



UNIVERSITÀ
DI SIENA
1240

DIPARTIMENTO DI SCIENZE FISICHE, DELLA TERRA E DELL'AMBIENTE
Corso di Laurea in Fisica e Tecnologie Avanzate

SVILUPPO DI UN ALGORITMO BASATO SU HOUGH TRANSFORM
PER LA RICOSTRUZIONE DI TRACCE DI PARTICELLE CARICHE
NELL'ESPERIMENTO CALET

Relatore:

Dott. Paolo Maestro

Tesi di laurea di:

Roberto Gambelli

Anno Accademico 2018-2019

*E tu certo comprendi
il perché delle cose, e vedi il frutto
del mattin, della sera,
del tacito, infinito andar del tempo.*

Indice

Introduzione	1
1 I raggi cosmici	3
1.1 Cenni storici	3
1.2 Spettro energetico e composizione	4
1.3 Meccanismi di accelerazione	7
1.3.1 Meccanismo di Fermi del II ordine	8
1.3.2 Meccanismo di Fermi del I Ordine	10
1.4 Propagazione dei raggi cosmici	12
1.4.1 Modello Leaky-Box	12
1.4.2 Rapporto secondari su primari nei raggi cosmici	14
1.5 Composizione chimico-fisica delle sorgenti di raggi cosmici	17
2 CALorimetric Electron Telescope	20
2.1 Sciami elettromagnetici e adronici	20
2.1.1 Calorimetria	20
2.1.2 Sciami elettromagnetici	21
2.1.3 Sciami adronici	24
2.2 Strumento CALET	27
2.2.1 Calorimetro	28
2.2.2 Charge Detector (CHD)	29
2.2.3 Imaging Calorimeter (IMC)	29
2.2.4 Total Absorption Calorimeter (TASC)	30
2.3 Risultati di CALET	32

2.3.1	Spettro degli elettroni	32
2.3.2	Spettro di protoni e nuclei pesanti	33
2.3.3	Osservazione di raggi gamma	36
3	Hough Transform	38
3.0.1	Problema della visione	38
3.1	Trasformata di Hough	39
3.2	Toy-Monte Carlo (MC)	42
3.2.1	Descrizione del programma	42
3.2.2	Risultati	44
4	Analisi dei dati delle simulazioni di CALET	47
4.1	Monte Carlo di CALET	47
4.2	Programma di ricostruzione con HT	48
4.3	Analisi dati	49
4.3.1	Studio 1: variazione delle dimensioni dei pixel nello spazio dei parametri	50
4.3.2	Studio 2: precisione della ricostruzione in funzione dell'energia	61
4.3.3	Studio 3: particelle interagenti e non interagenti	69
5	Dati di volo	77
5.1	Analisi dei dati di volo	77
5.1.1	Selezione dei protoni	77
5.1.2	HT applicata ai dati di volo	80
5.1.3	Confronto fra dati di volo e simulazioni	82
6	Conclusioni	85
A	Interazione radiazione-materia	86
A.1	Interazioni di particelle cariche	86
A.1.1	Particelle cariche pesanti: equazione di Bethe-Bloch	87
A.1.2	Elettroni e Positroni	90
A.2	Interazione dei fotoni	92
B	Il tracciamento con Kalman filter in CALET	94

Introduzione

Dalla scoperta di quella che, all'inizio, venne chiamata "radiazione invisibile e penetrante", sono stati compiuti notevoli progressi nella comprensione dell'origine e della composizione dei raggi cosmici. Ne parlò per la prima volta, in un articolo del 1912 [1], il fisico Victor Hess che, grazie a questa scoperta, vinse il premio Nobel nel 1936. In maniera indipendente anche Domenico Pacini giunse alle stesse conclusioni di Hess in un articolo [2] in cui descrive i suoi esperimenti eseguiti in mare a Livorno scrivendo:

"Le osservazioni eseguite sul mare nel 1910 mi conducevano a concludere che una parte non trascurabile della radiazione penetrante che si riscontra nell'aria, avesse origine indipendente dall'azione diretta delle sostanze attive contenute negli strati superiori della crosta terrestre".

Passi avanti vennero fatti anche grazie allo sviluppo della appena nata Meccanica Quantistica e della Fisica Nucleare oltre che all'intuizione di Jacob Clay, fisico olandese che, nel suo ritorno a casa dall'Indonesia, misurando la radiazione cosmica, ne notò un aumento di flusso all'allontanarsi dall'equatore; questo lo portò a pensare che i raggi cosmici fossero composti da particelle cariche che interagiscono con il campo magnetico terrestre e non da radiazione elettromagnetica [3].

Oggi l'obiettivo dello studio diretto dei raggi cosmici (cioè fatto utilizzando strumenti lanciati nella stratosfera o nello spazio) è far luce, attraverso la misura degli spettri energetici dei singoli elementi e delle loro abbondanze, sulla loro origine e sui meccanismi di accelerazione nelle sorgenti astrofisiche e di propagazione nella Galassia.

Per spingere la rivelazione diretta dei raggi cosmici fino ad energie di centinaia di TeV, sono necessari strumenti calorimetrici che misurano l'energia depositata dagli sciami di particelle originati in essi dai raggi cosmici, corredati da rivelatori che ne misurano con precisione la carica e la direzione di arrivo. L'esperimento CALET (CALorimetric Electron Telescope), in

cui è coinvolto un gruppo di ricerca del DSFTA, ha queste caratteristiche ed è in funzione dall'agosto 2015 sulla Stazione Spaziale Internazionale.

Il lavoro della presente tesi riguarda lo sviluppo di un algoritmo originale basato sulla trasformata di Hough (HT) per il tracciamento delle particelle nel calorimetro a tungsteno e fibre scintillanti di CALET. La difficoltà del problema è legata alla ricostruzione e identificazione della traccia del raggio cosmico primario in un fondo di tracce di particelle secondarie originate dallo sciame nel calorimetro omogeneo a cristalli.

Nel programma di ricostruzione ufficiale di CALET è utilizzato un metodo ricorsivo basato su un Kalman filter combinatorio (descritto in appendice B). La Hough Transform (HT) è invece una tecnica globale utilizzata per il riconoscimento e l'estrazione di forme da immagini digitali e qui adattata per ricercare la direzione di arrivo dei raggi cosmici nel rivelatore.

Nella tesi sono descritti l'algoritmo sviluppato e i risultati preliminari ottenuti analizzando campioni di dati simulati e di volo di CALET, confrontandoli con quelli della ricostruzione ufficiale.

L'organizzazione della tesi è riportata di seguito.

Il capitolo 1 fornisce una breve introduzione ai raggi cosmici: sono descritti la legge di potenza che descrive il flusso di particelle in funzione dell'energia, il meccanismo di accelerazione di Fermi, il modello Leaky Box di propagazione dei raggi cosmici nella Galassia e la loro composizione chimica.

Nel capitolo 2 è descritto, dopo una sintesi sulla calorimetria in fisica delle particelle, lo strumento CALET e i principali risultati pubblicati finora dalla collaborazione.

Il capitolo 3 spiega la teoria della Hough Transform (HT) e descrive il programma toy-Monte Carlo (MC) che ho sviluppato e la relativa analisi dati.

Il capitolo 4 descrive le modifiche effettuate al programma per leggere i dati del MC ufficiale di CALET e gli studi eseguiti per stimare l'efficienza di ricostruzione del metodo di tracciamento basato su HT e la risoluzione spaziale e angolare che permette di ottenere.

Il capitolo 5 mostra alcuni studi preliminari effettuati su un piccolo campione dei dati di volo di CALET.

Capitolo 1

I raggi cosmici

1.1 Cenni storici

I raggi cosmici sono particelle subatomiche di alta velocità distribuite in tutto lo spazio e, al giorno d'oggi, sappiamo che la Terra ne è costantemente bombardata.

La loro scoperta, ad opera del fisico austriaco Victor Franz Hess nel 1912, scaturì dai tentativi di voler spiegare lo strano comportamento degli strumenti utilizzati per studiare raggi X, radioattività ed elettromagnetismo come, ad esempio, gli elettroscopi, che si scaricavano spontaneamente anche se isolati. Ciò andava a dimostrare l'esistenza di *radiazione ionizzante* di origine extraterrestre.

Solo grazie ad un esperimento dello stesso Hess, che portò un elettroscopio ad alta quota (circa 5300 m) tramite una mongolfiera, si poté constatare un aumento di ionizzazione nell'atmosfera fino a tre volte maggiore che sul livello del mare. Hess la descrisse come una radiazione misteriosa e ultrapenetrante proveniente da sorgenti non terrestri [1] [2].

La scoperta fece vincere il premio nobel ad Hess nel 1936.

Benché all'inizio l'idea era quella che si trattasse di radiazione elettromagnetica di altissima energia, si scoprì successivamente la natura *particellare* del fenomeno.

Esperimenti del fisico Jacob Clay mostrarono che la radiazione incidente diminuisce quando i rivelatori si trovano all'equatore o in sua prossimità; ciò dimostrò la presenza di particelle cariche che interagiscono con il campo magnetico terrestre [3].

Oggi sappiamo che il 99% di queste particelle è costituito da protoni e nuclei, e solo l'1% da elettroni e tracce di antimateria (positroni e antiprotoni). Della prima componente, i protoni

sono i più abbondanti di tutti i nuclei e rappresentano una frazione pari a circa l'87% del totale. Il resto è costituito principalmente da nuclei di He (12%) e altri nuclei leggeri (1%). Tale composizione riflette, in parte, l'abbondanza relativa degli elementi dell'universo, mentre alcune eccezioni hanno notevole interesse in ambito astrofisico. Quando i *raggi cosmici primari* (chiamati semplicemente *primari*) urtano contro molecole dell'atmosfera, si generano sciami chiamati *secondari* formati da una moltitudine di altre particelle e atomi.

1.2 Spettro energetico e composizione

Dagli anni '60 si ebbero notevoli sviluppi nel campo della fisica astro-particellare in quanto ci fu la possibilità di mandare in orbita satelliti per la rivelazione diretta dei fasci primari e la misura delle loro energie.

Grazie a numerosi esperimenti, oggi sappiamo che i raggi cosmici coprono uno spettro energetico compreso tra i 10^9 e 10^{21} eV, la cui intensità segue una legge di potenza del tipo:

$$\frac{dN}{dE} = kE^{-\gamma} \quad (1.1)$$

dove k è una costante e γ è detto indice spettrale.

Sperimentalmente, si osserva che l'intensità dei raggi cosmici diminuisce, all'aumentare dell'energia, di oltre 30 ordini di grandezza. L'andamento della legge di potenza è mostrato nel grafico 1.1 in cui si possono distinguere tre regioni di flusso dei raggi cosmici in funzione della loro energia. La parte su sfondo giallo indica che le particelle sono di origine solare, la parte su sfondo azzurro di origine galattica, la parte di più alta energia di origine extragalattica. Si possono distinguere inoltre tre regioni con differente indice spettrale:

- regione al di sotto del *knee* ($E \leq 4 \cdot 10^{15}$ eV) in cui $\gamma \approx 2.7$;
- regione compresa tra *knee* e *ankle* (con $10^{15} < E \leq 10^{19}$ eV) in cui $\gamma \approx 3$;
- regione al di sopra del *ankle* (per $E > 10^{19}$ eV) in cui $\gamma \approx 2.6$.

dove con *knee* ("ginocchio", a 4.5 PeV) e *ankle* ("caviglia", $\sim 10^{19}$ eV) si indicano le energie in cui sono visibili strutture nello spettro dei raggi cosmici che delimitano le regioni a diverso indice spettrale.

Come si può vedere diventa molto complicato andare a rivelare particelle con energie molto alte perché l'intensità del flusso diminuisce molto rapidamente (a circa 10^{19} eV, corrispondente a 16 J, si ha 1 particella al km^2 per anno).

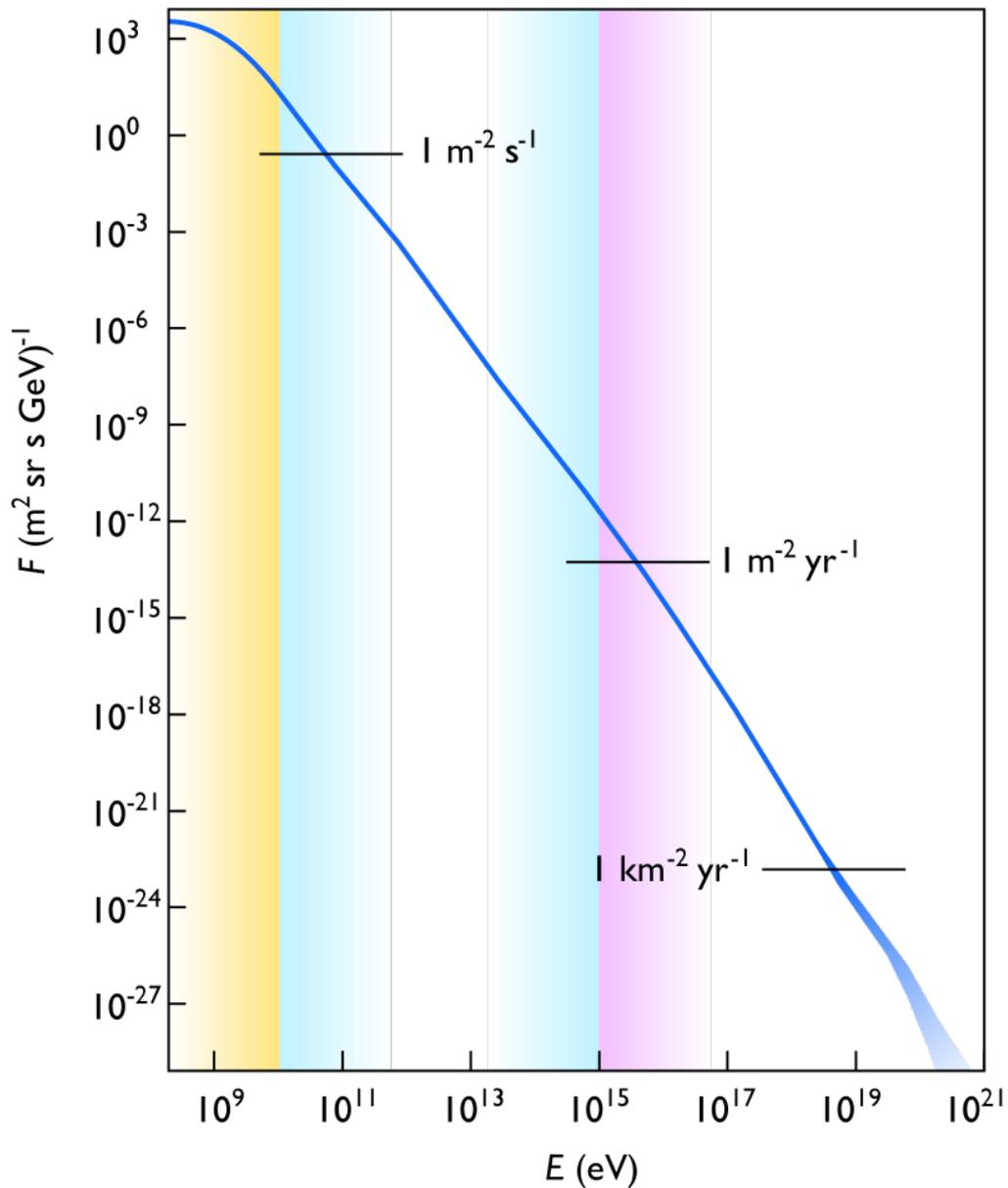


Figura 1.1: Spettro energetico dei raggi cosmici. La zona evidenziata in giallo indica i raggi cosmici di origine solare, quella azzurra di origine galattica, quella viola-bianca di origine extra-galattica.

A causa della significativa riduzione del flusso, per raggi cosmici di energia $> 10^{15}$ eV non possono essere utilizzati rivelatori spaziali. Occorrono infatti superfici molto estese per avere una buona efficienza di rivelazione con conseguente aumento dei costi delle missioni spaziali e

su pallone, in cui i vincoli riguardanti il peso e le dimensioni degli strumenti, nonché i periodi limitati di osservazione (soprattutto per i palloni), limitano la statistica raccolta.

Per contro le misure dirette hanno una migliore risoluzione in energia e quelle spaziali un più accurato controllo degli errori sistematici rispetto alle misure indirette a terra.

Quindi per misurare raggi cosmici ad energie superiori ai 10^{15} eV si ricorre a strumenti a terra, cioè sfruttare apparati molto estesi che rivelano i vasti sciame di particelle secondarie (denominati Extensive Air Showers, EAS), generati dall'interazione dei raggi cosmici con l'atmosfera, al fine di ottenere informazioni su di essi. Le tecniche indirette possono raggiungere energie rilevate fino a 10^{20} eV.

Per contro tali esperimenti non riescono a identificare direttamente le particelle in arrivo e la loro natura deve essere dedotta dalle caratteristiche dello sciame di *secondari* generato. Questo implica l'utilizzo di *simulazioni Monte Carlo* per parametrizzare e simulare lo sciame atmosferico, comportando grandi incertezze sistematiche.

Altra questione fondamentale nello studio dei raggi cosmici è misurare la loro composizione chimica, cioè l'abbondanza relativa degli elementi di cui sono composti.

Nel grafico 1.2 è mostrato il confronto tra la composizione chimica dei raggi cosmici e l'abbondanza degli elementi nel sistema solare (ricavata da misure sull'eliosfera e su meteoriti). A prima vista sembra che le abbondanze relative siano molto simili tra raggi cosmici e sistema solare, ma si notano alcuni dettagli interessanti:

- presenza di picchi in corrispondenza degli elementi C N O e del Fe;
- *effetto pari-dispari*; gli elementi con numero atomico pari sono più abbondanti rispetto a quelli, adiacenti, con numero atomico dispari;
- non tutti gli elementi presenti nei raggi cosmici hanno abbondanze relative maggiori od uguali a quelle nel sistema solare: l'Idrogeno (H) e l'Elio (He) sono, infatti, presenti in quantità minore nei raggi cosmici. Una possibile spiegazione è che questi nuclei siano più difficili da ionizzare (e quindi da accelerare) rispetto a nuclei più pesanti;
- maggiore abbondanza nei raggi cosmici degli elementi Li, Be, B e Sc, Ti, V, Cr, Mn che sono rari nel sistema solare. Ciò si spiega con l'interazione dei raggi cosmici *primari* con il mezzo interstellare. Questo processo si chiama *spallazione* e causa la frammentazione

dei *primari* (come C, O, Mg, Si, Fe) in elementi secondari aumentandone l'abbondanza [4].

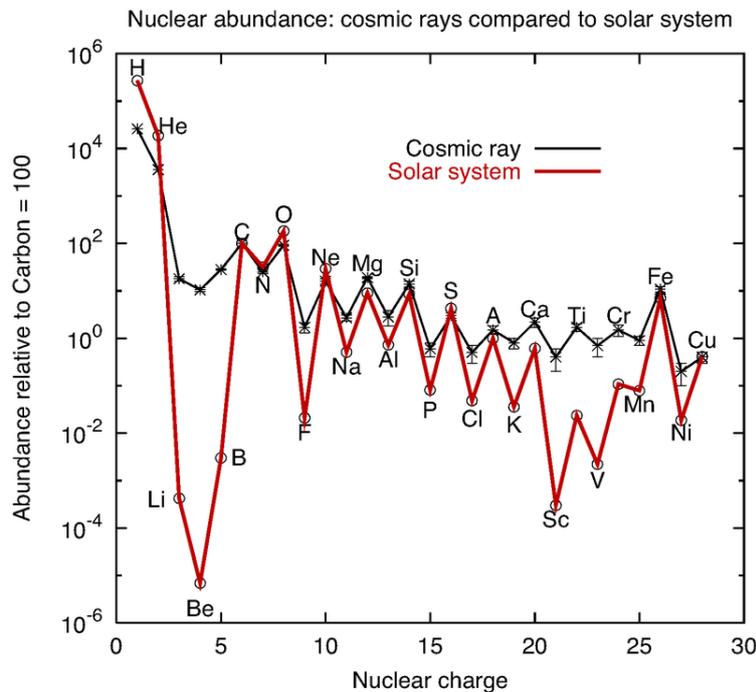


Figura 1.2: Confronto fra le abbondanze relative degli elementi nei raggi cosmici e quelle tipiche del sistema solare [5].

