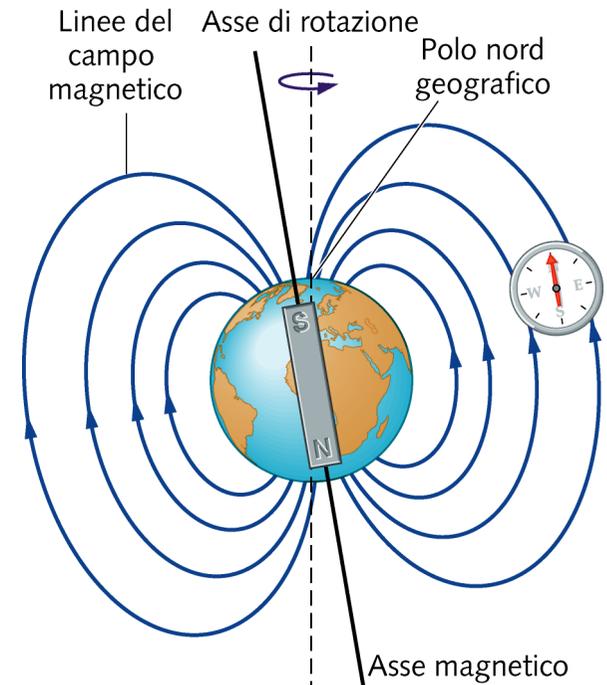
B



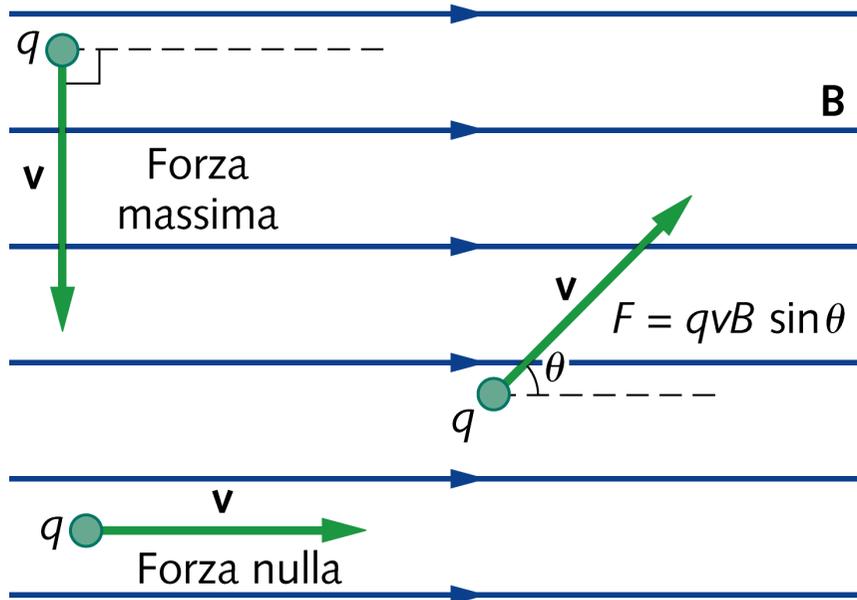
Le linee di forza di  $B$  vanno da N a S formando un percorso chiuso. Si possono evidenziare con ago magnetico (bussola) o limatura di ferro.

## Campo magnetico terrestre

- **dipolare**
- **~1 gauss sulla superficie**



# Forza magnetica agente su una carica



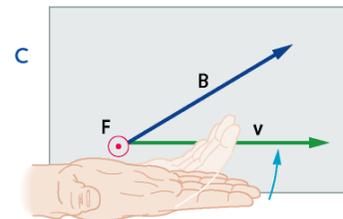
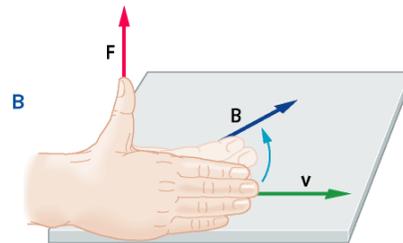
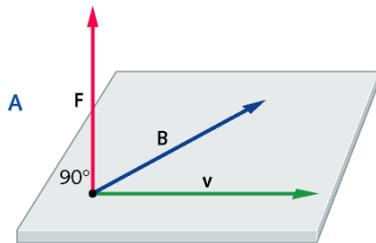
$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow$  Lavoro compiuto da  $F$  è nullo

$$[\text{N}] = [\text{C}][\text{m}][\text{s}^{-1}][\text{T}]$$

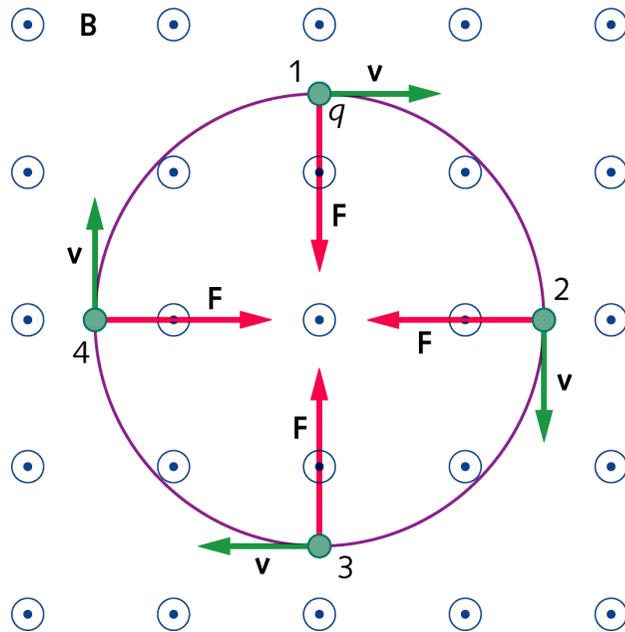
$$[\text{T}] = \frac{[\text{N}]}{[\text{A}][\text{m}]}$$