1.3 Meccanismi di accelerazione

Lo studio dei raggi cosmici è importante per ottenere informazioni sulla loro origine, sulle sorgenti astrofisiche che li producono, sui meccanismi di accelerazione che li portano ad avere energie così elevate, e sulla loro propagazione nel mezzo interstellare.

Una teoria completa e coerente dei raggi cosmici deve:

- dimostrare la legge di potenza e dello spettro energetico 1.1;
- spiegare l'ampio intervallo di energia (fino a 10^{20} eV) osservato;
- riprodurre le abbondanze chimiche osservate;
- utilizzare sorgenti astrofisiche capaci di fornire la densità di energia stimata (~ 1 eV/cm³) della radiazione cosmica nella galassia.

1.3.1 Meccanismo di Fermi del II ordine

Nel 1949 Enrico Fermi propose un meccanismo stocastico di accelerazione delle particelle attraverso la collisione con nuvole di gas magnetizzato.

Chiamiamo ΔE l'energia acquisita con l'urto e assumiamo che sia proporzionale all'energia iniziale E_0 della particella: $\Delta E = \alpha \cdot E_0$ dove α rappresenta la frazione di energia guadagnata nel singolo urto. Questo significa che dopo n urti l'energia della particella è:

$$E = E_0(1 + \alpha)^n \quad (1.2)$$

da cui è possibile ricavare il numero n di collisioni necessarie affinché la particella acquisisca l'energia E

$$n = \frac{\ln\left(\frac{E}{E_0}\right)}{\ln(1 + \alpha)} \quad (1.3)$$

Si introducono inoltre:

- P_{esc} , la probabilità di uscita dal gas della particella dopo il singolo urto.
- $(1 - P_{esc})^n$, probabilità che la particella rimanga all'interno della regione dopo n urti.

Il numero N di particelle aventi energia maggiore o uguale ad E dopo n urti sarà quindi:

$$N \propto \sum_{i=n}^{\infty} (1 - P_{esc})^i = \frac{(1 - P_{esc})^n}{P_{esc}} \quad (1.4)$$

e inserendo il valore di n ricavato nella 1.3 si trova:

$$N \propto \frac{1}{P_{esc}} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\eta} \quad (1.5)$$

dove η è definito come:

$$\eta = \frac{\ln\left(\frac{1}{1 - P_{esc}}\right)}{\ln(1 + \alpha)} \quad (1.6)$$

e per $P_{esc} \ll 1$, $\alpha \ll 1$

$$\eta \simeq \frac{P_{esc}}{\alpha} \quad (1.7)$$

Differenziando il numero di particelle N della 1.5 rispetto all'energia E si trova uno spettro a legge di potenza

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\eta-1} \quad (1.8)$$

in accordo con l'andamento dello spettro energetico misurato.

Per ricavare α , si possono analizzare in termini cinematici le collisioni tra le particelle dei raggi cosmici e la nuvola di gas magnetizzato che si muove con velocità β_n , rispetto ad un osservatore O. Consideriamo una particella di energia E_i e impulso \vec{p}_i misurati rispetto al sistema di riferimento solidale alla nuvola di plasma. Sia θ l'angolo formato fra \vec{p}_i e β_n , che assumiamo diretta lungo l'asse x . Applichiamo le trasformazioni di Lorentz per ricavare energia E'_i e impulso \vec{p}'_i della particella nel riferimento di O

$$\begin{cases} E'_i = \gamma_n(E_i + \beta_n p_i \cos \theta) \\ p'_i \cos \theta' = \gamma_n(p_i \cos \theta + \beta_n E_i) \\ p'_i \sin \theta' = p_i \sin \theta \end{cases} \quad (1.9)$$

dove θ' è l'angolo formato fra \vec{p}'_i e β_n .

Se consideriamo una collisione elastica fra la particella e la nuvola di gas, per la conservazione di energia e impulso nel riferimento O si ha

$$\begin{cases} E'_f = E'_i \\ p'_f \cos \theta' = -p'_i \cos \theta' \end{cases} \quad (1.10)$$

dove l'indice f indica le grandezze nello stato finale dopo l'urto, e l'angolo di scattering è uguale all'angolo di incidenza perché la massa della nuvola è molto maggiore della massa della particella. Possiamo ora utilizzare la trasformata di Lorentz inversa per ricavare l'energia finale E_f della particella nel sistema solidale alla nuvola

$$E_f = \gamma_n(E'_f - \beta_n p'_f \cos \theta') = \gamma_n(E'_i + \beta_n p'_i \cos \theta') \quad (1.11)$$

Sostituendo in questa ultima espressione le equazioni 1.9, si ottiene

$$E_f = \gamma_n^2(E_i + 2\beta_n p_i \cos \theta + E_i \beta_n^2) \quad (1.12)$$

Con l'approssimazione $\beta_n \ll 1$ e $\gamma_n^2 \approx 1 + \beta_n^2$, troviamo l'incremento di energia dovuto alla collisione particella-nuvola magnetica

$$\frac{\Delta E}{E_i} = \frac{E_f - E_i}{E_i} \approx 2\beta_n^2 + 2\beta_n \beta_i \cos \theta \approx 2\beta_n^2 + 2\beta_n \cos \theta \quad (1.13)$$

dove $\beta_i = p_i/E_i \sim 1$ è la velocità iniziale della particella e si sono trascurati i termini di ordine superiore a β_n^2 . L'equazione 1.13 può assumere sia valori negativi che positivi a seconda del valore di θ , il che significa che le particelle possono sia acquistare energia che perderla. Questo dipende se lo scattering avviene, rispettivamente, in avanti (head-on) o all'indietro (tail-on). La probabilità di scattering lungo una determinata direzione è proporzionale alla velocità relativa in quella direzione:

$$P(x) = Av_{rel} = A \frac{\beta_n x + \beta_i}{1 + \beta_n^2 \beta_i x} \xrightarrow{\beta_i \sim 1, \beta_n \ll 1} A(1 + \beta_n x) \quad (1.14)$$

dove $\cos \theta = x$. La costante A si trova dalla condizione di normalizzazione

$$\int_{-1}^1 P(x) dx = 1$$

ed è $A = \frac{1}{2}$.

Il valore della frazione media di energia scambiata è quindi

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E_i} \right\rangle = \int_{-1}^1 P(x)(2\beta_n^2 + 2\beta_n x) dx = \frac{8}{3}\beta_n^2 \quad (1.15)$$

Il motivo per cui è più probabile che l'energia media scambiata aumenti è che le collisioni in avanti sono più frequenti (quindi probabili) delle collisioni all'indietro.

Fermi si accorse che, sebbene tale modello sia in grado di spiegare la legge di potenza dello spettro differenziale dei raggi cosmici, il guadagno di energia ΔE , proporzionale al quadrato della velocità della nube di gas β_n , rappresenta un processo troppo lento e inefficiente per spiegare le accelerazioni fino ad alte energie [6].

1.3.2 Meccanismo di Fermi del I Ordine

L'idea di Fermi è stata modificata per descrivere un meccanismo più potente di accelerazione basato sulla propagazione supersonica delle onde d'urto dovute alle esplosioni di

supernovae nel mezzo interstellare [7].

Consideriamo una particella relativistica con $E \sim p$ che si muove nella regione di plasma (upstream) non ancora raggiunta dall'onda d'urto. Quando la particella attraversa il fronte d'onda entra nella regione (downstream) del plasma già investita dall'onda d'urto. La sua energia nel riferimento solidale a questa regione è

$$E_d = \gamma E(1 + \beta \cos \theta) \quad (1.16)$$

dove $0 < \cos \theta < 1$ è l'angolo di incidenza con il fronte d'onda e $\beta = u_1 - u_2$ la velocità relativa del plasma upstream rispetto a quello downstream.

Nella regione downstream la particella è diffusa e successivamente può riattraversare il fronte d'onda dello shock con un angolo di incidenza θ_1 ($-1 < \cos \theta_1 < 0$) e ritornare nella regione upstream in cui la sua energia sarà:

$$E_u = \gamma E_d - \beta E_d \gamma \cos \theta_1 = \gamma^2 E (1 + \beta \cos \theta)(1 - \beta \cos \theta_1) \quad (1.17)$$

La diffusione isotropizza la distribuzione di velocità delle particelle; quindi il loro flusso totale è:

$$\Phi = \int \frac{N}{4\pi} v \cos \theta d\Omega = \frac{Nv}{4} \quad (1.18)$$

e possiamo definire la probabilità di scattering come

$$P(x)dx = \frac{Nvx}{\Phi} dx = 2x dx \quad (1.19)$$

dove è stato posto $\cos \theta = x$. Il guadagno di energia medio ad ogni attraversamento del fronte d'onda dello shock è dato da:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E_i} \right\rangle = \int_0^1 2x dx \int_{-1}^0 2x_1 [\gamma^2 (1 + \beta x)(1 - \beta x_1) - 1] dx_1 \approx \frac{4}{3} \beta \quad (1.20)$$

dove l'approssimazione è valida per particelle non relativistiche.

Si nota subito che, a differenza del meccanismo di Fermi di II ordine, in questo caso il guadagno energetico è lineare con β e non quadratico. Questo meccanismo riesce a spiegare l'accelerazione dei raggi cosmici fino ad energie dell'ordine di 10^{15} eV.

È stato mostrato in [7] che tale meccanismo di accelerazione da onda d'urto permette di calcolare un coefficiente $\eta \approx 1.1$, che inserito nell'equazione 1.8 predice uno spettro dei raggi cosmici alla sorgente (cioè prima della propagazione nel mezzo interstellare) con legge di potenza $E^{-2.1}$.

1.4 Propagazione dei raggi cosmici

Dopo il processo di accelerazione, i raggi cosmici si propagano nella galassia ed essendo particelle dotate di carica, risentono dei campi elettromagnetici presenti nello spazio interstellare. Esistono vari modelli che spiegano il modo di diffusione e propagazione dei raggi cosmici considerando i processi fisici a cui sono esposti nel cammino:

- diffusione in campi elettromagnetici galattici;
- scattering su irregolarità dei campi;
- reazioni di frammentazione dei nuclei negli urti con particelle di gas interstellare;
- eventuali processi di decadimento per nuclei radioattivi.

1.4.1 Modello Leaky-Box

Uno dei primi modelli (e più di successo) per descrivere il modo in cui i raggi cosmici si propagano è il *Leaky Box Model* (LBM). LBM è un modello concettualmente semplice che spiega come i raggi cosmici si diffondono nella galassia seguendo le linee dei campi magnetici e possono anche uscire da essa quando ne raggiungono i confini. Il modello si basa sulle seguenti ipotesi:

- la densità dei raggi cosmici, la distribuzione del mezzo interstellare e delle sorgenti di raggi cosmici nella galassia sono costanti e uniformi;
- la galassia è schematizzata come un cilindro di raggio circa 15 kpc (1 pc = 3.26 ly, ly = anno luce) e di altezza circa 300 - 500 pc;

- è presente un campo magnetico nella galassia di 3 - 6 μG in cui i raggi cosmici possono propagarsi liberamente seguendo le linee di forza del campo.

Una volta che i raggi cosmici arrivano al confine del cilindro, rimbalzano elasticamente ma, con una probabilità finita (proporzionale al momento delle particelle), possono oltrepassare questo confine e fuggire. Apportando alcune semplificazioni (come: propagazione stazionaria nel tempo, nuclei stabili di energia maggiore di una decina di GeV/amu) il LBM si riduce ad un sistema di equazioni tipo:

$$\frac{Q_i}{mn\beta c} - \frac{N_i}{\lambda_i} - \frac{N_i}{\lambda_{esc}} + \sum_{k>0} \frac{N_k}{\lambda_{k\rightarrow i}} = 0 \quad (1.21)$$

dove:

- Q_i è il numero di nuclei dell'elemento *i-esimo* prodotti dalla sorgente (per unità di tempo e di volume) con energie in un certo intervallo dello spettro;
- N_i è la densità di nuclei nello stesso intervallo energetico che si diffondono nel mezzo interstellare;
- λ_i è la *lunghezza di interazione* del nucleo *i-esimo* nel mezzo interstellare, cioè il cammino medio percorso dal nucleo *i* prima che si frammenti in seguito ad un urto anelastico con un protone del mezzo stesso;
- $\lambda_{k\rightarrow i}$ è la lunghezza di spallazione di nuclei più pesanti di tipo *k* con produzione di nuclei di tipo *i*;
- m è la massa dell'idrogeno, perchè il mezzo interstellare viene schematizzato come idrogeno gassoso con densità n ($\simeq 10^6 \text{ m}^{-3}$);
- βc è la velocità della particella.

$\lambda_{k\rightarrow i}$ si calcola essendo nota la sezione d'urto parziale di cambio-carica di un nucleo su protone:

$$\lambda_{k\rightarrow i} = \frac{m}{\sigma_{k\rightarrow i}} \quad (1.22)$$

mentre λ_i si calcola dalla sezione d'urto anelastico totale di un nucleo su protone:

$$\lambda_i = \frac{m}{\sigma_i}. \quad (1.23)$$

Il parametro libero λ_{esc} della 1.21:

$$\lambda_{esc} = mn\beta c\tau_{esc} \quad (1.24)$$

è detto *cammino libero medio di fuga* dei raggi cosmici e rappresenta la quantità di materia (in g/cm²) che in media viene attraversata dai raggi cosmici prima di fuggire dalla galassia. τ_{esc} è il tempo di fuga, cioè il tempo medio trascorso tra emissione e fuoriuscita dalla galassia dei raggi cosmici.

La soluzione del sistema di equazioni differenziali 1.21 fornisce le abbondanze relative dei nuclei primari e secondari. Questi ultimi non sono emessi dalla sorgente, per cui nelle corrispondenti equazioni si ha $Q_i = 0$. Facendo dei confronti tra LBM e misure sperimentali è possibile porre vincoli sui valori di λ_{esc} . Riscrivendo, per semplicità, il sistema 1.21 nel caso di due sole specie chimiche, una di nuclei primari P ed una di secondari S prodotti dalla spallazione dei P con il mezzo interstellare, si ha:

$$\frac{Q_P}{mn\beta c} - \frac{N_P}{\lambda_P} - \frac{N_P}{\lambda_{esc}} = 0 \quad (1.25)$$

$$-\frac{N_S}{\lambda_S} - \frac{N_S}{\lambda_{esc}} + \frac{N_P}{\lambda_{P \rightarrow S}} = 0 \quad (1.26)$$

dalla soluzione si ricava l'abbondanza relativa S/P :

$$\frac{S}{P} = \frac{N_S}{N_P} = \frac{\frac{\lambda_{esc}}{\lambda_{P \rightarrow S}}}{1 + \frac{\lambda_{esc}}{\lambda_S}} \xrightarrow{\lambda_S \gg \lambda_{esc}} \frac{\lambda_{esc}}{\lambda_{P \rightarrow S}} \quad (1.27)$$

Quindi se i nuclei secondari hanno una *lunghezza di interazione* (cammino medio percorso dal nucleo nel mezzo interstellare prima che esso si frammenti) molto maggiore del *cammino libero medio di fuga* (quantità media di materia attraversata prima di fuoriuscire dalla galassia), si ha che l'abbondanza relativa $S/P \propto \lambda_{esc}$.

1.4.2 Rapporto secondari su primari nei raggi cosmici

Dall'equazione 1.27 si deduce che misurando il rapporto S/P si può stimare la quantità di materia attraversata dai raggi cosmici fra l'istante della loro emissione e quello della rivelazione. Conoscendo la sezione d'urto dei processi di *spallazione* considerati e la densità del

mezzo interstellare, si risale alla quantità di materia che i raggi cosmici hanno attraversato per poter dare luogo alla composizione chimica di figura 1.2. Si trova che la quantità media di materia attraversata è $L_0 \approx 5 - 10 \text{ g/cm}^2$ e che corrisponde ad un cammino medio percorso nella galassia:

$$l \approx \frac{L_0}{n \cdot m} \approx 1 \text{ Mpc} \quad (1.28)$$

e da questo cammino medio si ricava il *tempo di confinamento* τ_{esc} nella galassia:

$$\tau_{esc} \approx \frac{l}{c} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ anni} \quad (1.29)$$

Risulta quindi che i raggi cosmici percorrono una distanza molto maggiore (fattore 10^3) dello spessore della galassia prima di essere rilevati sulla Terra o di fuoriuscire dal disco galattico. Inoltre i raggi cosmici rivelati sulla Terra non forniscono informazioni sulla loro sorgente di origine a causa del moto di diffusione nel campo magnetico galattico che cancella la loro direzione di emissione originaria.

Misure sperimentali mostrano un rapporto S/P non costante: c'è una decrescita all'aumentare dell'energia dei nuclei, come si può notare nel caso del rapporto tra Boro e Carbonio B/C in figura 1.3.

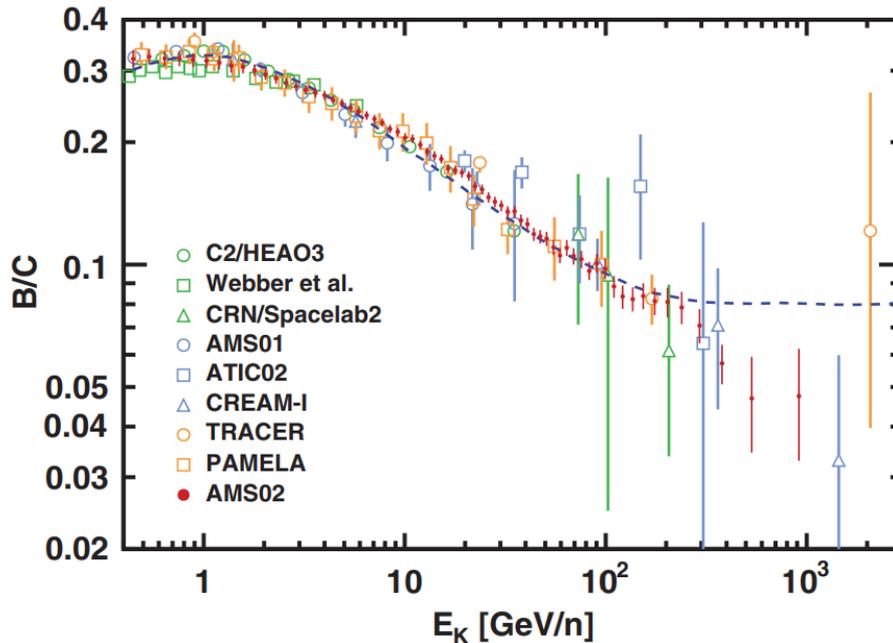


Figura 1.3: Rapporto fra Boro e Carbonio nei raggi cosmici in funzione dell'energia cinetica per nucleone. Le varie linee sono le previsioni con diversi modelli, i punti sono le misurazioni effettuate da vari esperimenti [8].

È possibile fare un fit alla dipendenza energetica S/P, per valori di energia dei raggi cosmici superiori ad alcuni GeV, con la funzione:

$$\frac{N_S}{N_P} \propto E^{-\delta} \quad (1.30)$$

Il fit alle misure combinate degli esperimenti più recenti, dà per δ un valore compreso fra 0.3 e 0.4. Dall'equazione 1.27 si trova quindi che anche il cammino libero medio di fuga

$$\lambda_{esc} \propto E^{-\delta} \quad (1.31)$$

Ciò indica che i raggi cosmici più energetici attraversano uno spessore minore di materiale e sfuggono prima dalla galassia.

Questo è spiegabile con il fatto che il *raggio di Larmor*, ovvero il raggio del moto circolare di una particella carica immersa in campo magnetico, diventa confrontabile con le dimensioni dello spessore del disco galattico, quindi diminuisce la probabilità del loro confinamento magnetico all'interno della galassia.

La relazione 1.30 spiega perchè lo spettro osservato sulla Terra è più ripido di quello alla sorgente, calcolato con il *meccanismo di Fermi*.

Infatti, indicando rispettivamente con Q_P e Q_S le densità dei raggi cosmici emessi dalla sorgente (P) e prodotti per spallazione (S) dei primari nel mezzo interstellare, dal *Leaky Box Model* si ottiene:

$$Q_P(E) = \frac{N_P(E)}{\tau_{esc}(E)} \quad (1.32)$$

$$Q_S(E) \propto N_P(E) \quad (1.33)$$

con N_P densità di nuclei primari di energia E che si propagano nella galassia. $\tau_{esc}(E)$ è il tempo di confinamento nella galassia e, tramite le equazioni 1.24 e 1.31, dipende dall'energia dei raggi cosmici come $E^{-\delta}$. Siccome lo spettro di primari $Q_P \propto E^{-\eta-1}$ (eq.1.8), si possono riscrivere le equazioni precedenti come:

$$N_P(E) \approx Q_P \cdot \tau_{esc}(E) \propto E^{-(\delta+\eta+1)} \quad (1.34)$$

$$N_S(E) \approx Q_S \cdot \tau_{esc}(E) \propto E^{-(2\delta+\eta+1)} \quad (1.35)$$

con N_S densità di nuclei secondari durante la propagazione nella galassia.

L'indice spettrale γ dei raggi cosmici primari misurati sulla Terra è quindi:

$$\gamma = \delta + \eta + 1 = 0.4 + 1.1 + 1 \simeq 2.5 \quad (1.36)$$

vicino all'indice spettrale misurato sperimentalmente (eq. 1.1). Lo spettro dei primari è quindi più ripido dello spettro di iniezione a causa della propagazione nella galassia. Lo spettro dei secondari sulla Terra risulta più ripido di quello dei primari con indice spettrale $\gamma \simeq 3$ (ricavabile dall' eq. 1.35).

1.5 Composizione chimico-fisica delle sorgenti di raggi cosmici

Dalle correzioni dei flussi nucleari misurati sulla Terra, dovuti agli effetti della propagazione nella galassia, si possono ottenere informazioni sulla composizione chimica delle sorgenti di raggi cosmici.

In particolare è stato notato che il rapporto tra le abbondanze di elementi nei raggi cosmici e quelle nel sistema solare, ha una dipendenza dalla temperatura di condesazione T_C [9].

Nei raggi cosmici (figura 1.4) troviamo una maggiore abbondanza di elementi refrattari, cioè elementi capaci di resistere per molto tempo a condizioni di temperatura elevata senza reagire chimicamente ($T_C > 1250$ K, esempio: Si, Ca, Fe e Sr), rispetto agli elementi volatili ($T_C < 850$ K, esempio: Ne, Ar, Ga e Se).

Si ipotizza quindi che siano diversi i meccanismi di accelerazione per le due diverse tipologie di nuclei. Un primo modello ipotizza che gli elementi refrattari siano immessi nel fronte d'onda d'urto generata dall'esplosione di una supernova per espulsione da granelli di polvere pre-accelerati; ciò comporta un'efficienza maggiore del meccanismo di accelerazione di questi nuclei rispetto a quelli volatili e ne spiegherebbe la maggiore abbondanza.

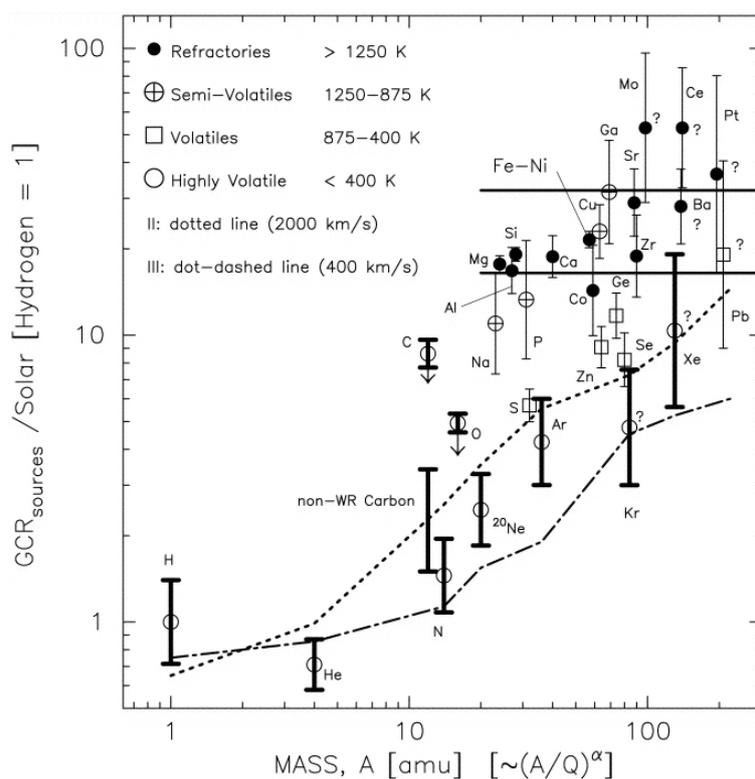


Figura 1.4: Rapporto tra abbondanze degli elementi (relative all'H) nelle sorgenti di raggi cosmici rispetto al sistema solare in funzione della temperatura di condensazione. Gli elementi volatili sono riportati in ordine di massa [9].

Gli esperimenti TIGER (Trans-Iron Galactic Element Recorder) e super-TIGER, strumenti su pallone che misurano le abbondanze relative degli *elementi trans-ferro* ($26 \leq Z \leq 38$), hanno acquisito importanti dati per la comprensione di tale fenomeno [10].

Le osservazioni di TIGER mostrano un rapporto fra abbondanze chimiche dei raggi cosmici e quelle stimate per una miscela all'80% di materia del sistema solare e 20% di materia emessa da stelle massive, che ha una diversa dipendenza dalla massa atomica A per elementi volatili ($\propto A$) e refrattari ($\propto A^{\frac{2}{3}}$).

Tale risultato (figura 1.5) supporta i modelli di origine dei raggi cosmici in cui gli elementi che originariamente sono agglomerati in granelli di polvere risultano più efficacemente accelerati rispetto ad elementi presenti allo stato gassoso.

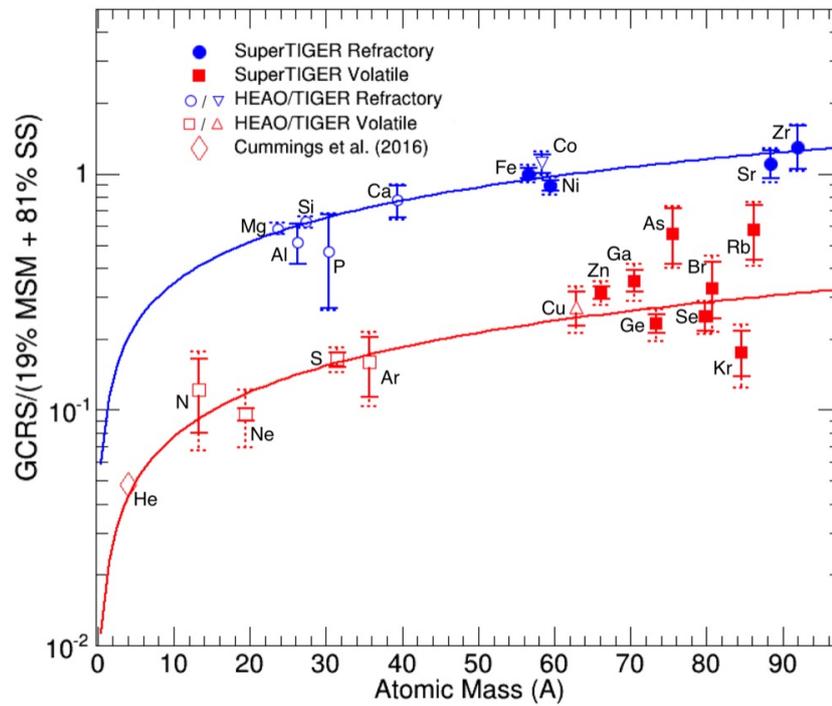


Figura 1.5: Rapporto tra abbondanze dei raggi cosmici e quelle di una miscela all'80% proveniente dal sistema solare e 20% fuoriuscito da stelle massive in funzione della massa atomica A. Si nota la diversa dipendenza tra elementi volatili e refrattari [11].

Capitolo 2

CALorimetric Electron Telescope

In questa sezione si andrà a descrivere lo strumento CALET, i suoi obiettivi e alcuni risultati ottenuti fino ad ora. Per una migliore comprensione del funzionamento dello strumento si ritiene utile fornire un breve riassunto delle proprietà di sciame elettromagnetici e adronici e delle tecniche calorimetriche di misura. Ulteriori dettagli sui processi coinvolti possono essere trovati in appendice A.

2.1 Sciami elettromagnetici e adronici

2.1.1 Calorimetria

I calorimetri sono strumenti per la misura dell'energia delle particelle. Essi sono costituiti da blocchi di materia con cui la particella incidente interagisce rilasciando in parte o tutta la sua energia. L'interazione e il deposito di energia avvengono, principalmente, con produzione di uno sciame di particelle secondarie di energia sempre più bassa. L'energia totale depositata è misurata come somma dei segnali (ad esempio luce di scintillazione) prodotti dai secondari dello sciame negli elementi attivi del calorimetro, e risulta proporzionale all'energia della particella incidente. I calorimetri possono essere segmentati sia longitudinalmente che lateralmente e questo li rende adatti a determinare sia il tipo di particella (dalla forma dello sciame) che la sua energia e direzione. Per permettere alla particella di depositare tutta la sua energia, il calorimetro deve essere costituito di materiale di elevata densità e spessore; siccome la profondità necessaria per fermare completamente la particella cresce logaritmicamente al crescere dell'energia, si ha la

possibilità di assemblare strumenti molto compatti anche per analizzare le alte energie.

Di fondamentale importanza è anche il contenimento laterale poiché l'energia della particella primaria si distribuisce nella moltitudine di particelle secondarie generate che si disperdono anche su angoli grandi rispetto alla direzione del primario. Come conseguenza il calorimetro deve essere correttamente dimensionato per evitare perdite laterali e longitudinali che portano ad un peggioramento di risoluzione energetica. Esistono diversi tipi di calorimetri [12]:

- *Calorimetri Elettromagnetici* usati per misurare le energie depositate da particelle che hanno principalmente interazioni elettromagnetiche con la materia: elettroni, positroni e fotoni.
- *Calorimetri Adronici* per misurare gli sciame prodotti da adroni (protoni, pioni, nuclei).
- *Calorimetri Omogenei* costituiti da un blocco unico e omogeneo di materiale sensibile, il cui vantaggio è quello di avere una ottima risoluzione in energia dato che tutto il volume è materiale sensibile.
- *Calorimetri a Campionamento* costituiti da strati di materiale sensibile alternati a strati di materiale assorbitore che accelera il processo di conversione, il cui vantaggio è di poter essere resi più compatti usando materiale denso negli strati assorbitori con il difetto di una peggiore risoluzione in energia.

2.1.2 Sciame elettromagnetici

Gli sciame elettromagnetici sono cascate di particelle prodotte dall'interazione dei fotoni e degli elettroni di alta energia nella materia. Come descritto in appendice A, ad energie maggiori di qualche decina di MeV, i meccanismi principali di perdita di energia sono le perdite radiative (bremsstrahlung) per gli elettroni e la produzione di coppie per i fotoni; i due fenomeni sono strettamente correlati e la lunghezza di radiazione X_0 costituisce per entrambi la scala naturale sulla quale essi si sviluppano. Per quanto segue risulterà evidente che X_0 è anche la lunghezza che caratterizza lo sviluppo degli sciame elettromagnetici. Quando un elettrone o un fotone di alta energia attraversano la materia, essi danno luogo a cascate di fotoni ed elettroni secondari prodotti alternativamente per bremsstrahlung e produzione di coppie. Ad ogni successiva interazione, si ha la produzione di un numero sempre più elevato

di particelle di energia via via più bassa fino a quando non si raggiunge l'energia critica E_c ; al di sotto di E_c cessa la moltiplicazione di particelle perché diventano predominanti gli altri meccanismi di perdita di energia: gli elettroni perdono energia per collisione mentre i fotoni perdono energia per scattering Compton ed effetto fotoelettrico fino a che lo sciame non si esaurisce completamente.

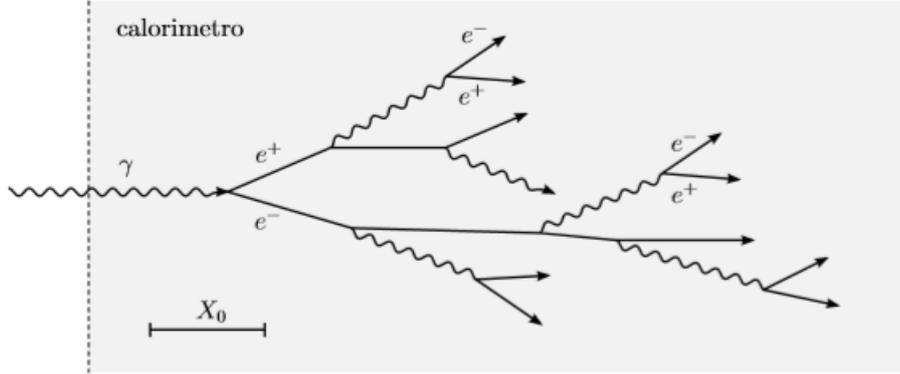


Figura 2.1: Andamento di uno sciame generato da un fotone incidente. Fotoni ed elettroni secondari sono prodotti alternativamente per bremsstrahlung e produzione di coppie.

Sviluppo Longitudinale

Per sviluppo longitudinale si intende l'andamento dei secondari nello sciame nella direzione parallela a quella della particella primaria incidente.

Prendendo come esempio la figura 2.1, un fotone che penetra nella materia produrrà una coppia elettrone-positrone dopo aver percorso una distanza di circa $1X_0$ (in realtà $\frac{9}{7}X_0$, A.12). A loro volta, l'elettrone e il positrone produrranno un fotone di bremsstrahlung dopo aver percorso, mediamente, una distanza di circa $1X_0$. In queste ipotesi estremamente semplici il numero di particelle totali (elettroni, positroni e fotoni) ad una profondità di k lunghezze di radiazione è $N(k) \approx 2^k$ e ciascuna di esse avrà un'energia media $E(k) \approx \frac{E_0}{N(k)}$ dove E_0 è l'energia iniziale della particella primaria. Il processo di moltiplicazione procede fintantoché $E > E_c$, da cui si ha che la profondità alla quale lo sciame raggiunge il suo sviluppo massimo è data da:

$$N(k_{max}) = \frac{E_0}{E_c} \Rightarrow k_{max} = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right)}{\ln 2} \quad (2.1)$$

Un metodo analitico più complesso, che prende in considerazione le diverse caratteristiche delle interazioni, si può trovare nell'articolo proposto da Bruno Rossi [13] che introduce quella

che chiama "Approssimazione B".

Sviluppo Laterale

Per sviluppo laterale si intende l'effetto di processi fisici che portano ad un allargamento dello sciame nella direzione ortogonale all'asse di propagazione della particella primaria. Il processo è a simmetria cilindrica.

I due processi fisici principali coinvolti nello sviluppo di uno sciame elettromagnetico, bremsstrahlung e produzione di coppie, producono un allargamento laterale caratteristico $\theta \sim m_e c^2 / E_s$ (E_s è l'energia dei fotoni e elettroni secondari); tuttavia si tratta di un effetto del tutto trascurabile in confronto all'allargamento dovuto ai processi di scattering multiplo nella materia.

Si identifica una struttura a due componenti: una componente centrale stretta e una componente periferica più larga. La parte centrale è dovuta principalmente agli effetti di scattering coulombiano multiplo da parte degli elettroni che non hanno abbastanza energia per irradiare fotoni, ma ne hanno per allontanarsi dall'asse. Questa componente scala secondo il raggio di Molière:

$$R_M = \frac{E_M}{E_c} X_0 \quad (2.2)$$

dove $E_M = \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} m_e c^2 = 21.2 \text{ MeV}$.

La parte periferica è dovuta principalmente alla propagazione dei fotoni di bassa energia, quindi, i processi dominanti sono effetto fotoelettrico e scattering Compton che generano elettroni secondari in direzioni non più allineate con l'asse del primario.

In generale, per descrivere l'allargamento di uno sciame elettromagnetico in un piano perpendicolare alla direzione del primario alla profondità k si usa spesso una parametrizzazione con due esponenziali, uno per ognuna delle due componenti:

$$f(x, k) = A \exp\left(-\frac{x}{b_1}\right) + B \exp\left(-\frac{x}{b_2}\right) \quad (2.3)$$

con x distanza dall'asse dello sciame; b_1, b_2 lunghezze di attenuazione laterale per le due componenti. Usualmente viene usato il raggio di Molière per valutare l'allargamento di una cascata elettromagnetica; questo perché il 95% del contenimento radiale R_e di uno sciame elettromagnetico si ha entro due raggi di Molière: $R_e(95\%) = 2R_M$.

2.1.3 Sciami adronici

Anche l'interazione di particelle adroniche nella materia produce sciami di particelle secondarie, ma i meccanismi di produzione sono molto più complessi rispetto al caso elettromagnetico poiché entrano in gioco processi di *interazione forte*. Siccome il problema è estremamente complesso, non esistono descrizioni analitiche per lo sviluppo degli sciami adronici; sono però possibili approcci quantitativi basati principalmente su simulazioni Monte Carlo. La moltiplicazione di particelle in una cascata adronica avviene a seguito di un'ampia varietà di interazioni anelastiche e processi nucleari che danno luogo a grandi fluttuazioni nella molteplicità e nell'energia depositata da ogni sciame. In una tipica interazione adronica circa metà dell'energia incidente è convertita nella produzione di particelle secondarie come ad esempio pioni carichi e neutri. I pioni neutri π_0 costituiscono una frazione importante dei secondari prodotti; essi decadono elettromagneticamente dando origine ad una cascata elettromagnetica. Di conseguenza uno sciame adronico è sempre accompagnato da una componente elettromagnetica; se si misura l'energia E del primario in GeV, il numero di π_0 prodotti è mediamente: $n_0 \approx 5 \ln E - 4.6$. La frazione di energia adronica depositata sotto forma di cascata elettromagnetica è, in media: $f_{em} \approx 1 - E^{-0.15}$. Oltre alla produzione di pioni neutri, il resto dell'energia viene depositata: per ionizzazione (tra 40 e 60%), generazione di neutroni (tra 10 e 15%), rottura nucleare e rinculo di frammenti nucleari (tra 30 e 45%) e produzione di fotoni (3%).

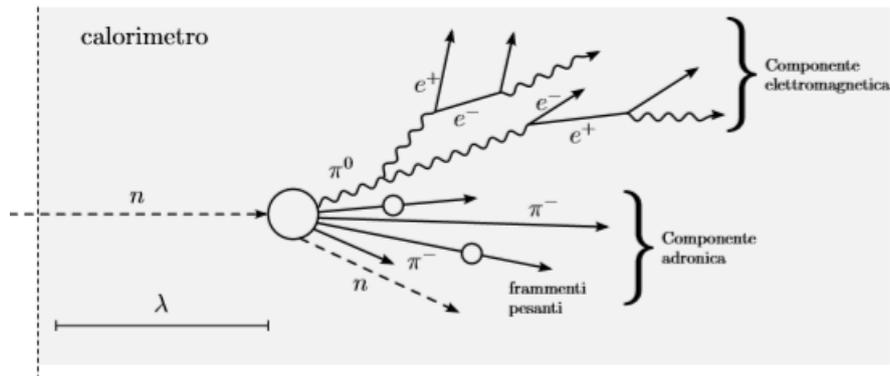


Figura 2.2: Andamento di una cascata adronica dovuta ad un neutrone incidente. I secondari sono prodotti da molte altre interazioni anelastiche e processi nucleari. Data l'elevata produzione di π_0 che decadono in due fotoni, uno sciame adronico è sempre accompagnato da una componente elettromagnetica.