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ gauss}$$



*Regola della mano destra  
il pollice dà il verso di F*

# Carica in moto circolare



$v \perp B$  (uniforme)  $\Rightarrow$  Moto circolare uniforme

$$m \frac{v^2}{R} = q v B$$

Forza centripeta

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Raggio dell'orbita

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

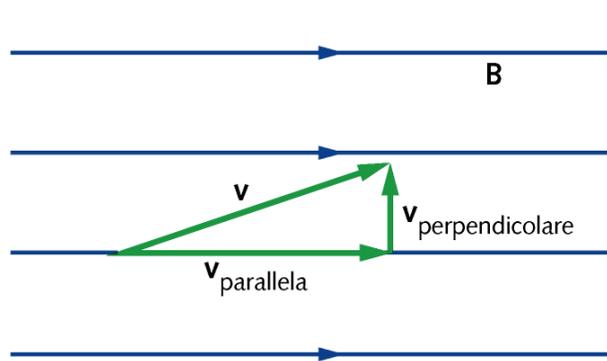
Periodo

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Frequenza, pulsazione

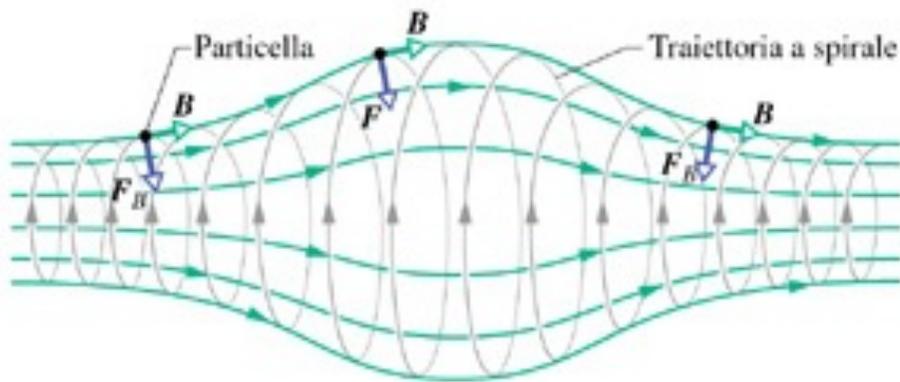
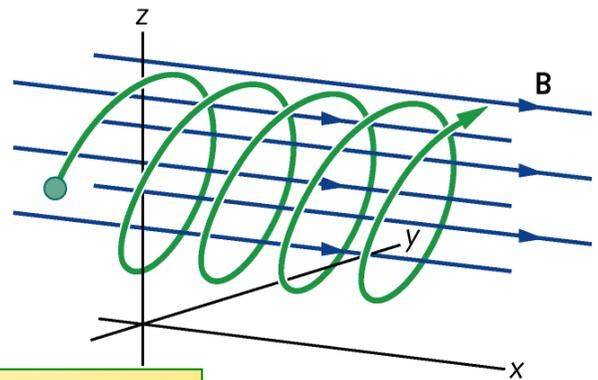
$T, \nu, \omega$  non dipendono da  $v$  ( $v \ll c$ )  
 Particelle con uguale  $q/m$  compiono  
 un giro nello stesso tempo.

# Traiettorie elicoidali e a spirale

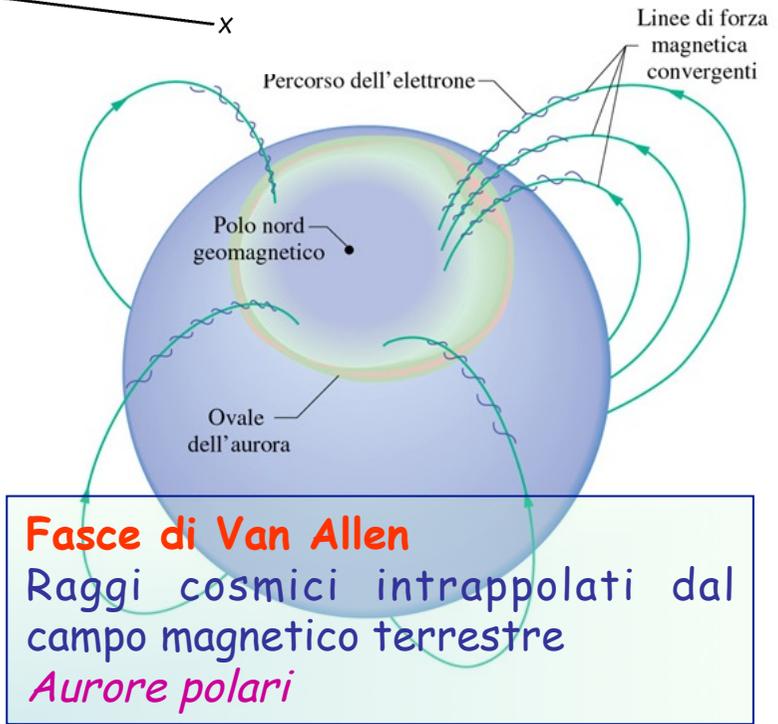


A

**B (uniforme) ⇒ Moto elicoidale**  
 $v_{parallela}$  determina passo dell'elica



**B (NON uniforme) ⇒ Moto a spirale**  
 Dove B è più intenso ⇒ minore R  
 Bottiglia magnetica

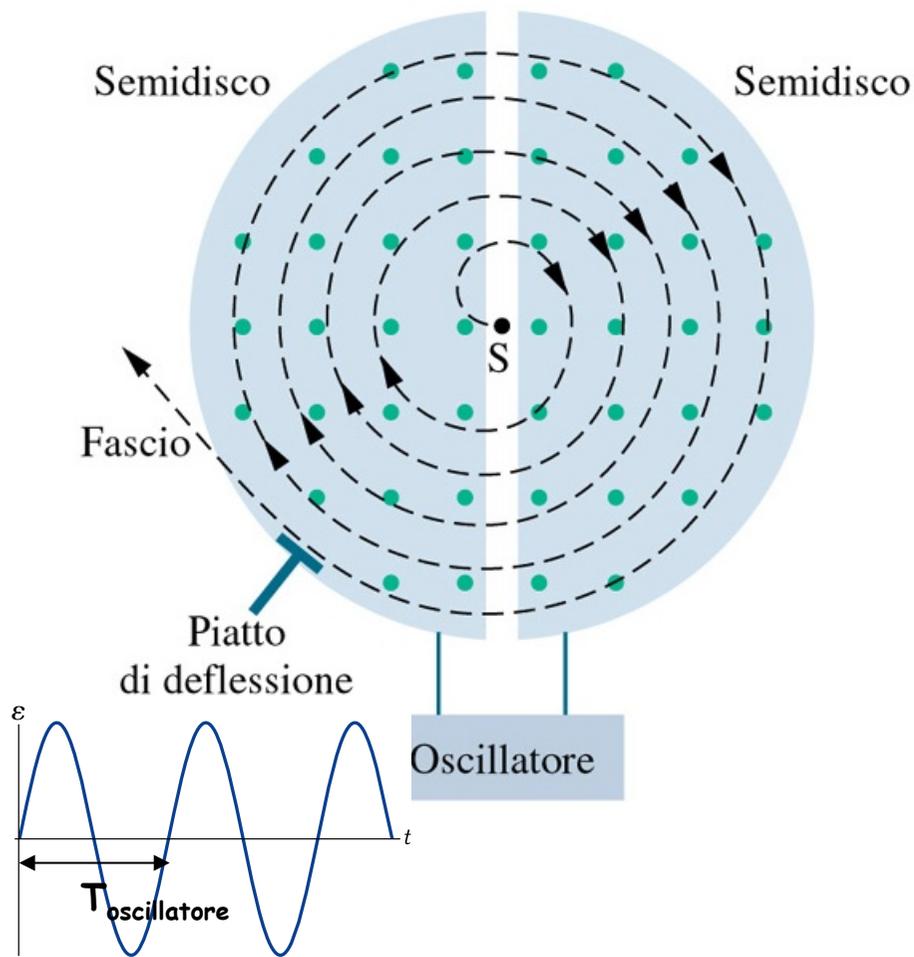


**Fasce di Van Allen**  
 Raggi cosmici intrappolati dal campo magnetico terrestre  
 Aurore polari

# Aurora australe (Antartide - baia di Ross)



# Ciclotrone



- Semidischi D di rame, cavi immersi in campo  $B$  uniforme e  $\perp$  di intensità  $\sim 1-2$  T
- Oscillatore applica d.d.p. alternata ai D
- Sorgente S inietta protoni.
  - accelerati nell'intercapedine
  - traiettoria circolare in  $B$  con  $R = mv/qB$  e periodo  $T$  indipendente da  $v$
- Condizione di risonanza  $T = T_{oscillatore}$   
⇒ Protone in circolo è in sincronia con oscillazioni della d.d.p. applicata ai D

- Traiettoria a spirale verso esterno
- Protone acquista energia ad ogni attraversamento dell'intercapedine
- Funziona fino ad energie  $\sim 50$  MeV

## Ciclotrone (2)

### Esempio numerico

Un ciclotrone di raggio  $R=53$  cm lavora ad una frequenza di 12 MHz. Qual è l'intensità di  $B$  necessaria per accelerare nuclei di deuterio? Qual è la massima energia cinetica acquistata dai nuclei?