Sviluppo Longitudinale

Lo sviluppo longitudinale dello sciame adronico è caratterizzato dalla *lunghezza di interazione nucleare* λ_I :

$$\lambda_I = \frac{A}{N_A \rho \sigma_{nA,anel}} \approx 35 \frac{A^{1/3}}{\rho} \text{ [cm]} \quad (2.4)$$

con $\sigma_{nA,anel}$ sezione d'urto anelastica su nucleo di peso atomico A per neutroni incidenti. Il valore di λ_I dipende poco dall'energia e dal tipo di particella incidente giustificando quindi la scelta di questa quantità per la misura della profondità delle cascate adroniche.

Nelle fasi iniziali dello sviluppo longitudinale, il profilo cresce rapidamente grazie anche al contributo della componente elettromagnetica; quindi, dopo il massimo, la cascata è dominata dalle interazioni adroniche e il profilo longitudinale decresce lentamente. Il massimo dello sciame si ha alla profondità (in unità di λ_I):

$$k_{max} \approx 0.2 \ln(E) + 0.7 \text{ } [\lambda_I] \quad (2.5)$$

Il 95% del contenimento longitudinale di uno sciame adronico si ha, mediamente, alla profondità :

$$L_h(95\%) \approx k_{max} + 2.5 \lambda_{att} \quad (2.6)$$

con $\lambda_{att} \propto E^{0.13}$ lunghezza di attenuazione che descrive il decadimento esponenziale della cascata oltre il massimo k_{max} .

Confrontando i valori di X_0 con λ_I , si nota che gli sciame adronici si esauriscono su lunghezze molto maggiori rispetto agli sciame elettromagnetici.

Materiale	X_0 (cm)	E_c (MeV)	R_M (cm)	$\frac{R_M}{X_0}$	λ_I (cm)
Be	35.28	113.70	6.60	0.19	42.10
Si	9.37	40.19	4.94	0.53	46.52
Al	8.90	42.70	4.42	0.50	39.70
Fe	1.76	21.68	1.72	0.98	16.77
BGO	1.12	10.50	2.26	2.02	22.32
Cu	1.44	19.42	1.57	1.09	15.32
W	0.35	7.97	0.93	2.66	9.95
Pb	0.56	7.43	1.60	2.86	17.59
U	0.32	6.65	1.00	3.13	11.03
PWO	0.89	9.64	1.96	2.20	20.27
PVT	42.54	94.11	9.59	0.23	78.80
PS	41.31	93.11	9.41	0.23	77.07

Figura 2.3: Valori di lunghezza di radiazione (X_0), raggio di Molière (R_M), energia critica (E_c) e lunghezza di interazione nucleare (λ_I) per alcuni materiali comunemente usati in calorimetria [14].

Sviluppo Laterale

L'allargamento laterale di uno sciame adronico è maggiore rispetto al caso elettromagnetico a causa degli ampi angoli a cui vengono prodotte le particelle secondarie nelle interazioni adroniche. Una frazione consistente dell'energia del primario è quindi depositata lontano dall'asse dello sciame. Anche in questo caso il profilo laterale della cascata può essere scritto come somma di due termini esponenziali, analogamente a quanto fatto nel caso elettromagnetico. Si riconoscono infatti due componenti: una componente centrale relativamente stretta e una componente periferica composta principalmente da particelle di bassa energia. Per il contenimento radiale si ha: $R_h(95\%) \approx \lambda_I$. Si trova che ancora, viste le differenze tra X_0 e λ_I , gli sciami adronici sono più larghi di quelli elettromagnetici.

2.2 Strumento CALET

CALET (CALorimetric Electron Telescope) è un calorimetro elettromagnetico concepito per lo studio della radiazione cosmica. Il suo obiettivo scientifico principale è la misura dello spettro inclusivo di elettroni e positroni cosmici in un intervallo di energia da qualche GeV fino a circa 20 TeV; altri obiettivi importanti sono la misura degli spettri energetici e abbondanze relative dei nuclei cosmici, e la ricerca di *materia oscura* attraverso lo studio di eventuali segnature caratteristiche negli spettri di elettroni ad alta energia e raggi gamma. Le principali caratteristiche dello strumento sono una eccellente risoluzione in energia e un'eccellente capacità di separazione tra adroni ed elettroni. La missione CALET è finanziata dall'Agenzia Spaziale Giapponese (JAXA) con la collaborazione dell'Agenzia Spaziale Italiana (ASI) e della NASA. Lo strumento è stato lanciato il 19 Agosto 2015 dal *Tenagashima Space Center* (Giappone) con il razzo Giapponese HII-B, ed è stato installato da un braccio robotico sulla JEM-EM (Japanese Experimental Module-Exposed Facility) il 24 agosto [15]. La JEM-EF è una piattaforma di dimensioni $4 \times 6 \text{ m}^2$ direttamente esposta allo spazio esterno che può ospitare fino a 10 moduli da esperimenti allo stesso tempo e fornire loro energia elettrica, scambiatori termici e sistemi per trasmissione dati; CALET è posizionato alla porta numero 9.

In figura 2.4 è mostrato uno schema dello strumento che, oltre al detector principale (calorimetro), presenta ulteriori sistemi [15]:

- Flight Releasable Grapple Fixture (FRGF), punto di ancoraggio per il braccio meccanico e astronauti;
- Mission Data Controller (MDC), computer per la gestione del rivelatore e dei dati;
- Advance Stellar Compass (ASC) e ricevitore GPS (GPSR) per il controllo del puntamento e della posizione;
- CALET Gamma ray Burst Monitor (CGBM), sub-detector per misurare i raggi X e raggi *gamma* in un range di energia fuori sensibilità del telescopio principale.

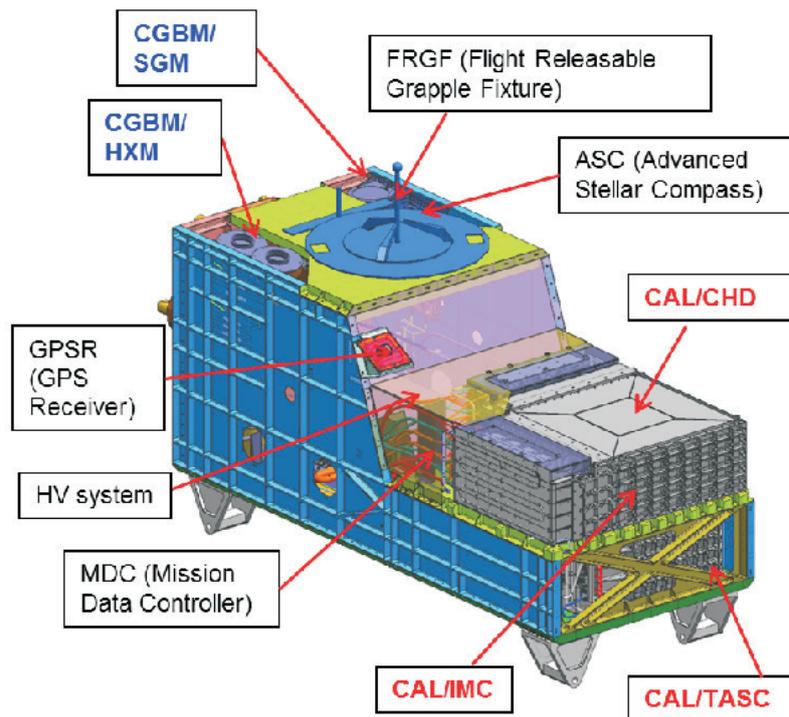


Figura 2.4: Schema di CALET.

2.2.1 Calorimetro

Lo strumento principale di CALET è un rivelatore calorimetrico con uno spessore di 30 lunghezze di radiazione. Il campo visivo è di circa 45 gradi dallo zenith e il fattore geometrico è $1200 \text{ cm}^2 \text{ sr}$.

Il telescopio è suddiviso in 3 sottosistemi principali [15] [16]:

- Charge Detector (CHD), per l'identificazione chimica degli elementi nel flusso di raggi cosmici. Posizionato in cima a CALET misura la carica elettrica Z delle particelle incidenti sfruttando la dipendenza da Z^2 della perdita di energia per ionizzazione.
- Imaging Calorimeter (IMC), posto sotto il CHD fornisce un'immagine ad alta granularità della prima parte dello sciame. Lo strumento è capace di ricostruire la direzione della particella incidente grazie a 16 piani di fibre scintillanti. Riesce inoltre a misurare la carica elettrica (come il CHD), aiutando nell'identificazione della particella incidente.
- Total Absorption Calorimeter (TASC), è usato per la misura dell'energia totale dello sciame generato dalla particella incidente e per distinguere elettroni e raggi gamma da adroni.

2.2.2 Charge Detector (CHD)

Il rivelatore di carica (CHarge Detector, CHD) è il primo rivelatore che una particella incontra prima di entrare nel calorimetro. Il compito primario del CHD è di misurare il valore assoluto della carica della particella incidente, operazione indispensabile per lo studio dei nuclei presenti nei raggi cosmici. Il principio su cui si basa l'identificazione della carica è la dipendenza da Z^2 del valore misurato della ionizzazione specifica per ioni ultrarelativistici di numero atomico Z (formula di Bethe-Bloch, A.1).

Data la dipendenza quadratica, con questo metodo è possibile misurare solo il valore assoluto di Z ma non il suo segno; il CHD non può quindi essere utilizzato per distinguere gli elettroni dai positroni o, più in generale, una particella dalla sua anti-particella. La risoluzione in carica si esprime in termini dell'unità elementare di carica e . Valori attesi per la risoluzione in carica nel CHD vanno da $0.15e$ a $0.3e$ per nuclei con $2 < Z < 26$ [16]. Il CHD è formato da strisce (paddle) di scintillatore plastico; ogni striscia ha dimensioni $44.8 \times 3.2 \times 1 \text{ cm}^3$. Le strisce sono disposte su due piani, ciascuno contenente 14 paddle, il secondo dei quali è ruotato di 90° rispetto al primo. La struttura a strisce permette la riduzione del contributo dei depositi di energia dovuti alle particelle di backscattering provenienti dallo sciame che si sviluppa in IMC e TASC. Il *backscattering* è infatti un problema tipico, alle alte energie, degli strumenti con a bordo un calorimetro; utilizzando la ricostruzione precisa della traccia del primario nell'IMC, la struttura segmentata del CHD consente di selezionare solo la striscia effettivamente colpita dal primario escludendo quindi i rilasci dovuti alle particelle di backscattering [17].

2.2.3 Imaging Calorimeter (IMC)

L'IMC (IMaging Calorimeter), è un calorimetro a campionamento costituito da 8 layer di fibre scintillanti in polistirene alternati a 7 piani di assorbitori di tungsteno (W). Le fibre hanno sezione quadrata di 1 mm^2 e sono lunghe 44.8 cm. Ognuno degli 8 layer è composto da due piani di fibre allineate lungo gli assi ortogonali del calorimetro (x e y) fornendo due viste trasversali indipendenti dello sviluppo dello sciame. Ogni piano è composto da 448 fibre, quindi le dimensioni di ogni layer sono $44.8 \times 44.8 \times 0.2 \text{ cm}^3$. Tra due layer successivi c'è una distanza di circa 2 cm.

I layer di fibre scintillanti costituiscono gli elementi sensibili del calorimetro, mentre i piani di

tungsteno, costituiscono gli assorbitori. Ogni layer eccetto il primo si trova immediatamente sotto a uno dei 7 piani di tungsteno che hanno dimensioni diverse a seconda della profondità. Procedendo verso il basso i piani si inspessiscono e la loro superficie diminuisce fino ad uguagliare in sezione l'estensione del TASC; la struttura complessiva è quindi quella di un tronco di piramide rovesciata. I primi tre piani hanno dimensioni $44.8 \times 44.8 \times 0.07 \text{ cm}^3$, i due piani successivi sono di $38.4 \times 38.4 \times 0.07 \text{ cm}^3$ ed infine gli ultimi due hanno dimensioni $32.0 \times 32.0 \times 0.35 \text{ cm}^3$.

L'IMC è usato come *preshower*: prima di entrare nel TASC, i fotoni ed elettroni primari sono indotti a sciamare dai piani di tungsteno, permettendo al sistema di fibre scintillanti di fare un'immagine della parte iniziale dello sviluppo dello sciame. Per quanto riguarda i protoni invece, vista la piccola profondità in termini di lunghezza d'interazione, solo una piccola parte interagisce e comincia a sciamare direttamente nell'IMC. Grazie all'elevata capacità di imaging, l'IMC consente di:

- ricostruire la traccia della particella incidente;
- determinare il punto in cui inizia lo sciame elettromagnetico;
- separare le particelle primarie, incidenti dall'alto, da quelle di backscattering.

Determinare il punto d'inizio dello sciame elettromagnetico è fondamentale nelle misure di elettroni per la reiezione del fondo dovuto ai fotoni e protoni. Infatti gli sciame generati nel calorimetro da parte di elettroni o positroni e fotoni sono del tutto simili, solo che, gli eventi dovuti ai fotoni possono essere identificati perché, in questo caso, le fibre che precedono il punto d'inizio dello sciame non registrano un deposito di energia compatibile con una particella carica al minimo di ionizzazione. Per i protoni, invece si ha l'inizio dello sciame a profondità maggiori [18][19].

2.2.4 Total Absorption Calorimeter (TASC)

Il TASC (Total AbSorption Calorimeter) è un calorimetro omogeneo progettato per contenere completamente gli sciame elettromagnetici di alta energia. Il TASC è costituito da cristalli di tungstato di piombo (PWO) a forma di parallelepipedi a base quadrata di dimensioni $2 \times 2 \times 32 \text{ cm}^3$. Ci sono in tutto 12 piani di barre di PWO, orientati alternativamente a 90° l'uno rispetto all'altro per fornire due viste ortogonali dello sviluppo dello sciame. Ogni

piano è costituito da 16 barre per un totale di 192 cristalli di PWO in tutto il calorimetro. La profondità totale del TASC è di 24 cm.

Lo spessore totale in termini della lunghezza di interazione nucleare è pari a $1.2\lambda_I$ comportando, per gli sciami adronici, una considerevole perdita di energia dal fondo del calorimetro poiché il contenimento longitudinale è parziale; ciò è sfruttato per la reiezione del fondo di protoni nelle misure dei flussi elettronici.

Per misurare elettroni fino a decine di TeV, il range dinamico necessario è molto alto: il sistema deve essere capace di rivelare depositi di energia da 0.5 MIP (Minimum Ionizing Particle) a circa 10^5 MIP per elettroni da 10 TeV. Il range dinamico richiesto copre quindi circa 6 ordini di grandezza; che sono coperti utilizzando due fotodiodi di area sensibile diversa per la lettura di ciascun cristallo, e un sistema di readout a doppio guadagno per ogni fotorivelatore [18]. Il TASC ha due importantissimi scopi: misurare l'energia totale della particella incidente e separare gli eventi dovuti agli elettroni dal fondo adronico, costituito prevalentemente da protoni, analizzando la topologia dello sviluppo degli sciami.

CALET infatti è uno strumento puramente calorimetrico, non è dotato di uno spettrometro, e quindi sia la misura dell'energia che la reiezione del fondo di protoni sono interamente demandati al calorimetro principale, ovvero il TASC.

Il TASC rappresenta il cuore di tutto lo strumento; grazie alle sue prestazioni, CALET è in grado di misurare lo spettro elettronico con una risoluzione in energia dell'ordine del 2-3% e con un potere di reiezione del fondo dell'ordine di 10^5 [20].

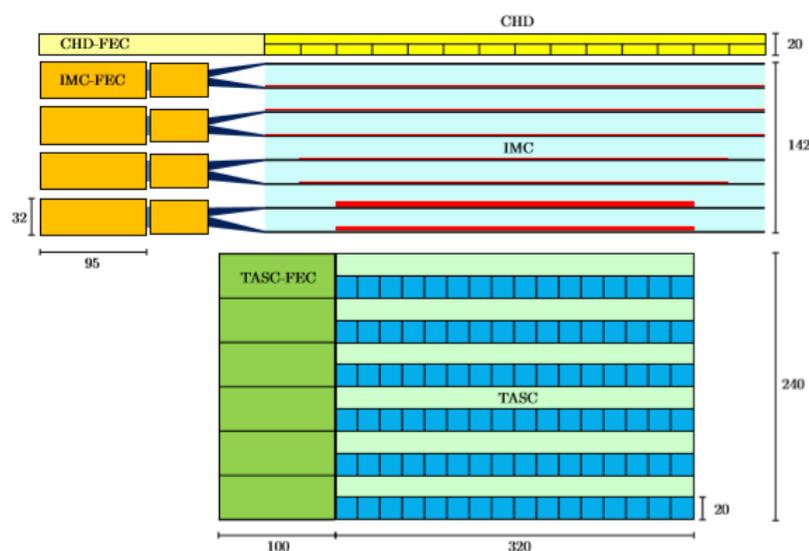


Figura 2.5: Dimensioni e posizioni dei sottorivelatori nel calorimetro di CALET. Misure in mm. Vista yz

2.3 Risultati di CALET

2.3.1 Spettro degli elettroni

L'obiettivo scientifico primario di CALET è quello di eseguire misure ad alta precisione dello spettro inclusivo di elettroni e positroni nei raggi cosmici con energie da 1 GeV a 20 TeV. Nella regione dei TeV, CALET può osservare possibili fonti di accelerazione di particelle ad alta energia nella parte di Galassia più vicina al sistema solare [21].

Come accennato sopra, CALET ha un'ottima risoluzione in energia, fondamentale per lo studio dello spettro degli elettroni. Essendo un calorimetro da $30 X_0$ di spessore (X_0 lunghezza di radiazione, A.1.2), riesce a contenere completamente lo sciame generato da elettroni con energie del TeV con risoluzioni eccellenti. Uno sciame di protoni con la stessa energia, invece, ha una perdita di energia maggiore dal fondo del TASC. Questa caratteristica è utilizzata per identificare e separare gli elettroni dai protoni. Inoltre il potere di discriminazione delle due particelle aumenta significativamente sfruttando la capacità del TASC e dell'IMC di ricostruire lo sviluppo longitudinale e laterale delle cascate elettromagnetiche e adroniche.

Gli elettroni ad alta energia nei raggi cosmici possono fornire una prova unica dell'esistenza di acceleratori cosmici vicini. Dato che gli elettroni perdono facilmente energia per scattering Compton inverso ed emissione di sincrotrone, la loro distanza di diffusione per energie di 1 TeV è inferiore a 1 kpc, e sono poche le fonti vicine al sistema solare che li possono produrre. La misura dello spettro di elettroni nella regione dei TeV potrebbe rivelare interessanti caratteristiche spettrali indicando la possibile presenza di una sorgente vicina di raggi cosmici. I dati di PAMELA (Payload for Antimatter Matter Exploration and Lightnuclei Astrophysics) [22] e AMS-02 (Alpha Magnetic Spectrometer) [23] mostrano un aumento della frazione di positroni intorno a 10 GeV, che potrebbe essere spiegato con la presenza di una sorgente primaria, in aggiunta all'origine secondaria generalmente accettata. I candidati per tali fonti primarie potrebbero essere di natura astrofisica (pulsar) o esotica (materia oscura). Poiché queste fonti primarie emettono coppie elettrone-positrone, si prevede che lo spettro inclusivo degli elettroni (elettroni + positroni) possa mostrare signature caratteristiche nella regione dello spettro vicino all'energia più alta della componente primaria.

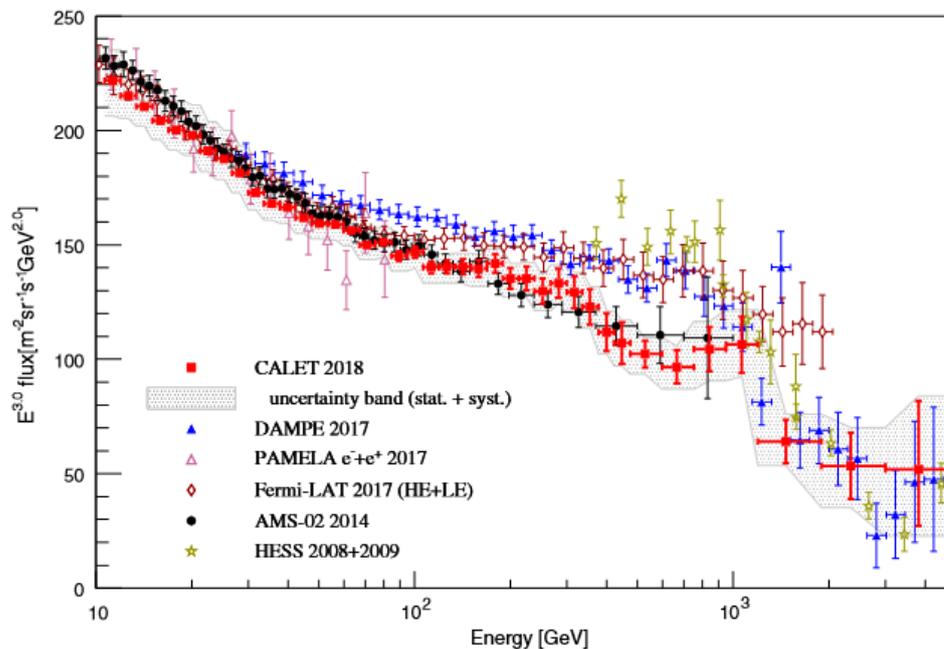


Figura 2.6: Spettro degli elettroni nel range di energia 10.6 GeV-4.75 TeV misurato da CALET e confronto con altri esperimenti. [24]

Come si può vedere in figura 2.6, lo spettro degli elettroni misurato da CALET [24] [21] è coerente con i dati di AMS-02 al di sotto di 1 TeV, regione di energia in cui entrambi gli esperimenti hanno una buona capacità di identificazione degli elettroni, sebbene utilizzino tecniche di rilevazione diverse. È invece significativamente più basso rispetto agli spettri riportati da Fermi-LAT [25] e DAMPE [26] nella regione da 300 a 600 GeV; ciò potrebbe indicare la eventuale presenza di errori sistematici sconosciuti e non considerati nelle analisi dei vari esperimenti. CALET osserva una soppressione del flusso sopra ~ 1 TeV coerente con la misura di DAMPE all'interno degli errori. CALET non osserva alcuna prova significativa di una struttura spettrale piccata intorno a 1.4 TeV presente invece nello spettro di DAMPE, che ha innescato recentemente diverse speculazioni teoriche [26].

2.3.2 Spettro di protoni e nuclei pesanti

Le misure dirette dello spettro di ciascun elemento presente nel flusso di raggi cosmici, forniscono informazioni complementari all'osservazione degli elettroni, utili per la comprensione dei fenomeni di accelerazione e propagazione dei raggi cosmici.

Mentre le accelerazioni attraverso le onde d'urto provocate da supernovae e la propagazione diffusiva nei campi magnetici galattici sono comunemente accettate come uno scenario plau-

sibile per le origini dei raggi cosmici, ci sono molte domande in sospeso sui dettagli. Recenti osservazioni di CREAM [27], PAMELA [22] e AMS-02 [28] hanno osservato una deviazione dalla legge di potenza per il protone, l'elio e i nuclei leggeri a poche centinaia di GeV/n che indica un inaspettato cambiamento di indice spettrale ("hardening") degli spettri. E' diventato di particolare interesse indagare la regione di transizione per ciascuna specie nucleare e misurare accuratamente la dipendenza energetica dell'indice spettrale [29].

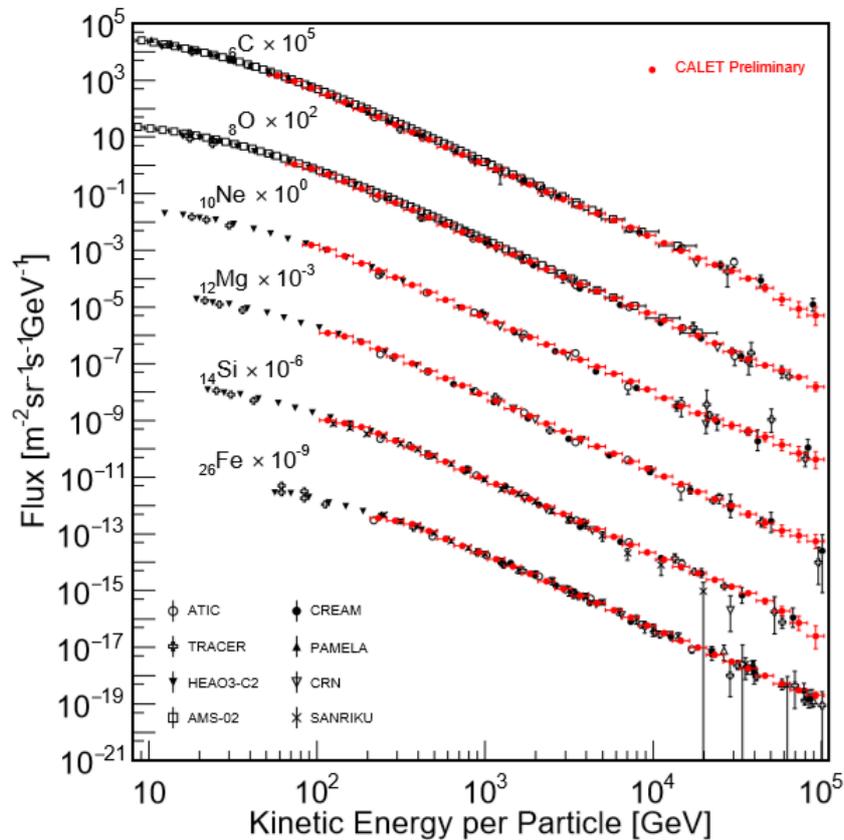


Figura 2.7: Spettri energetici di carbonio, ossigeno, neon, magnesio, silicio e ferro in funzione dell'energia cinetica per particella misurati da CALET (punti rossi) e da altri esperimenti. [30]

CALET può fare questo; infatti oltre all'osservazione primaria degli spettri di elettroni, CALET può anche misurare gli spettri dei nuclei, le loro abbondanze relative e i rapporti tra secondari a primari nella regione più alta di energia mai osservata direttamente. Grazie ai rivelatori di cui è dotato, descritti nel paragrafo 2.2, lo strumento CALET è in grado di identificare i singoli elementi da $Z=1$ a $Z=40$ e misurare la loro energia fino a centinaia di TeV. Dal grafico 2.7 si evince la capacità di CALET di misurare lo spettro di nuclei pesanti

nei raggi cosmici. Sono stati misurati gli spettri energetici preliminari degli elementi più abbondanti nei raggi cosmici da C a Fe con energie fino a 100 TeV analizzando 5.57×10^6 eventi acquisiti in 962 giorni di attività [30].

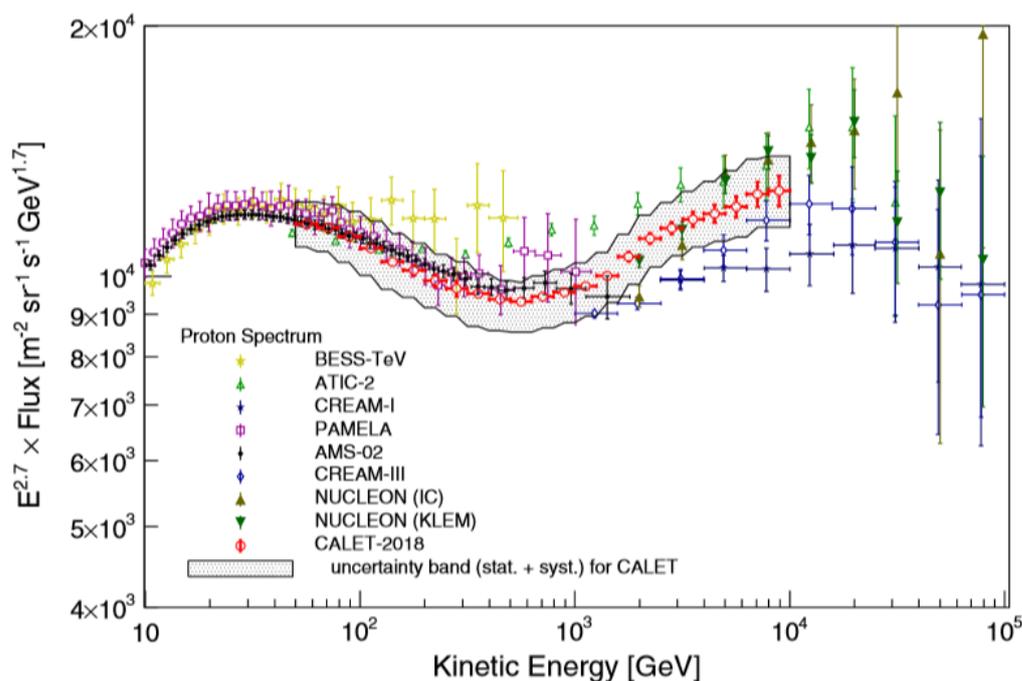


Figura 2.8: Spettro energetico dei protoni misurato da CALET (punti rossi) nell'intervallo 50 GeV - 10 TeV e confronto con altri esperimenti. La banda grigia indica la somma quadratica degli errori statistici e sistematici [31].

In figura 2.8 è mostrato lo spettro di protoni misurato da CALET; si tratta della prima misura effettuata in bassa orbita terrestre in un range di energia che va da 50 GeV a 10 TeV, coprendo con un unico strumento l'intera gamma di energia precedentemente studiata dagli spettrometri magnetici (BESS-TEV [32], PAMELA [22] e AMS-02 [28]) e strumenti calorimetrici (ATIC [33], CREAM [27] e NUCLEON [34]) che coprono, nella maggior parte dei casi, sottointervalli separati. Le osservazioni di CALET confermano la presenza di un hardening spettrale ad alcune centinaia di GeV. Lo spettro non è compatibile con una singola legge di potenza che copre l'intero range di energia; i subrange 50–500 GeV e 1-10 TeV possono essere descritti separatamente con singole leggi di potenza con diverso indice spettrale. Ulteriori studi su un set di dati più ampio e studi sistematici dettagliati aumenteranno la sensibilità a caratteristiche spettrali dettagliate, che potranno essere una chiave per rispondere ad alcune domande sull'accelerazione e la propagazione dei raggi cosmici galattici [31].

2.3.3 Osservazione di raggi gamma

CALET può identificare i raggi gamma e misurare le loro energie fino alla regione dei TeV. Nell'analisi, i segnali provenienti dagli strati superiori di CHD e IMC vengono utilizzati per porre un veto alle particelle cariche, mentre per i raggi gamma è richiesto di depositare più energia negli strati inferiori dell'IMC rispetto allo strato in cui avviene la produzione di coppie. Al fine di estendere la sensibilità dei raggi gamma fino a sotto 1 GeV, un trigger dedicato (Low Energy, LE) è utilizzato per latitudini geomagnetiche basse, oltre al trigger di alta energia (High Energy, HE). Questa modalità di trigger è inoltre abilitata ogni volta che un segnale di raggi gamma viene rilevato dal Gamma-ray Burst Monitor (CGBM). La risposta ai raggi gamma è stata caratterizzata in termini di area efficace, risoluzione angolare e Point Spread Function (PSF) confrontando simulazioni e dati dei primi due anni di osservazioni [35].

Sorgenti spettrali di pulsar misurate da CALET sono mostrate in figura 2.9 e confrontate con le misure di Fermi-LAT a dimostrazione della sensibilità del calorimetro di osservare sorgenti a luminosità costante.

Un più recente uso dello strumento, è rivolto alla ricerca di raggi gamma con energie del GeV eventualmente associati all'emissione di *onde gravitazionali* (Gravitational Wave, GW). La rivelazione di eventi di onde gravitazionali, usando interferometri laser da parte delle collaborazioni scientifiche LIGO e Virgo [36], è stata una scoperta straordinaria che ha confermato la previsione fatta da Einstein 100 anni fa.

Poiché siamo agli albori nello studio degli eventi GW, l'approccio multi-messaggero (astronomia basata sull'osservazione e l'interpretazione coordinata di diversi tipi di segnali "messaggeri") è estremamente importante per comprenderne la natura dei meccanismi di produzione. In particolare, si ipotizza che le fusioni dei sistemi binari di stelle di neutroni siano una possibile origine di brevi lampi di raggi gamma la cui osservazione è quindi essenziale per comprendere la connessione tra i Gamma-Ray Burst (GRB) e gli eventi GW.

CALET può rilevare segnali transitori di raggi gamma mediante il CGBM che può misurare sia la durata che i parametri spettrali dei GRB nell'intervallo di energia di 7 keV-20 MeV. A giugno 2019 sono stati rilevati 159 GRB con un tasso medio di ~ 43 GRB/anno.

Sono state eseguite analisi combinate del CGBM e del calorimetro per cercare controparti elettromagnetiche delle onde gravitazionali (GW) segnalate da LIGO/Virgo. Sono stati cerca-

ti possibili segnali compatibili con l'emissione di raggi gamma nei dati raccolti dal calorimetro e dal CGBM in intervalli temporali di decine di secondi centrati sui tempi di rivelazione di GW riportati dagli interferometri LIGO/Virgo. Per ora nessun segnale è stato rilevato nei dati di CALET per tutti gli eventi GW [37].

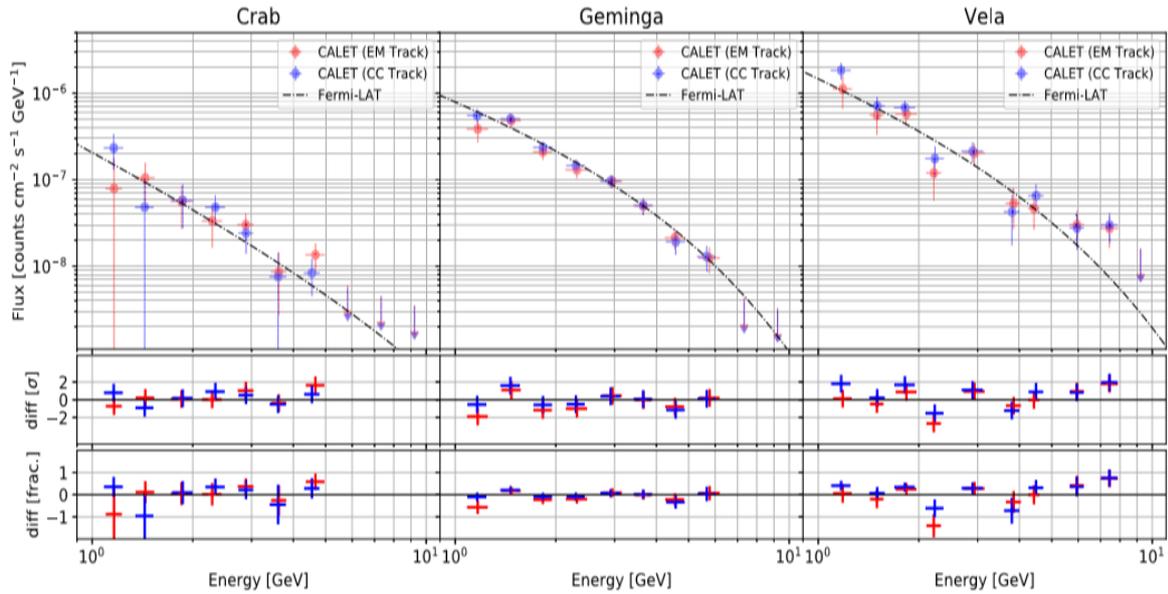


Figura 2.9: Spettro misurato da CALET delle pulsar Crab, Vela e Geminga. I grafici sotto mostrano le differenze tra le misure di CAL e quelle di Fermi-LAT in unità di errore di CAL (sopra) e differenza frazionaria (sotto). [35]

Capitolo 3

Hough Transform

In questo capitolo si descrive il lavoro di tesi cui obiettivo è stato sviluppare un algoritmo basato su Hough transform (HT) per la ricostruzione di tracce di particelle cariche in un rivelatore a fibre scintillanti e successivamente applicarlo ai dati delle simulazioni Monte Carlo (MC) e di volo dell'esperimento CALET. L'idea è di provare un metodo alternativo per la ricostruzione delle tracce nell'IMC, rispetto a quello attualmente in uso nella collaborazione. Il programma è scritto in C++ ed utilizza il software ROOT per analisi dati in esperimenti di fisica delle particelle [38].

3.0.1 Problema della visione

La visione è il senso dominante nell'uomo. Essa ci fornisce una notevole quantità di informazioni riguardo tutto ciò che ci sta attorno e ci rende capaci di interagire con l'ambiente senza bisogno di un contatto fisico diretto. In primo luogo la visione si può schematizzare come un processo di informazione attraverso il quale si scopre cosa c'è nel mondo e dove si trova, quindi le posizioni e l'identità degli oggetti e le relazioni che intercorrono tra di essi. Questo processo è il risultato di ciò che viene chiamato ottica.

L'ottica si occupa di studiare la fisiologia della visione umana in modo puramente tecnico, sottolineandone quindi i processi fisici che la caratterizzano. Ma attribuire alla visione il mero significato di ottica, significherebbe banalizzare il problema.

Se siamo capaci di sapere cosa c'è nel mondo e dove si trova, significa che il nostro cervello è capace, in qualche modo, di rappresentare questa informazione. La visione, infatti, non mira alla semplice acquisizione di informazioni dal mondo esterno attraverso l'immagine, ma

coinvolge anche il successivo processo di riconoscimento e rielaborazione dell'oggetto rappresentato, ed è ciò che permette all'uomo di poter ri-rappresentare ciò che ha già interpretato. La visione è quindi qualcosa di più di una capacità sensoriale, è un'intelligenza, ed è proprio questa dualità (informazione-elaborazione) che porta al problema della visione.

Comunemente, dal momento che noi vediamo senza alcuno sforzo e in modo del tutto naturale, siamo portati a pensare che il processo che permette di vedere sia relativamente semplice, tanto da non costituire nemmeno un vero e proprio problema. Ma con l'avvento della tecnologia e in particolar modo dei computer, nel momento in cui si è cercato di fornire a quest'ultimo la capacità di visione e non la semplice ricostruzione ottica, ci si è accorti della grande complessità di tale compito.

Se si considera il computer come un elaboratore di informazioni, proprio come il cervello umano, dato che ha memoria e capacità di calcolo a sufficienza, si potrebbe, infatti, supporre di applicargli una telecamera e scrivere un algoritmo che fornisca in output una descrizione di ciò che la telecamera vede. Ciò però si è rivelato un problema di elevata complessità, nonostante il computer ottenga risultati di gran lunga superiori rispetto ad un essere umano in quanto a capacità di memoria e velocità di elaborazione dati; qualsiasi compito che presupponga una elaborazione di input e quindi un'interpretazione, risulta molto difficile per esso. I progressi della visione artificiale e della robotica negli ultimi anni hanno rivelato un dato che sembra sia paradossale che ironico: la visione è non solo intelligente ma è anche difficile da capire o da riprodurre [39].

3.1 Trasformata di Hough

La trasformata di Hough è un processo logico-matematico che si pone come obiettivo avvicinare un calcolatore alla capacità umana di percepire dei pattern e dei modelli visivi per la rielaborazione dell'immagine nel suo insieme.

In questo lavoro di tesi è stato sviluppato un algoritmo di ricostruzione basato sulla trasformata di Hough, che ha per obiettivo individuare la traccia di una particella primaria in un fondo di tracce secondarie e segnali dovuti a rumore elettronico.