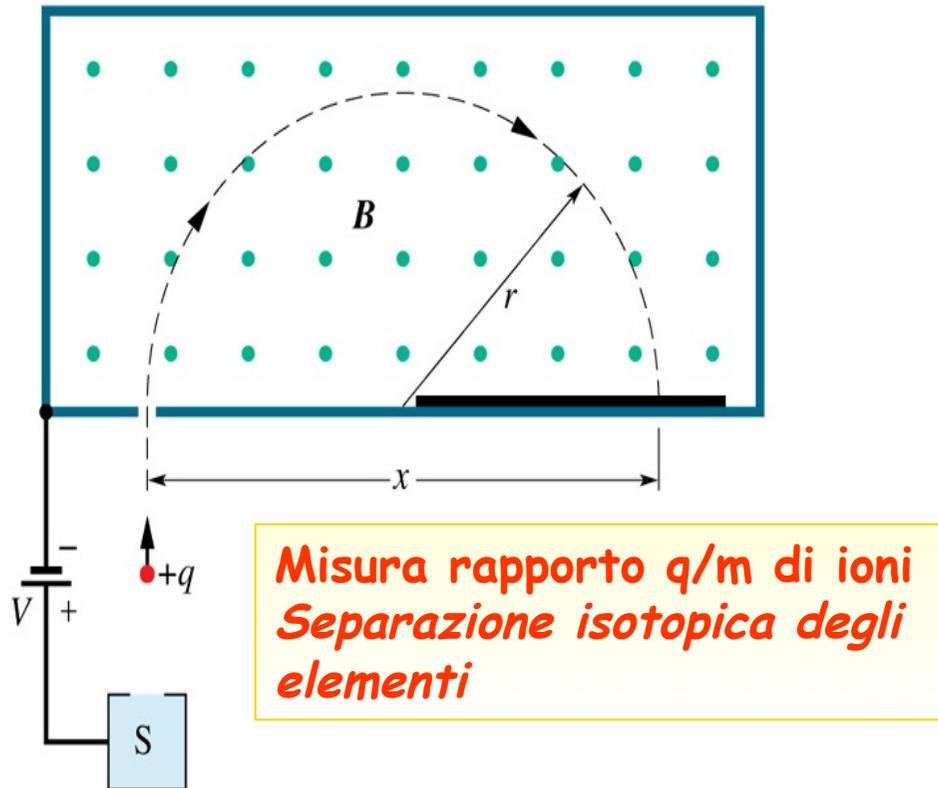
Il deuterio è isotopo dell'idrogeno con massa  $= 3.34 \cdot 10^{-27}$  kg. Per la condizione di risonanza la frequenza dell'oscillatore è uguale alla frequenza del moto circolare uniforme dei nuclei nell'acceleratore. Dalla formula della frequenza, si ricava:

$$B = \frac{2\pi m v}{q} = \frac{2\pi \cdot 3.34 \cdot 10^{-27} \cdot 12 \cdot 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19}} \text{ T} = 1.57 \text{ T}$$

L'energia cinetica massima è quella che il nucleo ha lungo la massima circonferenza possibile nella macchina:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{R^2 q^2 B^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{(0.53 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.57)^2}{3.34 \cdot 10^{-27}} = 2.27 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 17 \text{ MeV}$$

# Spettrometro di massa



- Ioni emessi da sorgente  $S$  accelerati da d.d.p. continua  $V$

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV$$

- Ioni entrano con velocità  $v$  in camera di separazione dove  $B$  uniforme  $\perp v \Rightarrow$  descrivono semicirconferenze di raggio:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{2 \frac{m}{q} V}$$

- Ioni con stessa  $q$  e diversa  $m$  (isotopi) percorrono circonferenze di  $R$  diversi
- Potere risolutivo in massa

$$\frac{\Delta m}{m} = 2 \frac{\Delta x}{x}$$

# Spettrometro di massa (2)

## Esempio numerico

Sia  $V=1$  kV, la carica dello ione  $+e$ ,  $B=0.08$  T. Calcolare la massa dello ione in unità di massa atomica ( $1 \text{ amu} = 1.6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ) supponendo di avere misurato  $x = 1.6254$  m. Qual è la risoluzione in massa dello strumento?

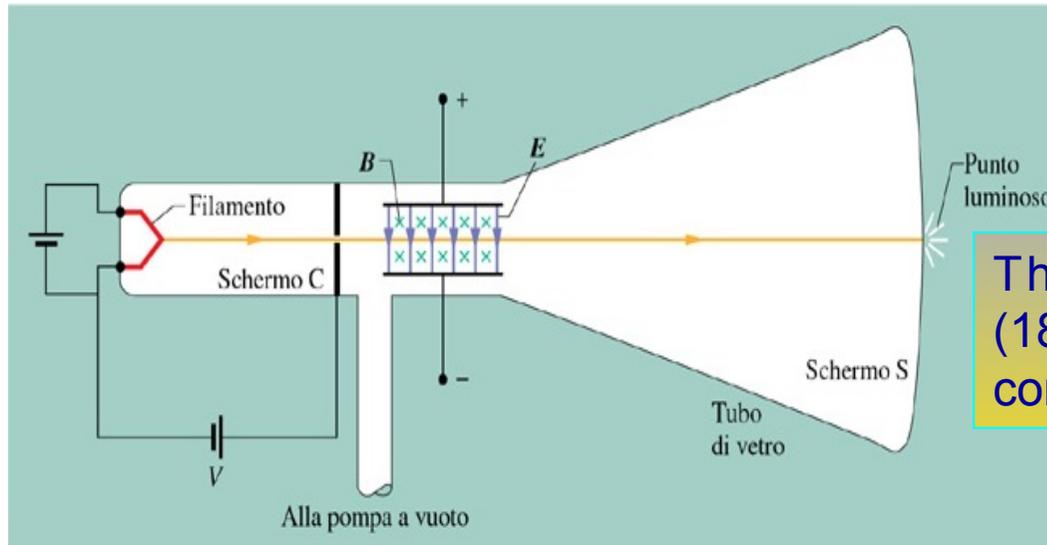
Si ricava  $m$  dalla formula del raggio  $R$  che è uguale a  $x/2$ :

$$m = \frac{B^2 q x^2}{8 V} = \frac{(0.08)^2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot (1.6254)^2}{8000} = 3.3863 \cdot 10^{-25} \text{ kg} = 203.93 \text{ amu}$$

Dato che  $x$  è espresso con precisione di 4 cifre decimali, assumiamo  $\Delta x = 10^{-4}$  m. Quindi si ottiene:

$$\Delta m = 2 m \Delta x / x = 2 \cdot 203.93 \cdot 10^{-4} / 1.6254 = 0.025 \text{ amu}$$