La trasformata di Hough (HT) può essere utilizzata per trovare linee, circonferenze o altre curve parametriche; è un metodo che viene detto globale, in quanto si considerano relazioni

globali tra i punti dell'immagine, in modo da determinare l'appartenenza di tali punti a linee o curve di forma specificata.

Risulta un metodo efficiente in quanto non si prefigge il difficile compito di ricercare direttamente una forma, ma di trovare dei punti di massimo in un relativo *spazio dei parametri*. Preso un luogo di punti nel piano, esso può essere descritto da equazioni del tipo $f((x, y)(a_1, a_2, \dots, a_n)) = 0$ dove i parametri (a_1, a_2, \dots, a_n) della funzione f corrispondono ad un punto nello spazio dei parametri, e (x, y) ad un punto nello spazio delle coordinate.

Ad esempio, nel caso di una retta di equazione $y = mx + q$, essa è completamente identificata dalla coppia di parametri (m, q) , e lo spazio dei parametri può essere visto come un piano in cui ogni punto rappresenta una retta dello spazio delle coordinate. Analogamente un punto nello spazio delle coordinate rappresenta una retta nello spazio dei parametri $q = -xm + y$. Una retta nello spazio delle coordinate passante per N punti P_1, \dots, P_N è identificata dall'intersezione, nello spazio dei parametri, di N rette ognuna corrispondente ad un punto P_i . Siccome ogni punto nel sistema delle coordinate "vota" una retta nello spazio dei parametri, e quindi in particolare i punti appartenenti a tale retta, il problema di calcolare i parametri m e q si traduce nella ricerca del punto con il maggior numero di voti dello spazio dei parametri (fig. 3.1) [39].

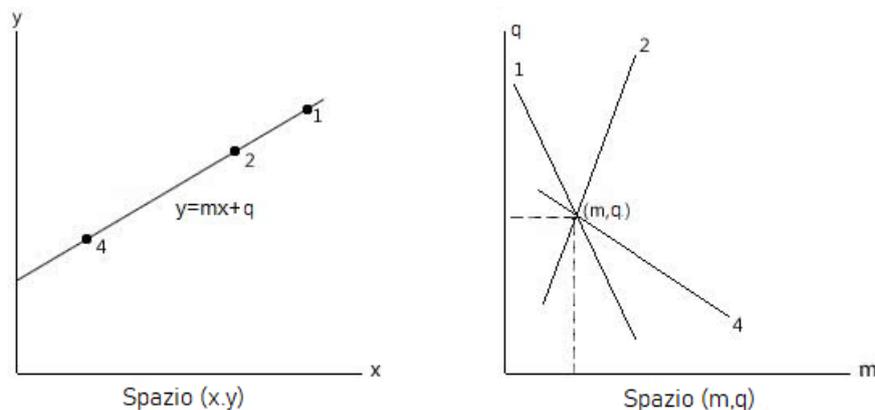


Figura 3.1: Esempio di Hough Transform in coordinate cartesiane di una retta: ai punti 1, 2, 4 della retta $y = mx + q$ nello spazio delle coordinate (a destra) corrispondono a 3 rette nello spazio dei parametri (a sinistra), che si intersecano nel punto (m, q) .

Nasce però un problema nell'identificare correttamente la coppia (m, q) in quanto possono assumere qualsiasi valore rendendo lo spazio dei parametri infinito; inoltre il valore di m può

divergere (rette verticali).

Si utilizzano quindi le coordinate polari per scrivere l'equazione della retta nella forma:

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = \rho \quad (3.1)$$

con $\rho \in [0, \infty]$ distanza della retta dall'origine e $\theta \in [0, \pi]$ la sua inclinazione. Così facendo una retta nello spazio delle coordinate diventa una senoide nello spazio dei parametri (fig.3.2) [40].

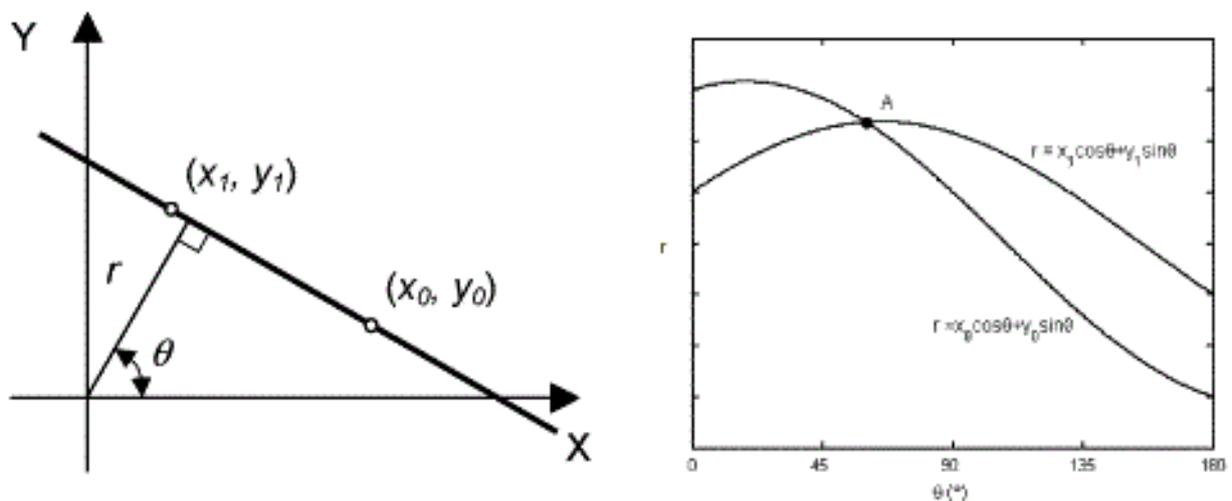


Figura 3.2: Esempio di Hough Transform di una retta in coordinate polari. Ogni punto della retta nello spazio delle coordinate corrisponde ad una senoide nello spazio dei parametri.

La procedura per calcolare la HT nel caso più semplice di una sola retta (di parametri θ_0 e ρ_0 , e passante per i punti P_1, \dots, P_n), e per misurarne i parametri, consiste nei seguenti passaggi:

- si divide in pixel lo spazio dei parametri (θ, ρ) e si definisce un contatore R_{ij} per ciascun pixel i, j di coordinate (θ_i, ρ_j) ;
- per ciascun punto $P_i = (x_i, y_i)$ si considera la corrispondente senoide $\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$ nello spazio dei parametri;
- si individuano i pixel (θ_i, ρ_j) attraversati dalla senoide e si incrementa il relativo contatore R_{ij} ;

- si cerca il pixel con il massimo conteggio nello spazio dei parametri, le cui coordinate $(\theta_0^{rec}, \rho_0^{rec})$ rappresentano la stima dei valori veri (θ_0, ρ_0) della retta nello spazio delle coordinate.

3.2 Toy-Monte Carlo (MC)

3.2.1 Descrizione del programma

Data la complessità del problema della ricostruzione delle tracce nell'IMC di CALET, si è pensato inizialmente di affrontare un problema più semplice, per fare un test della validità dell'idea e del suo funzionamento.

Ho scritto un toy MC che genera random la direzione di incidenza di una particella attraverso i piani paralleli di un odoscopio di fibre scintillanti e utilizza la posizione delle fibre colpite per ricostruire con l'algoritmo HT i parametri della retta incidente. Il toy MC è scritto in C++ ed utilizza il software ROOT per analisi dati in esperimenti di fisica delle particelle.

L'odoscopio ha le caratteristiche geometriche dell'IMC di CALET; è costituito da 8 piani di 448 fibre ciascuno. Le fibre hanno sezione quadrata di lato 1 mm, sono lunghe 44.8 cm e allineate lungo l'asse y . I piani sono equi-spaziati di circa 2 cm lungo l'asse z , cosicché ogni fibra colpita fornisce la coordinata (x, z) del passaggio della particella. I valori del coefficiente angolare m e dell'intercetta q della retta che rappresenta la direzione di un evento, sono estratti con un generatore random in modo uniforme negli intervalli $[-2, 2]$ e $[-25, 25]$ rispettivamente. Il primo intervallo corrisponde a circa $\pm \tan 60^\circ$, dove 60° è il campo di vista dello strumento. L'intervallo di valori possibili per q è scelto approssimando larghezza dei piani di fibre a 50 cm.

Il programma calcola i punti di intersezione della retta incidente con i piani di fibre scintillanti dello strumento. I punti di intersezione rappresentano gli "hit" ovvero le fibre "colpite", cioè che hanno misurato un segnale diverso da zero a causa del rilascio di energia da parte di una particella carica che le attraversa. Le coordinate (x_j, z_j) degli hit sono registrate in un vettore \vec{P} . Successivamente sono simulati random i punti di rumore su ogni piano, cioè hit che in un caso reale non sono dovuti al passaggio di una particella (e quindi non appartengono a nessuna retta), ma a rumore elettronico del rivelatore. Questi hit si vanno ad aggiungere a quelli già salvati nel vettore \vec{P} , che avrà un dimensione N (variabile da evento a evento).

A questo punto entra in gioco l'algoritmo che esegue la trasformata di Hough con tutti i punti

salvati nel vettore \vec{P} , e che analizzando lo spazio dei parametri fornisce la migliore stima dei parametri della retta incidente.

E' costruita una griglia bidimensionale nello spazio dei parametri dove ogni pixel della griglia è identificato da una coppia di valori (m_k, q_j) . La griglia è suddivisa in 40 intervalli uguali lungo l'asse m e 100 intervalli lungo l'asse q . Per ogni pixel, è calcolata la distanza S_{ijk} fra la coordinata x_i di ogni punto di \vec{P} e l'intersezione della retta (che ha per parametri (m_k, q_j)) con il piano (identificato dalla coordinata z_i) cui appartiene il punto

$$S_{ijk} = x_i - (m_k z_i + q_j) \quad (3.2)$$

Utilizzando tali scarti (uno per ciascun punto di \vec{P}) è costruita la risposta del pixel kj , definita come

$$R_{kj} = \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{S_{ijk}^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.3)$$

dove σ è stato posto uguale al passo tra due fibre contigue nello stesso piano cioè 1 mm. Si ripete il calcolo per ogni pixel della griglia facendo scorrere gli indici $k = 1, \dots, 40$ e $j = 1, \dots, 100$, e si associa a ciascuno di essi il valore corrispondente della risposta R_{kj} . Si capisce quindi che alla fine del procedimento, nella griglia, i pixel con valori della risposta maggiori sono quelli associati a rette (nello spazio delle coordinate) che attraversano tutti o parte degli hit. Viceversa hit (ad esempio quelli di rumore) non associati ad alcuna retta nello spazio delle coordinate, danno un contributo prossimo a zero al valore della risposta R_{kj} . Utilizzando la classe TSpectrum2 di ROOT, è effettuata la ricerca dei punti di massimo globale e locali di questo istogramma bidimensionale. Questi punti di massimo hanno coordinate (m_{rec}, q_{rec}) che rappresentano rispettivamente il coefficiente angolare e l'intercetta delle rette nello spazio xz , che la HT è stata capace di ricostruire come direzioni più probabili per la particella incidente.

Occorre notare che se il livello di rumore nel rivelatore è molto grande, aumenta la probabilità di avere allineamenti casuali degli hit di rumore; ciò provoca una crescita della risposta di pixel che non rappresentano rette reali e che possono quindi "confondere" l'algoritmo di ricerca dei massimi, riducendo la capacità di identificare la direzione della particella primaria.

Notiamo infine che l'algoritmo qui utilizzato è una variante della HT, in quanto la funzione di risposta gaussiana dell'equazione 3.3 è utilizzata al posto di un semplice contatore per ciascun

pixel. Ciò deriva da ricerche svolte da biologi e neuroscienziati, che hanno evidenziato come l'occhio umano abbia una risposta non lineare nel riconoscere sagome e figure. Pertanto una funzione gaussiana che rappresenta in modo continuo il livello di eccitazione dei neuroni visivi, che si ha in risposta a quanto buono è l'accordo tra una parte dell'immagine e la forma che si sta cercando in essa, è ritenuta più adatta a modellizzare il funzionamento della visione dell'occhio umano [41].

3.2.2 Risultati

In questo paragrafo si analizzano brevemente i risultati ottenuti dal toy-MC.

In particolare si analizza la precisione dell'algoritmo confrontando i parametri m e q ricostruiti con i valori veri generati casualmente.

In figura 3.3 è mostrato un evento generato dal Toy-MC e la corrispondente immagine nello spazio dei parametri.

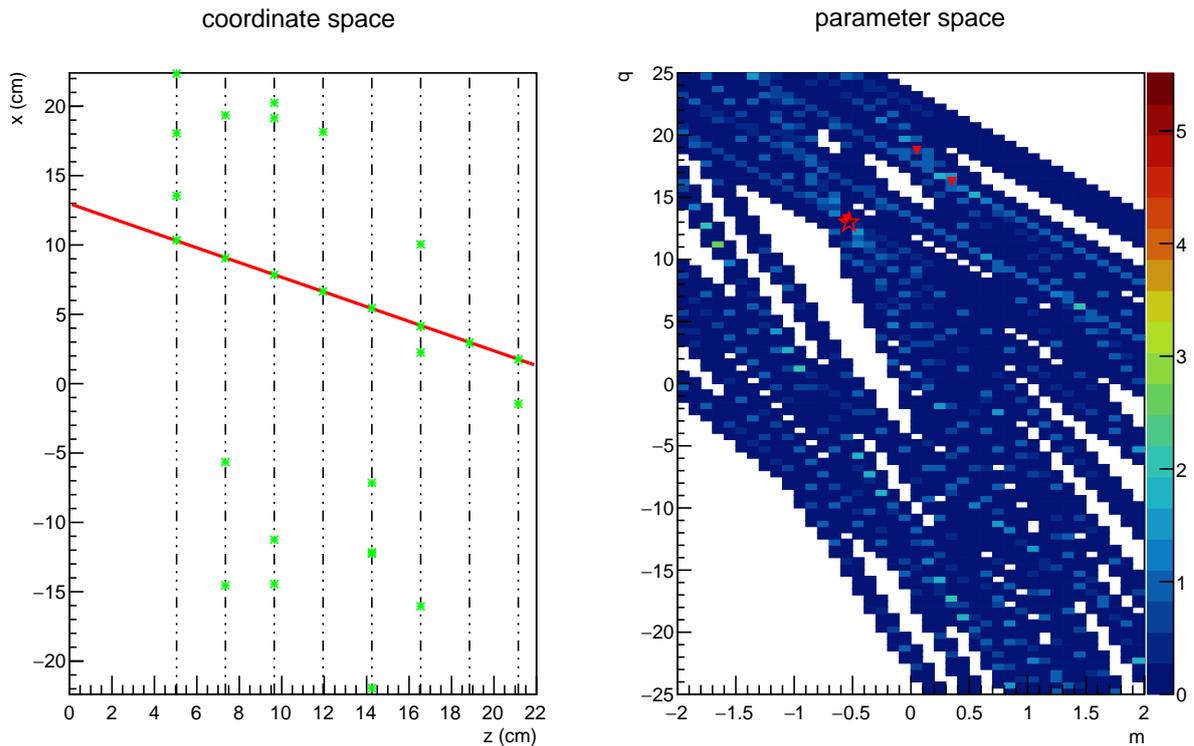


Figura 3.3: *A sinistra*: evento generato dal Toy-MC: la retta rossa rappresenta la direzione della particella, i punti verdi gli hit associati alla traccia nei vari piani del rivelatore, e gli hit di rumore (fuori traccia). Le linee tratteggiate indicano le posizioni dei piani del rivelatore. *A destra*: spazio dei parametri. Per ogni pixel il colore indica l'intensità della risposta, come indicato dalla scala di colore. I triangoli indicano i punti di massimo identificati dall'algoritmo, la stella il valore vero dei parametri generati dal MC.

Si nota che uno dei triangoli rossi, corrispondente ad una coppia di parametri (m, q) ricostruiti da HT, coincide con la stella che rappresenta i parametri generati, nonostante il segnale di rumore. Ciò indica che l'algoritmo ha funzionato correttamente e individuato la direzione della retta generata.

Il modo migliore per capire se l'algoritmo funziona è confrontare il valore dei parametri ricostruiti con quelli generati per un numero molto grande di eventi, graficando separatamente la distribuzione dei due parametri. Siccome la classe `TSpectrum2` identifica tutti i punti di massimo cercando fra i pixel che superano una soglia di risposta impostata, abbiamo deciso di prendere il massimo globale come stima dei parametri della retta generata, ed ignorare i massimi locali.

Se l'algoritmo funziona, ci aspettiamo che la differenza fra parametro ricostruito e parametro vero segua una distribuzione piccata centrata in 0, con larghezza che indica la precisione della ricostruzione.

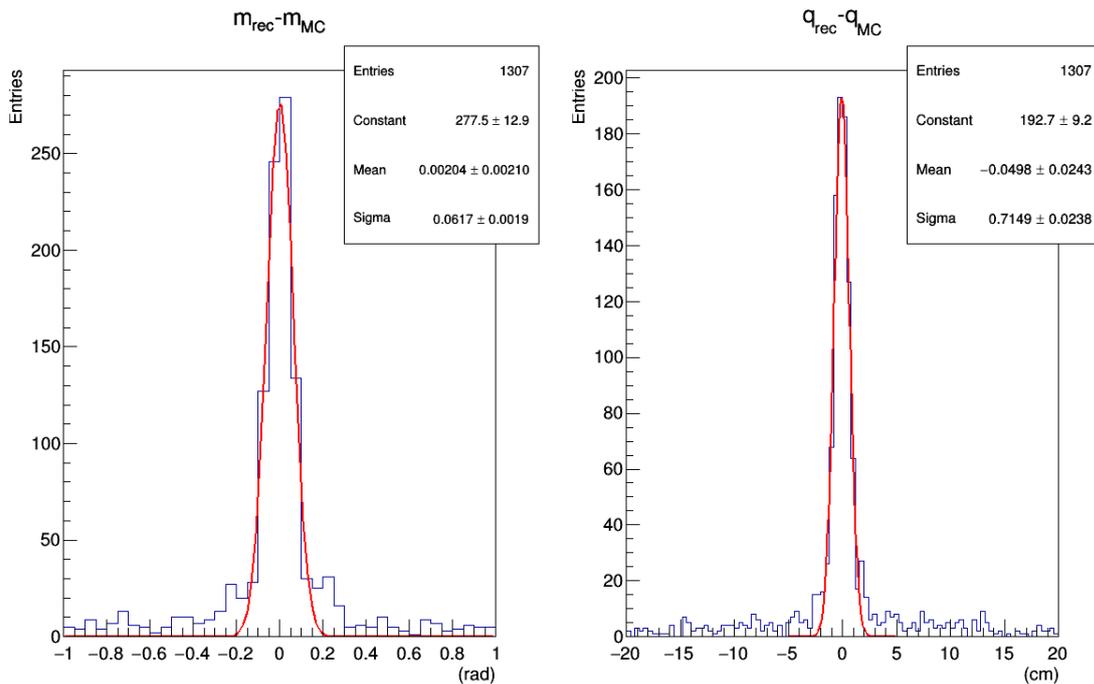


Figura 3.4: Differenze tra valori ricostruiti e valori generati dal toy-MC relativamente al coeff. angolare m (a sinistra) e all'intercetta q (a destra). In rosso è rappresentato il fit con una gaussiana.

In figura 3.4 sono riportate le differenze fra i parametri m e q ricostruiti e quelli veri. Sono stati generati 1500 eventi di cui, come possibile vedere dalle entries nel riquadro statistico, alcuni sono stati scartati. Gli eventi scartati sono quelli le cui rette presentano un

numero di punti di intersezione con i piani del rivelatore inferiori a 4; è stato scelto questo valore perché è il numero minimo di piani attraversati nell'IMC dagli eventi registrati dal sistema di acquisizione di CALET sulla ISS. Come si vede in figura 3.4, l'algoritmo funziona correttamente. Le distribuzioni sono centrate in 0 e il valore della σ della gaussiana fittata per ciascun parametro è piccolo ($\sigma_m \sim 0.06^\circ$, $\sigma_q \sim 0.72$ cm), indicando una buona risoluzione del metodo di ricostruzione. Il limite del programma, fatto girare su di un PC portatile, è la lentezza di processamento degli eventi a causa della quale non è stato possibile produrre una statistica più elevata.