# Tubo catodico



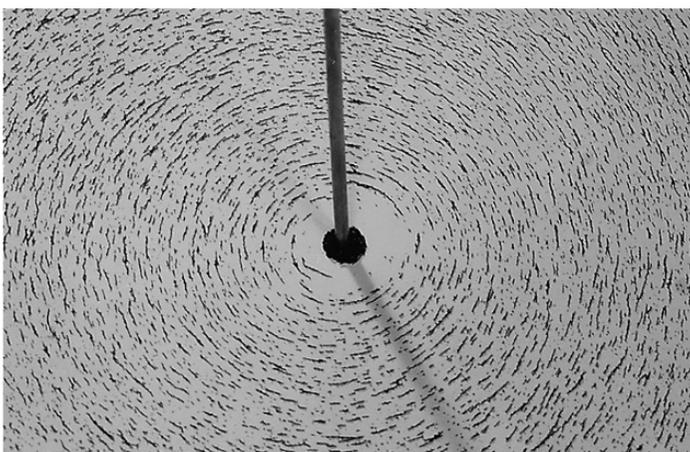
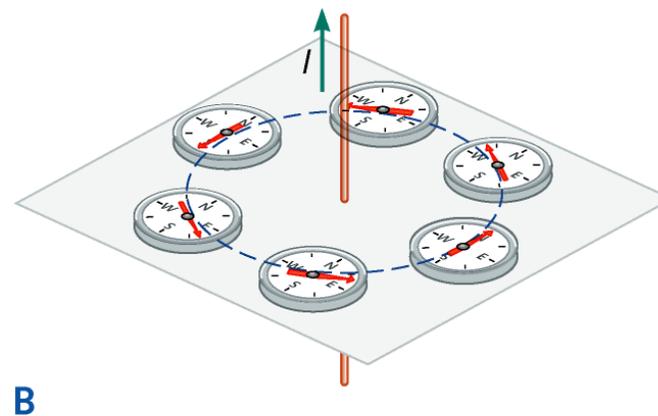
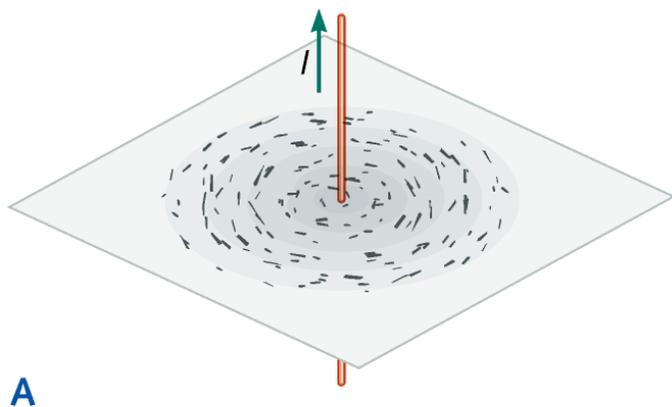
Thomson scopre l'elettrone (1897) misurando rapporto  $q/m$  con un tubo catodico

- Elettroni emessi da filamento e accelerati da d.d.p.  $V$
- $E$  del condensatore deflette elettroni verso l'alto (se  $B=0$ )
- $B$  uniforme e  $\perp E \Rightarrow$  *campi incrociati*  
Si può regolare  $B$  in modo che elettroni non siano deflessi
- Si misura così  $v$ . Da misura di  $y$ , noti  $E$  e  $L$ , si ricava  $q/m$

$$y = \frac{|q|EL^2}{2mv^2}$$

$$qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

# Campo magnetico generato da corrente in un filo rettilineo



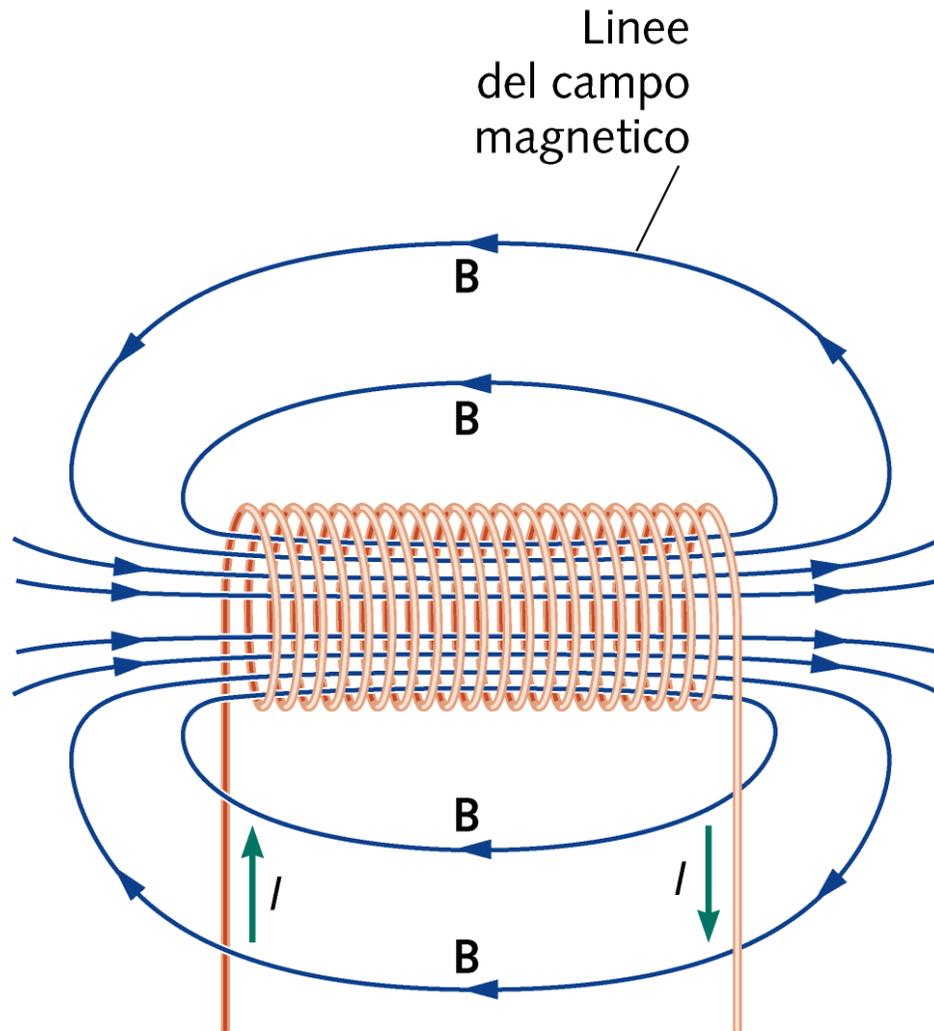
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Legge di Biot-Savart

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ [T][m][A}^{-1}\text{]}$$

Permeabilità magnetica del vuoto

# Campo magnetico di un solenoide



Il campo di un solenoide ideale (lunghezza infinita) è uniforme e parallelo all'asse, di intensità

$$B = \mu_0 i n$$

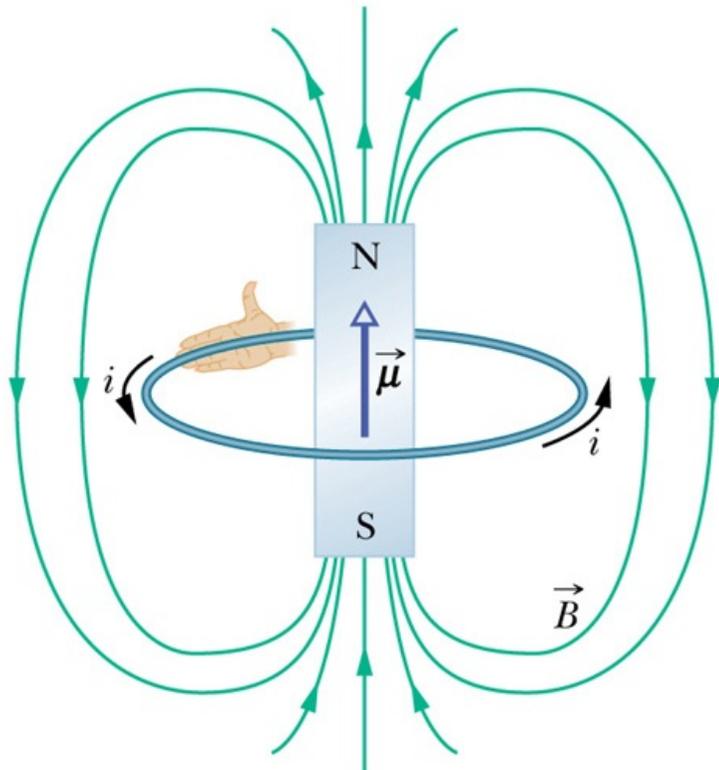
$n$  = numero di spire per unità di lunghezza

## Esercizio

Calcolare il campo magnetico nel centro di un solenoide di 4250 spire e lunghezza 1.23m percorso da 1 A di corrente

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4250 / 1.23 \cdot 1 = 2.42 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

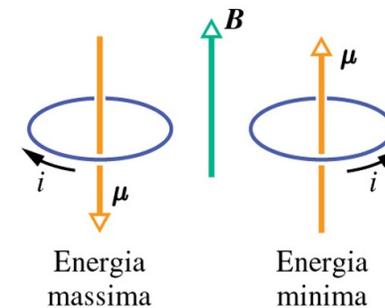
# Campo magnetico di una spira



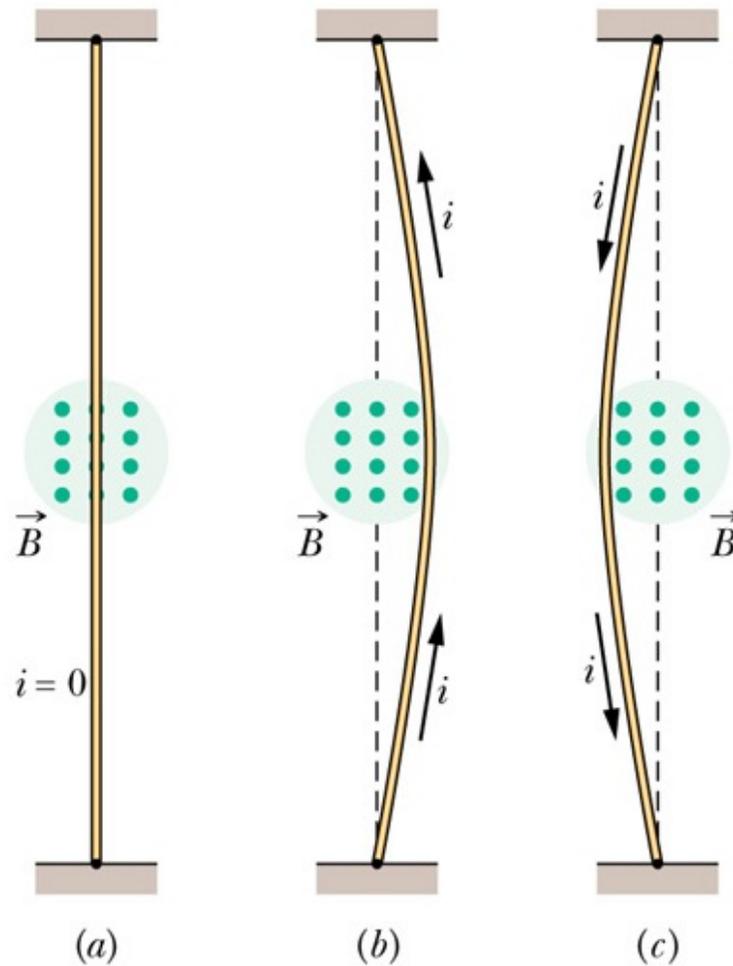
Campo magnetico di una spira percorsa da corrente è analogo a campo di una barra magnetica

Se il dipolo magnetico si trova in un campo magnetico esterno, il campo esercita su di esso un momento torcente  $\mu \times B_{\text{ext}}$ . Il dipolo ha un'energia potenziale associata all'orientamento nel campo  $U = -\mu \cdot B_{\text{ext}}$

$$\vec{\mu} = i S \hat{n} \quad \text{Momento di dipolo magnetico}$$
$$|\vec{B}_z| \propto \frac{|\vec{\mu}|}{z^3} \quad (z \gg R)$$



# Forza magnetica agente su una corrente

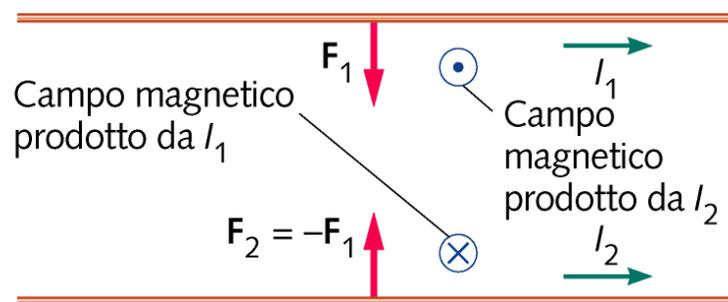


➤ La forza agente su una corrente si ottiene sommando i contributi della forza di Lorentz su ciascun portatore di carica.

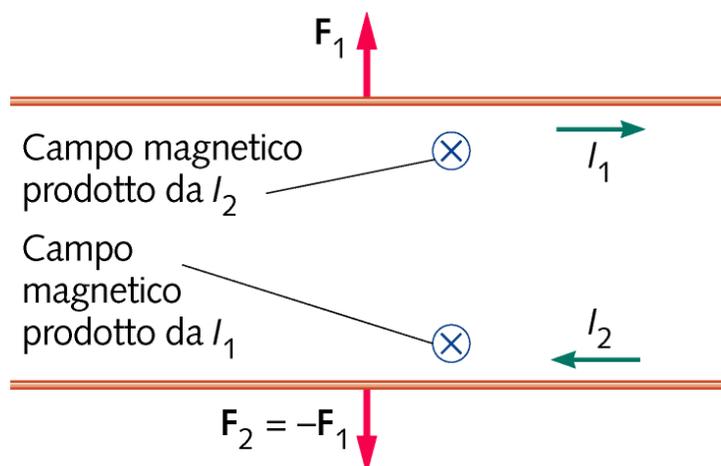
➤ La forza è perpendicolare sia a  $\vec{B}$  che al vettore lunghezza  $l$  (orientato come la corrente)

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}$$

# Forza magnetica fra due fili paralleli



A



B

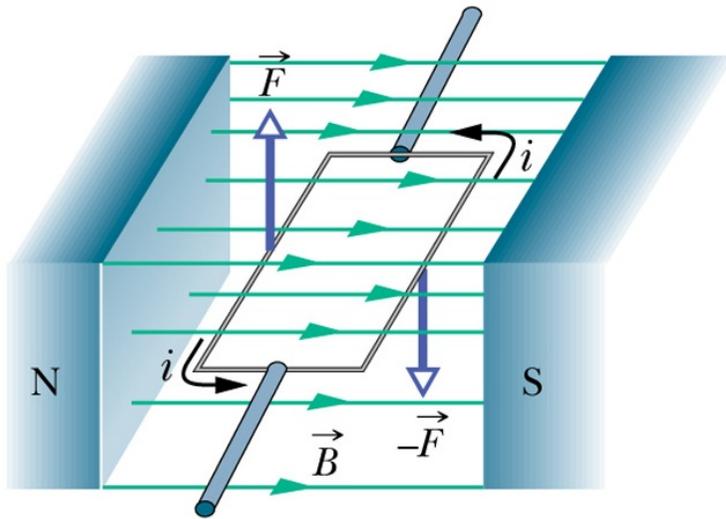
➤ Il campo  $B$  generato da  $i_1$  esercita una forza  $F_1$  su  $i_2$ , e viceversa.  $F_1$  e  $F_2$  sono uguali in modulo.

➤ Correnti parallele e concordi si attraggono, parallele e discordi si respingono.