Nel grafico 3.5 sono mostrate le distribuzioni senza la condizione del numero minimo di punti di intersezione per accettare un evento. Si può osservare che le risoluzioni su m e q si discostano di poco da quelle della figura 3.4. Questo indica che l'algoritmo funziona con un'ottima efficienza anche in presenza di tracce con pochi hit nel rivelatore.

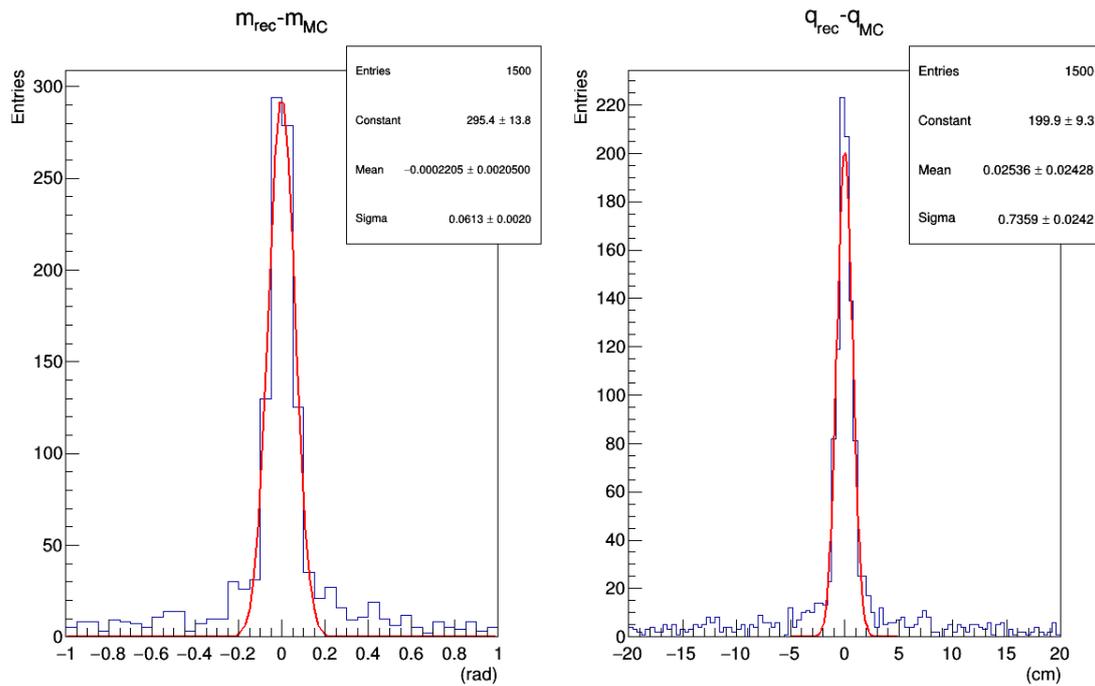


Figura 3.5: Differenze tra valori dei parametri ricostruiti e valori generati dal toy-MC senza vincoli sul numero minimo di punti di intersezione della traccia con i piani dell'odoscopio. *A sinistra*: ricostruzione del coefficiente angolare. *A destra*: ricostruzione dell'intercetta. In rosso è rappresentato il fit gaussiano.

Capitolo 4

Analisi dei dati delle simulazioni di CALET

Dopo avere utilizzato con successo il toy-MC per fare il debug del programma e il test del principio di funzionamento del metodo di tracciamento basato su HT, abbiamo applicato il metodo sviluppato ai dati delle simulazioni di CALET, per verificare se la ricostruzione funziona bene anche con eventi più realistici di quelli del toy-MC. In questo capitolo sono descritti i vari studi effettuati con i dati simulati.

4.1 Monte Carlo di CALET

Le simulazioni di CALET sono eseguite con il software Monte Carlo EPICS [42, 43] che riproduce in maniera dettagliata la geometria del calorimetro, i processi fisici di interazione radiazione-materia e i segnali nei vari rivelatori. Il software è interfacciato al programma DPMJET-III [44] che modella le interazioni degli sciami adronici nel calorimetro. I dati delle simulazioni servono per validare i metodi di ricostruzione e valutare le efficienze di selezione, le correzioni dovute ai fondi del segnale oggetto di studio, la funzione di risposta del calorimetro, informazioni necessarie da applicare ai dati di volo per misurare lo spettro energetico di ciascun nucleo. Nel programma MC le particelle sono generate isotropicamente su una sfera di raggio 1 m con centro situato nel mezzo del piano superiore del CHD. Gli eventi con traiettorie di generazione che attraversano CALET sono propagati e i loro depositi di energia nei vari rivelatori sono registrati in un file di uscita in un TTree (un database

implementato in ROOT) di opportuno formato. L'energia cinetica della particella primaria è estratta random da uno spettro a legge di potenza E^{-1} nell'intervallo $[E_{MIN}, E_{MAX}]$. Nell'analisi i dati sono poi ripesati per simulare gli spettri osservati che hanno leggi di potenza con indice spettrale compreso tra ~ -2.6 e -2.7 , a seconda del nucleo considerato.

I dati prodotti dalle simulazioni sono quindi processati dal programma ufficiale della collaborazione italiana di CALET ("crec") che produce un nuovo file di uscita (chiamato L2, livello 2) contenente in un TTree le informazioni ricostruite per ciascun evento. In particolare per questo lavoro di tesi, sono state utilizzate le variabili del TTree riguardanti:

- la verità MC, cioè l'energia cinetica e i parametri della direzione di generazione della particella primaria;
- il deposito di energia rilasciato dallo sciame nei vari piani del TASC;
- la direzione della particella primaria ricostruita con il metodo di tracciamento basato su un Kalman Filter (KF) combinatorio. Dettagli su questo metodo, sviluppato per l'analisi dei nuclei in CALET, si trovano in appendice B.

4.2 Programma di ricostruzione con HT

Il programma scritto per il toy-MC è stato modificato per analizzare delle simulazioni di CALET. Il programma prende in ingresso i file di L2 prodotti da "crec", legge per ogni evento dal TTree il contenitore degli hit del IMC e lo passa all'algoritmo che esegue la trasformata di Hough, separatamente per la vista xz e yz . Solo gli hit che si trovano entro la regione di interesse definita in appendice B, sono utilizzati nel calcolo della HT al fine di velocizzarne l'esecuzione. Il programma produce un file ROOT di output in cui sono ricopiati dal file di L2 le variabili di interesse per l'analisi (verità MC, depositi di energia nel TASC, traccia primaria ricostruita dal KF) e aggiunte le variabili relative ai parametri della direzione ricostruita con il metodo HT. I parametri ritornati dall'algoritmo sono le coordinate (m_x, q_x) del massimo globale nello spazio dei parametri, da cui sono calcolati l'angolo di incidenza $\theta_x = \arctg(m_x)$ della proiezione della direzione della particella primaria nella vista xz e il suo punto di impatto sul CHD (uguale a q_x). Analogamente per la vista yz . Lo spazio dei parametri è definito in m e q , che sono fatti variare fra $\pm \tan 60^\circ$ e ± 25 cm rispettivamente.

4.3 Analisi dati

Sono stati analizzati dati simulati di protoni in tre intervalli di energia: 20 GeV-200 GeV, 200 GeV-2 TeV, 2 TeV-20 TeV. Al fine di rimuovere eventi di protoni che entrano di lato nel rivelatore o lo attraversano solo in parte, sono stati preliminarmente selezionati solo gli eventi ben contenuti in CHD, IMC, TASC. Ciò si realizza richiedendo che la direzione della particella generata attraversi la faccia superiore di CHD e TASC e raggiunga il fondo del TASC, restando a 2 cm dai bordi. Nella collaborazione particella con queste caratteristiche sono catalogate come eventi in accettazione A .

Sono stati fatti i seguenti studi che saranno spiegati in dettaglio nei prossimi paragrafi.

1. Il primo studio (eseguito con il dataset di protoni con energia fra 200 GeV e 2 TeV) ha come scopo valutare come cambia la precisione nella ricostruzione con HT dei parametri θ e q al variare delle dimensioni dei pixel nello spazio dei parametri. Quello che possiamo aspettarci con un pixeling più largo è di avere errori più grandi nella definizione delle posizioni dei massimi nello spazio dei parametri, con conseguenti maggiori scostamenti tra i valori veri e quelli ricostruiti. Successivamente, fissata la dimensione ottimale dei pixel, si è fatto un confronto fra i risultati ottenuti con HT e quelli del KF.
2. Nel secondo studio si valuta come dipendono la risoluzione spaziale e angolare dall'energia cinetica dei protoni. I dati dei tre range di energia sono analizzati insieme in modo da formare un unico intervallo compreso fra 20 GeV e 20 TeV che è quindi suddiviso in sotto-intervalli (di uguale ampiezza in scala logaritmica), per ciascuno dei quali sono stimati i valori di risoluzione confrontando i parametri ricostruiti con la verità del MC. Sono inoltre confrontate le precisioni dei due metodi di ricostruzione (HT e KF).
3. Il terzo studio è analogo al precedente, ma nell'algoritmo viene simulata la condizione di trigger High-Energy (HE) dell'esperimento per distinguere particelle interagenti da non interagenti.

Per questi due ultimi studi è stata inoltre stimata l'efficienza di ricostruzione dei due metodi.

4.3.1 Studio 1: variazione delle dimensioni dei pixel nello spazio dei parametri

Sono state cambiate le dimensioni dei pixel dello spazio dei parametri per studiare come varia la precisione nella ricostruzione dei parametri di HT.

Sono state analizzate tre configurazioni dello spazio dei parametri di dimensioni rispettivamente 100×250 , 200×500 e 400×1000 , dove i due numeri indicano il numero di suddivisioni degli intervalli di m e q rispettivamente.

Nelle figure 4.1 - 4.8 i valori dei parametri veri del MC (istogrammi blu) sono confrontati con i parametri ricostruiti da HT e KF (istogrammi rossi); inoltre sono graficati i valori delle differenze dei parametri ricostruiti $(\theta_{HT} - \theta_{MC})$, $(\theta_{KF} - \theta_{MC})$, $(q_{HT} - q_{MC})$, $(q_{KF} - q_{MC})$ separatamente per le due viste. La larghezza di queste distribuzioni, valutata con un fit gaussiano, è una stima della risoluzione che si ottiene con ciascun metodo.

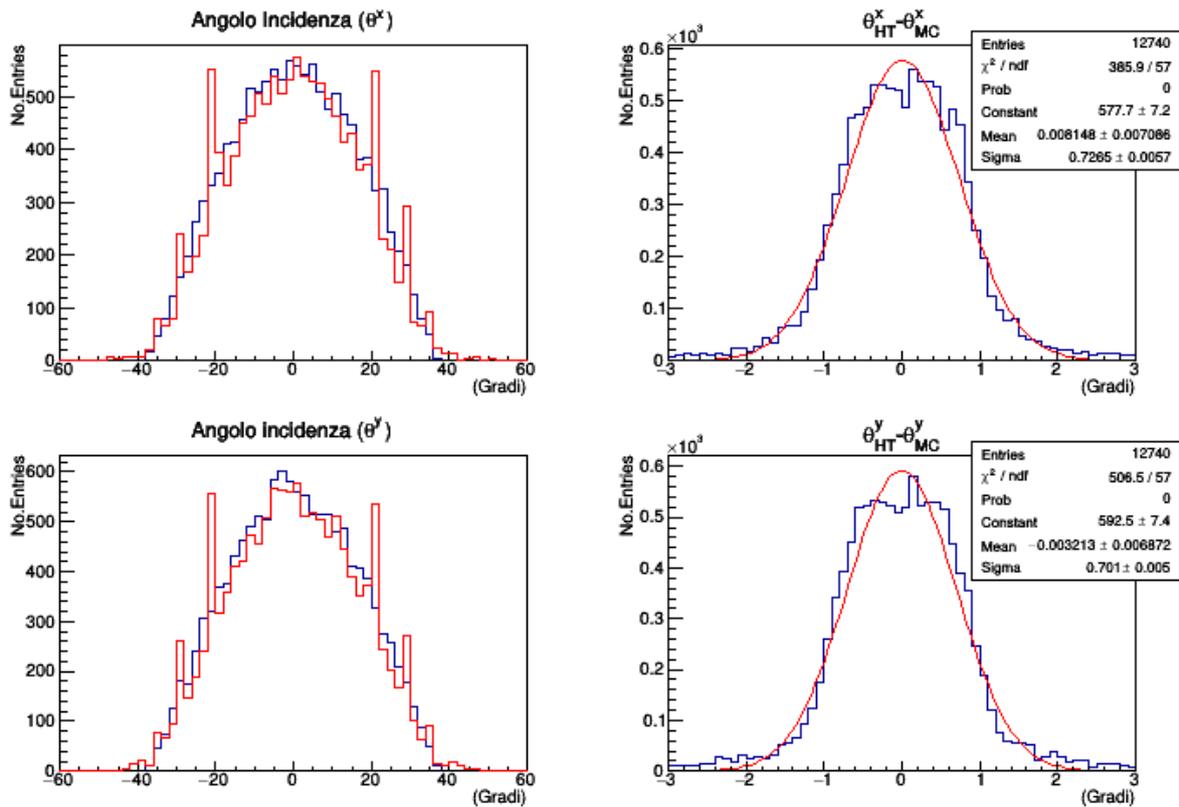


Figura 4.1: Protoni simulati nell'intervallo di energia 200 GeV - 2 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 100×250 . A sinistra: distribuzioni dell'angolo θ ricostruito con HT (in rosso) e dell'angolo di incidenza vero delle particelle (in blu) per ogni vista (xz, yz). A destra: differenza tra l'angolo θ ricostruito e quello generato.

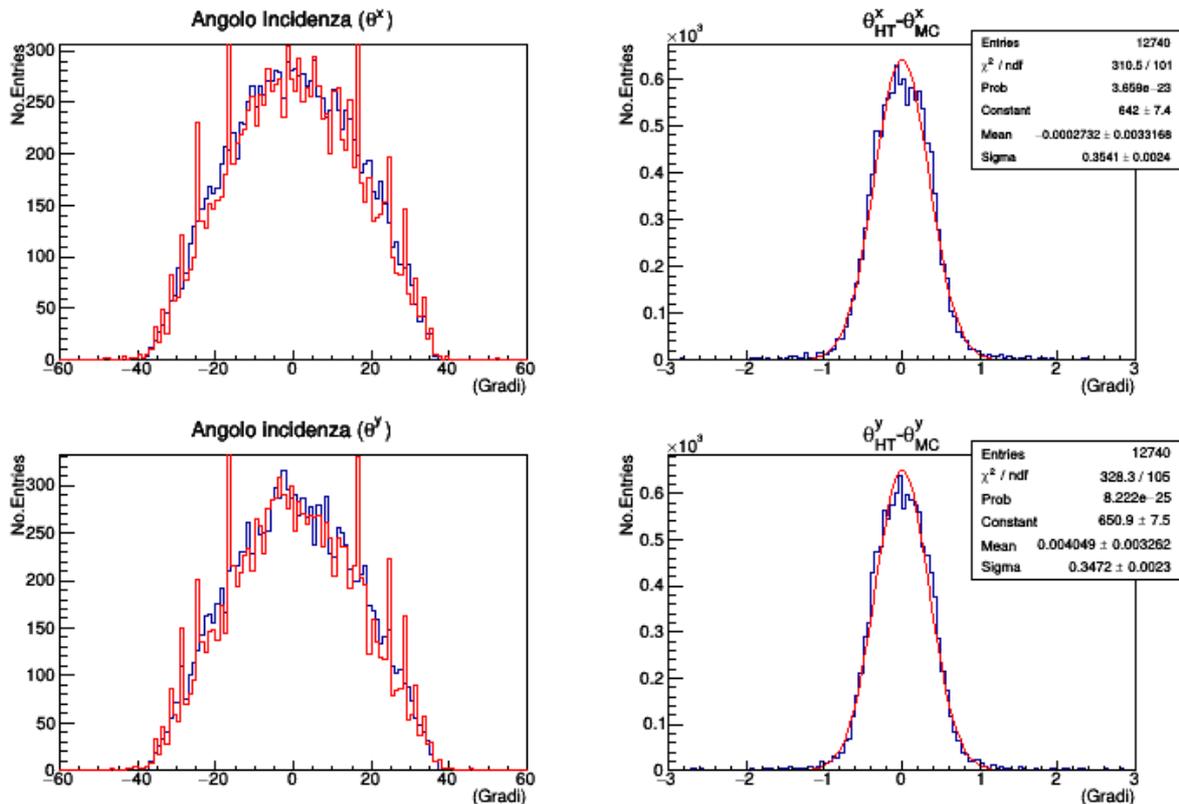


Figura 4.2: Protoni simulati nell'intervallo di energia 200 GeV - 2 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 200×500 . A sinistra: distribuzioni dell'angolo θ ricostruito con HT (in rosso) e dell'angolo di incidenza vero delle particelle (in blu) per ogni vista (xz, yz). A destra: differenza tra l'angolo θ ricostruito e quello generato.

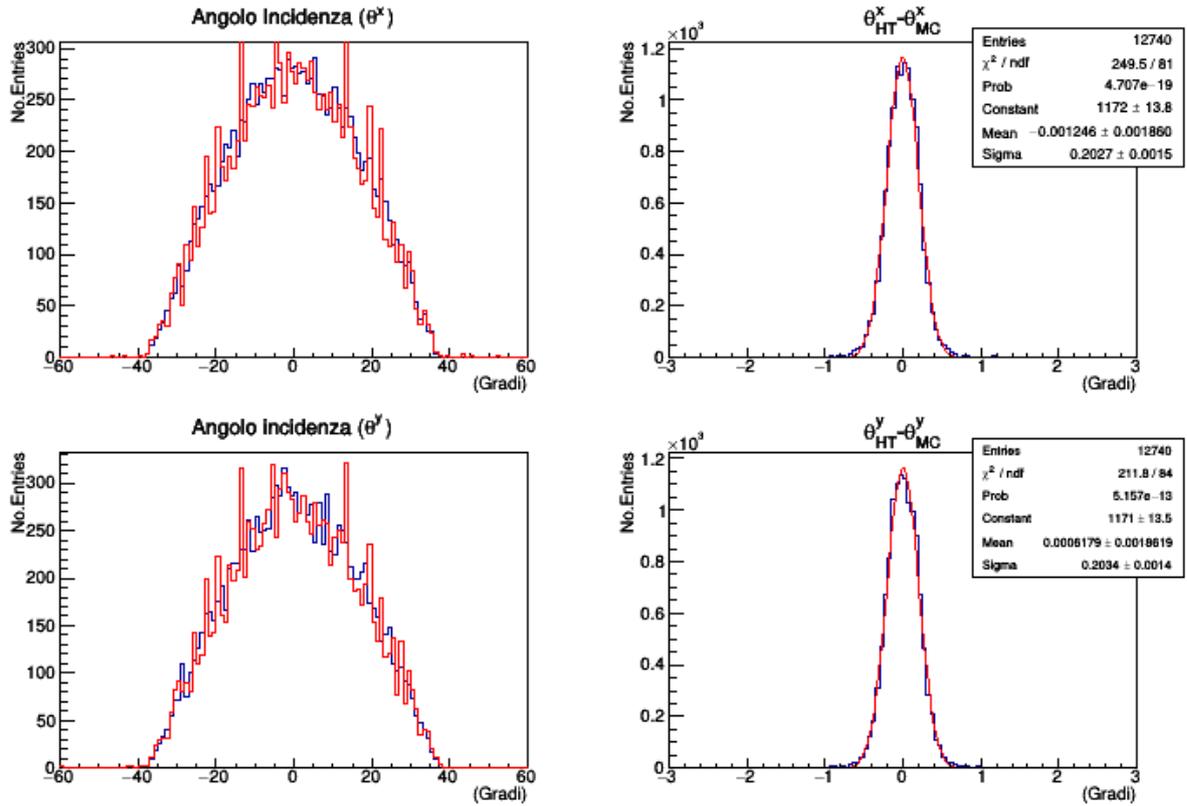


Figura 4.3: Protoni simulati nell'intervallo di energia 200 GeV - 2 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 400×1000 . *A sinistra:* distribuzioni dell'angolo θ ricostruito con HT (in rosso) e dell'angolo di incidenza vero delle particelle (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra:* differenza tra l'angolo θ ricostruito e quello generato.