## Definizione di Ampere

1A è la corrente costante che scorre in due fili rettilinei di lunghezza infinita, se questi posti a distanza di 1 metro si attraggono con una forza pari a  $2 \cdot 10^{-7}$  N/m

# Momento torcente su di una bobina

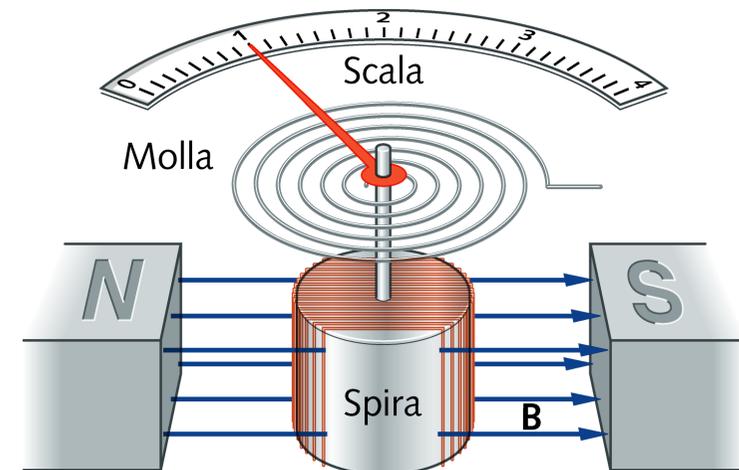


## Motore elettrico

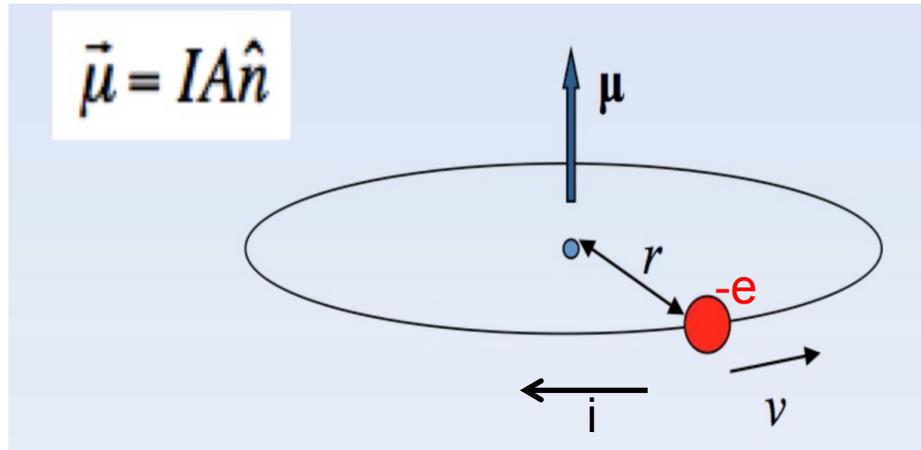
Le forze magnetiche esercitano sulla spira un momento torcente che la induce a ruotare. Un commutatore inverte il verso della corrente ad ogni mezzo giro in modo che il momento torcente agisca sempre nello stesso verso.

## Galvanometro

Il momento torcente della forza magnetica è bilanciato dal momento di richiamo elastico di una molla. Dalla misura della deflessione angolare della bobina si ricava misura di corrente.



# Magnetismo ed elettroni



$$\mu_{orb} = iA = \frac{e}{T} A = -\frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = -\frac{evr}{2} = -\frac{eL_{orb}}{2m}$$

## Momento di dipolo orbitale

$$\mu_{orb,z} = -\frac{eL_{orb,z}}{2m} = -m_l \frac{eh}{4\pi m} = -m_l \mu_B$$

$$L_{orb,z} = m_l \frac{h}{2\pi}$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad \text{Numero quantico magnetico}$$

## Momento di dipolo di spin

$$\mu_{s,z} = -\frac{e}{m} S_z = \pm \frac{eh}{4\pi m} = \pm \mu_B$$

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi}$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2} \quad \text{Numero quantico di spin}$$

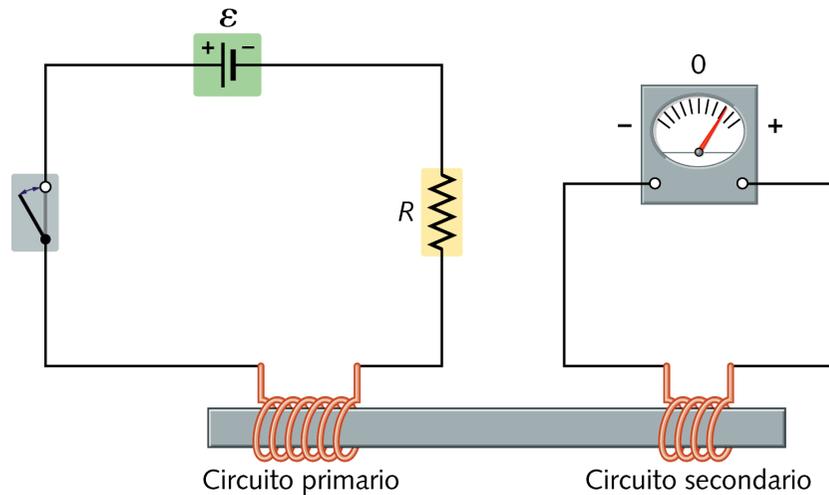
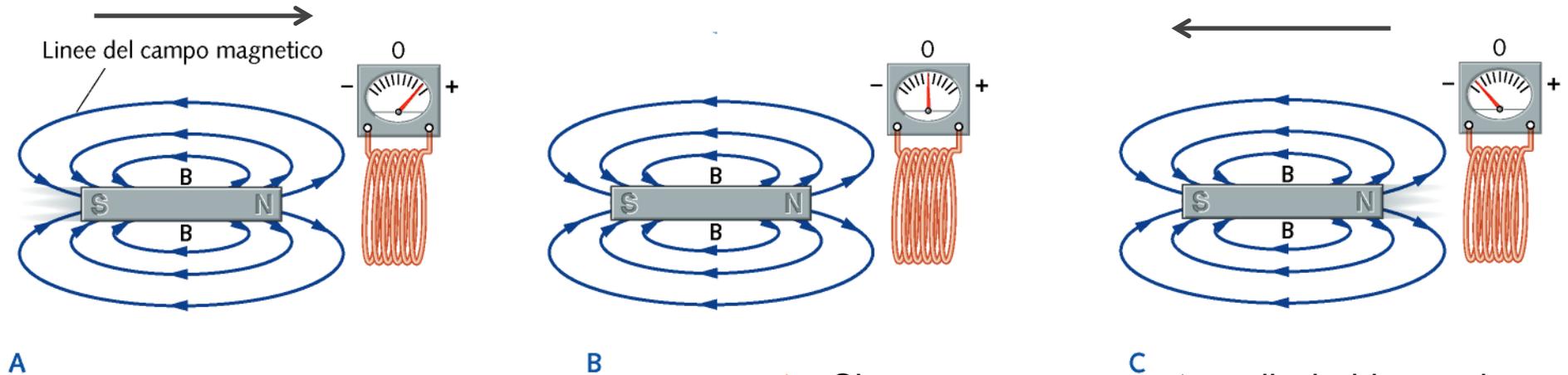
$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{Costante di Plank}$$

$$\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad \text{Magnetone di Bohr}$$

# Proprietà magnetiche dei materiali

- Derivano dal momento di dipolo magnetico intrinseco (spin) e dal momento magnetico orbitale degli elettroni nell'atomo.
- L'atomo ha un momento magnetico dato dalla somma vettoriale dei momenti di spin e orbitale di tutti gli **elettroni**.
- Se la somma dei momenti magnetici degli atomi dà un campo magnetico non nullo a livello macroscopico, la sostanza è magnetica.
- Le sostanze sono classificate in:
  - **Diamagnetiche** (Cu, Ag, Au, H<sub>2</sub>O). Deboli momenti di dipolo magnetico sono indotti da  $B_{ext}$  e scompaiono in assenza di esso.
  - **Paramagnetiche** (Al, O, Ca, Tc, U, Pt). Ogni atomo ha un momento magnetico permanente, ma l'orientazione casuale dei momenti fa sì che a livello macroscopico il campo sia nullo. In presenza di  $B_{ext}$  i momenti si orientano e la sostanza acquista un campo magnetico netto, che scompare se si rimuove  $B_{ext}$ .
  - **Ferromagnetiche** (Fe, Co, Ni e leghe). Presentano regioni (*domini*) di forte campo magnetico, dovute a orientazione dei momenti elettronici.  $B_{ext}$  allinea i momenti dei singoli domini e il materiale acquista un'intensa magnetizzazione, che rimane parzialmente anche quando  $B_{ext}$  è rimosso.

# Induzione elettromagnetica



- Si genera una corrente nella bobina, solo se barra magnetica e bobina sono in moto relativo. Il verso della corrente cambia a seconda che la bobina si avvicini o allontani.
- Se si chiude l'interruttore nel circuito primario, si ha una corrente indotta nel secondario per pochi istanti. Se si apre il circuito, la corrente indotta circola nel verso opposto per brevi istanti. La corrente indotta è quindi associata a una variazione di corrente nel primario. Se la corrente è stazionaria non si ha corrente indotta.

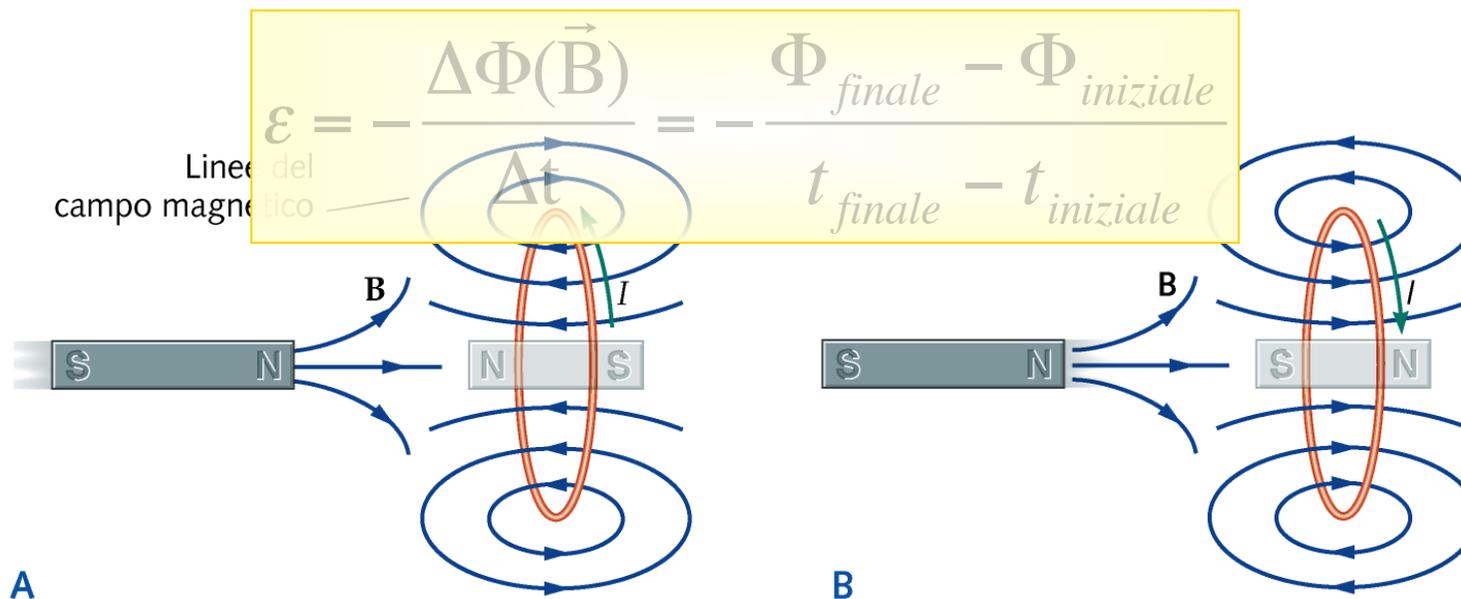
# Legge di Faraday-Lenz

## Legge di induzione di Faraday

Si ha una f.e.m. indotta in un circuito immerso in un campo magnetico, quando varia il numero di linee di forza del campo che attraversano il circuito.

## Legge di Lenz

La corrente indotta ha verso tale che il campo magnetico da essa generato si oppone alla variazione del campo magnetico che l'ha indotta.



## Legge di Faraday-Lenz (2)

### Esempio

Una barra magnetica viene avvicinata rapidamente ad una bobina circolare con 40 avvolgimenti di raggio 3.05 cm. Mentre il magnete si muove, il valore medio di B attraverso la superficie della bobina cresce da 0.0125 T a 0.450 T in 0.25 s. Assumendo che la resistenza della bobina sia 3.55  $\Omega$ , calcolare la f.e.m. e la corrente indotta nella bobina.

Calcoliamo i valori iniziali e finali del flusso magnetico attraverso la bobina:

$$\Phi_{\text{iniziale}} = B_{\text{iniziale}} A = B_{\text{iniziale}} N \pi r^2 = 0.0125 \cdot 40 \cdot \pi (0.0305)^2 = 1.46 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2$$

$$\Phi_{\text{finale}} = B_{\text{finale}} A = B_{\text{finale}} N \pi r^2 = 0.450 \cdot 40 \cdot \pi (0.0305)^2 = 5.26 \cdot 10^{-2} \text{ Tm}^2$$

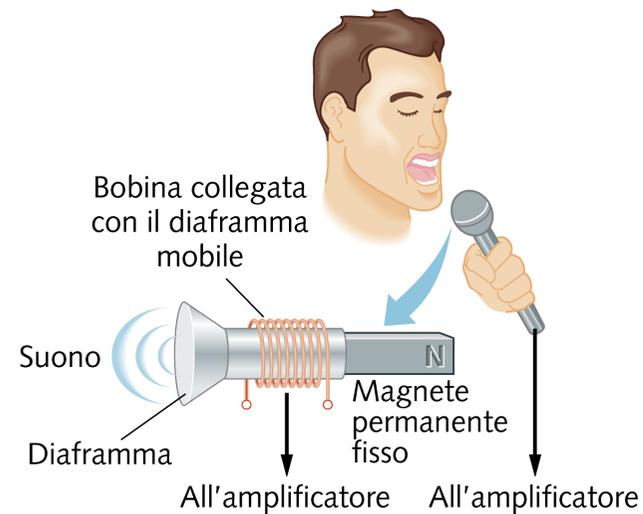
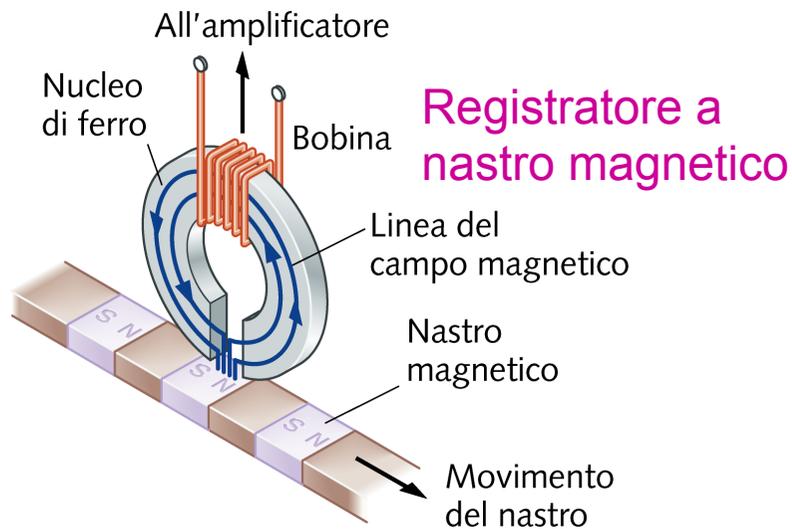
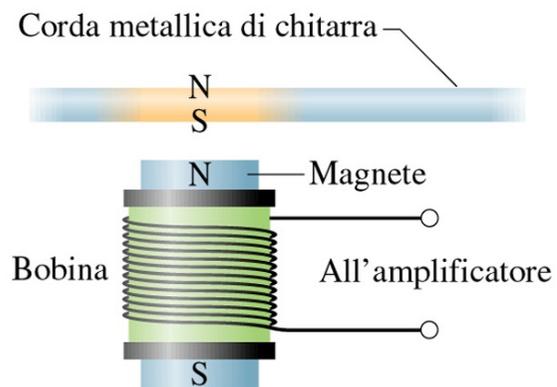
Applicando la legge di Faraday si trova:

$$|\varepsilon| = \left| \frac{\Delta \Phi(B)}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Phi_{\text{finale}} - \Phi_{\text{iniziale}}}{t_{\text{finale}} - t_{\text{iniziale}}} \right| = \frac{5.26 \cdot 10^{-2} - 1.46 \cdot 10^{-3}}{0.25} = 0.205 \text{ V}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0.205}{3.55} \text{ A} = 0.0577 \text{ A}$$

# Applicazioni della legge di Faraday

## Pickup di una chitarra elettrica



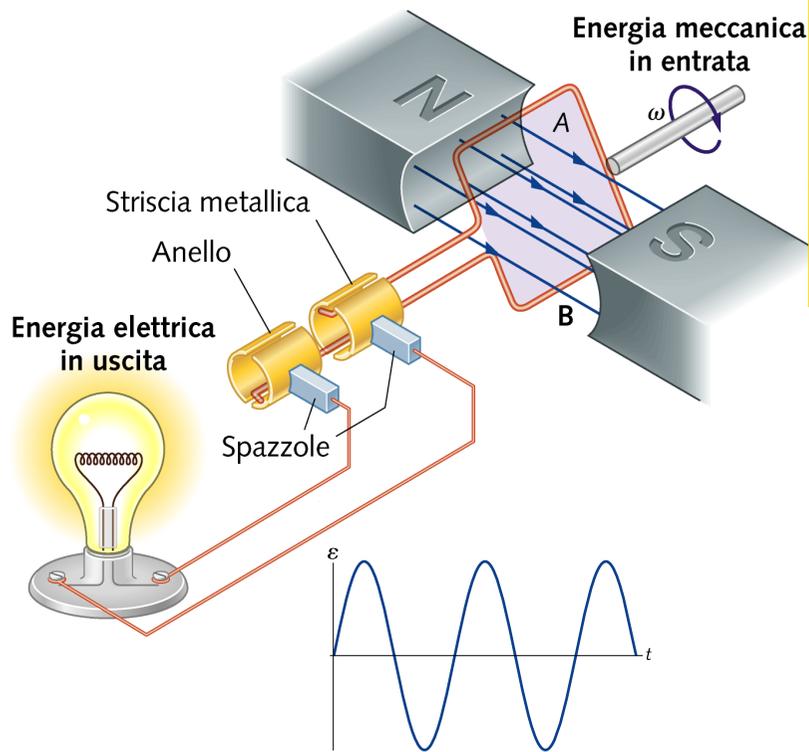
## Microfono dinamico

e ancora:

- sismografi
- dispositivi antifurto
- rilevatori di movimento

...

# Generatore e motore elettrico

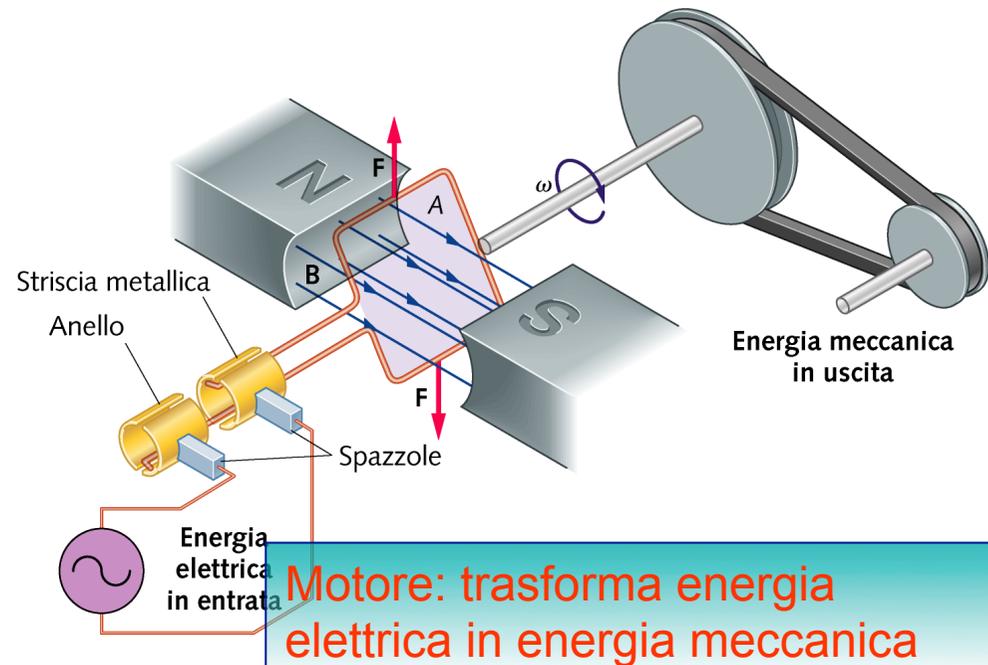


Se  $\omega$  è costante  $\Rightarrow$   
generatore di corrente  
alternata (*alternatore*)

**Generatore: trasforma energia meccanica in energia elettrica**

Energia meccanica in entrata:

- caduta dell' acqua (centrali idroelettriche)
- espansione del vapore (centrali termoelettriche)
- motore a scoppio (gruppo elettrogeno)

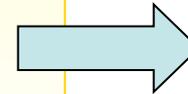


**Motore: trasforma energia elettrica in energia meccanica**

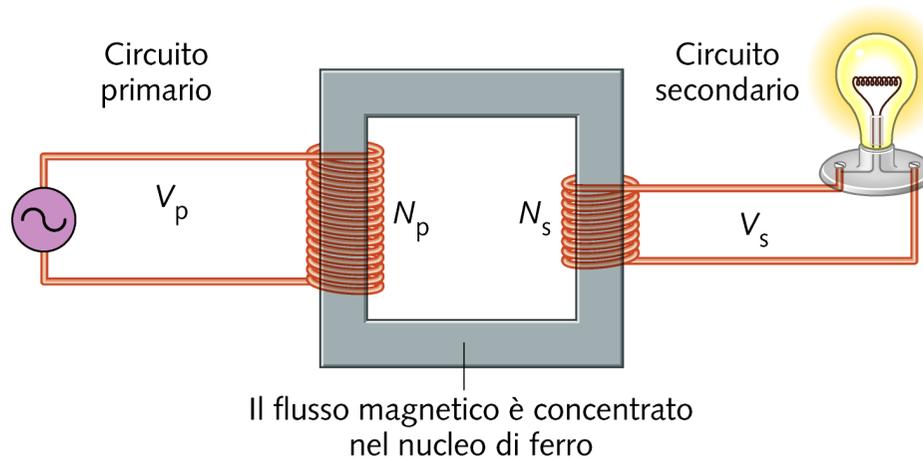
# Il trasformatore

Dispositivi elettrici che funzionano a tensioni diverse:

- linee alta tensione (380000 V)
- rete elettrica domestica (220V)
- elettrodomestici, dispositivi elettronici (5÷12V)
- tubo catodico di un televisore (15000 V)



Trasformatore  
di tensione



$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p}$$

La corrente prodotta dalle centrali elettriche è trasportata sui luoghi di utilizzo con linee ad alta tensione. L'innalzamento di tensione (e quindi, dall'equazione del trasformatore, la diminuzione di corrente) permette di ridurre la potenza dissipata sulla linea.