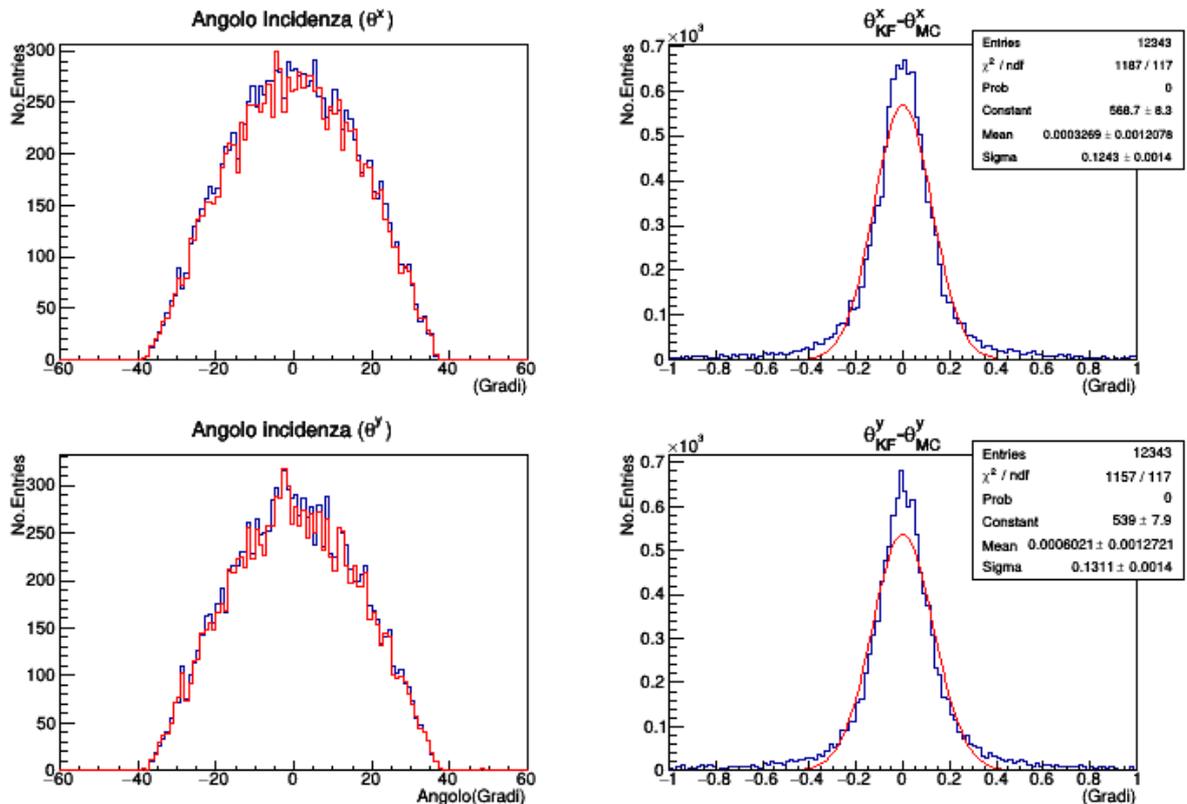


Figura 4.4: Protoni simulati nell'intervallo di energia 200 GeV - 2 TeV. *A sinistra:* distribuzioni dell'angolo θ ricostruito con KF (in rosso) e dell'angolo di incidenza vero delle particelle (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra:* differenza tra l'angolo θ ricostruito e quello generato.

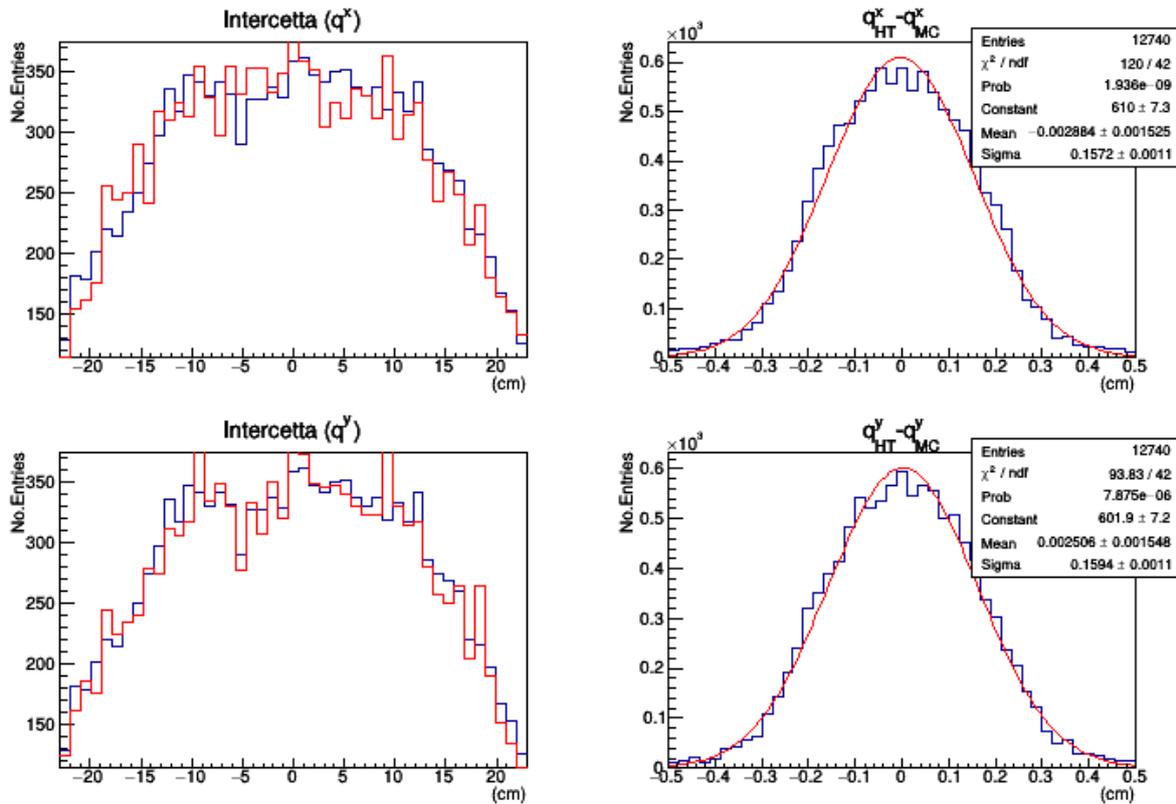


Figura 4.5: Protoni simulati nell'intervallo di energia 200 GeV - 2 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 100×250 . A sinistra: distribuzioni del parametro q ricostruito con HT (in rosso) e del punto di impatto vero delle particelle nel CHD (in blu) per ogni vista (xz, yz). A destra: differenza tra il parametro q ricostruito e quello generato.

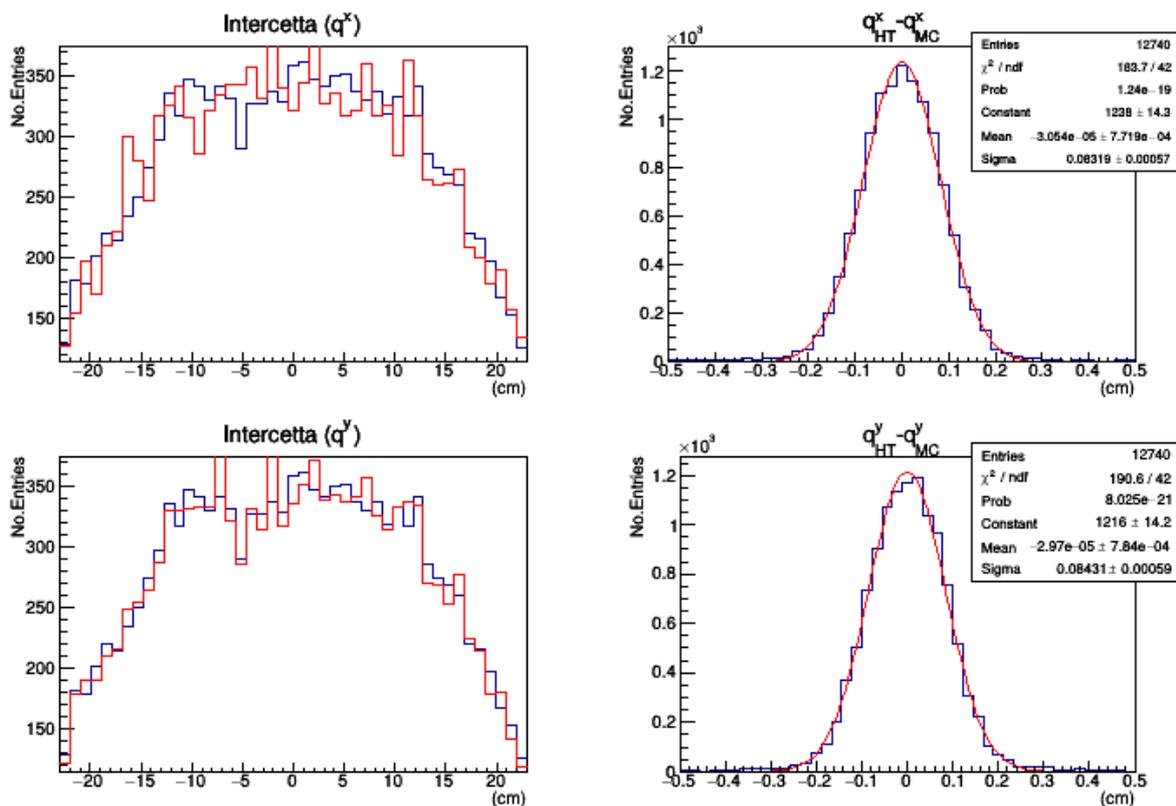


Figura 4.6: Protoni simulati nell'intervallo di energia 200 GeV - 2 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 200×500 . A sinistra: distribuzioni del parametro q ricostruito con HT (in rosso) e del punto di impatto vero delle particelle nel CHD (in blu) per ogni vista (xz, yz). A destra: differenza tra il parametro q ricostruito e quello generato.

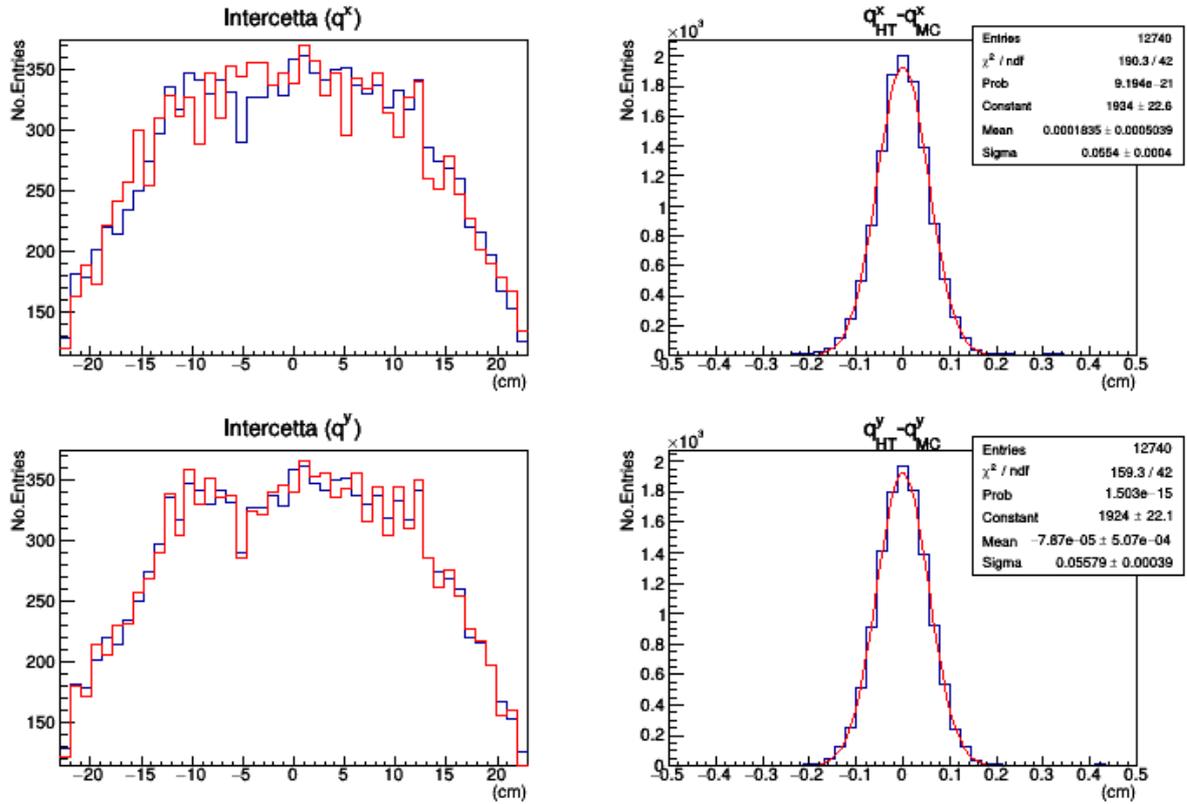


Figura 4.7: Protoni simulati nell'intervallo di energia 200 GeV - 2 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 400×1000 . *A sinistra*: distribuzioni del parametro q ricostruito con HT (in rosso) e del punto di impatto vero delle particelle nel CHD (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra il parametro q ricostruito e quello generato.

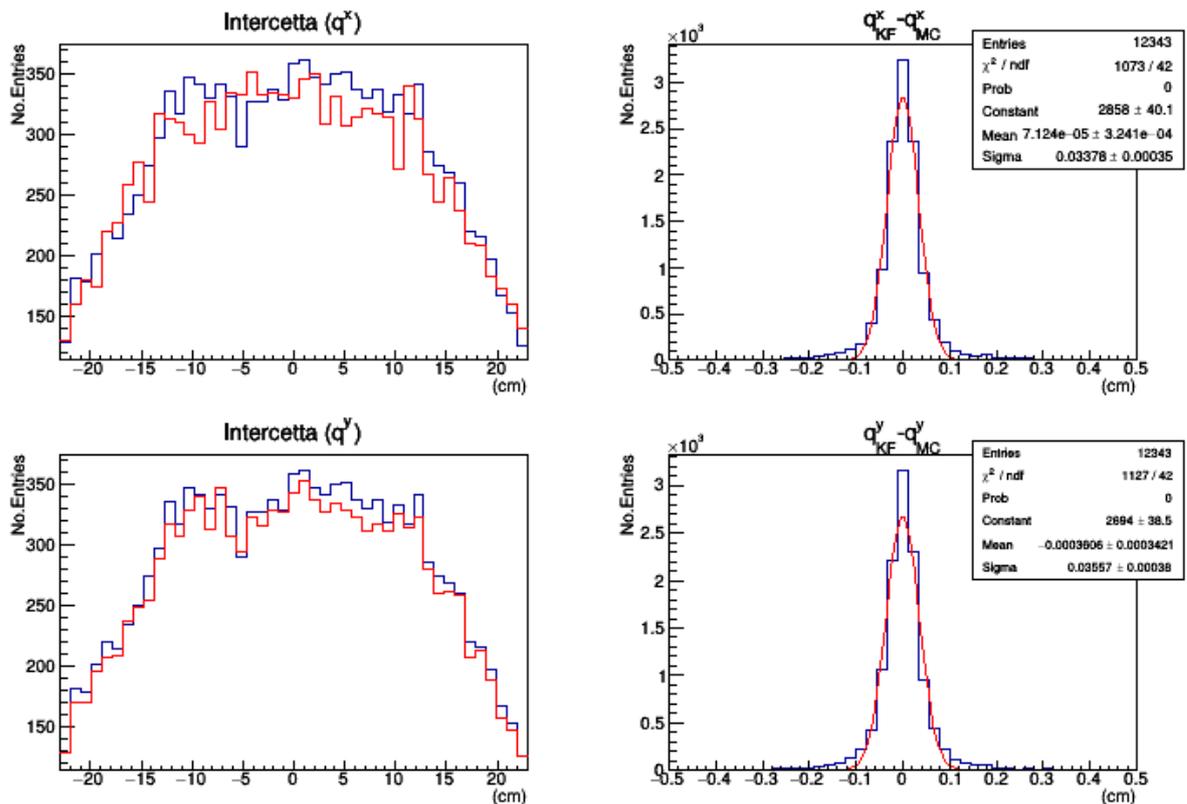


Figura 4.8: Protoni simulati nell'intervallo di energia 200 GeV - 2 TeV. *A sinistra*: distribuzioni del parametro q ricostruito con HT (in rosso) e del punto di impatto vero delle particelle nel CHD (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra l'angolo q ricostruito e quello generato.

Dalle figure 4.1 - 4.8 si può notare che le distribuzioni dei residui (cioè le differenze tra parametro vero e ricostruito) di θ e q per HT diventano più strette all'aumentare della risoluzione dello spazio dei parametri. Quotando come precisione la deviazione standard σ ritrovata dal fit gaussiano alla distribuzione dei residui notiamo che:

- per quanto riguarda il valore di θ si passa da un valore di $\sigma \sim 0.7^\circ$ per il caso 100×250 a $\sigma \sim 0.2^\circ$ del caso 400×1000 . Quest'ultimo si avvicina alla risoluzione di $\sigma \sim 0.13^\circ$ ottenuta da KF.
- per quanto riguarda il valore di q , analogamente la precisione di ricostruzione aumenta all'aumentare della risoluzione. Si passa da $\sigma \sim 0.16$ cm del caso 100×250 a $\sigma \sim 0.05 - 0.06$ cm del caso 400×1000 . In questo ultimo caso i valori si avvicinano a quelli calcolati con KF ($\sigma \sim 0.03 - 0.04$ cm).

I valori di σ ottenuti dai fit sono riportati nella tabella di figura 4.9. Le distribuzioni dei residui di θ e q hanno valore medio compatibile con zero entro l'errore del fit; ciò indica che non vi sono errori sistematici nella ricostruzione.

	VALORE DI σ per dimensione pixel (protoni 200 GeV - 2 TeV)		
Parametro q (visuale)	100x250	200x500	400x1000
$q_{HT}-q_{MC}(xz)$	0.157	0.063	0.055
$q_{HT}-q_{MC}(yz)$	0.159	0.084	0.057
$q_{KF}-q_{MC}(xz)$	0.034		
$q_{KF}-q_{MC}(yz)$	0.036		
Parametro θ (visuale)			
$\theta_{HT}-\theta_{MC}(xz)$	0.73	0.35	0.20
$\theta_{HT}-\theta_{MC}(yz)$	0.70	0.35	0.20
$\theta_{KF}-\theta_{MC}(xz)$	0.12		
$\theta_{KF}-\theta_{MC}(yz)$	0.13		

Figura 4.9: Valori della deviazione standard σ ottenuta dai fit gaussiani alle distribuzioni dei residui di θ e q per KF e HT nelle 3 diverse configurazioni dello spazio dei parametri. I valori per q sono in cm, quelli per θ in gradi.

Nelle figure 4.10 - 4.17 sono mostrate le distribuzioni di θ , q relative agli altri 2 intervalli di energia dei protoni simulati: 20 GeV - 200 GeV e 2 TeV - 20 TeV, fissando la risoluzione a 400×1000 dato che fornisce risultati più precisi e simili a quelli del KF.

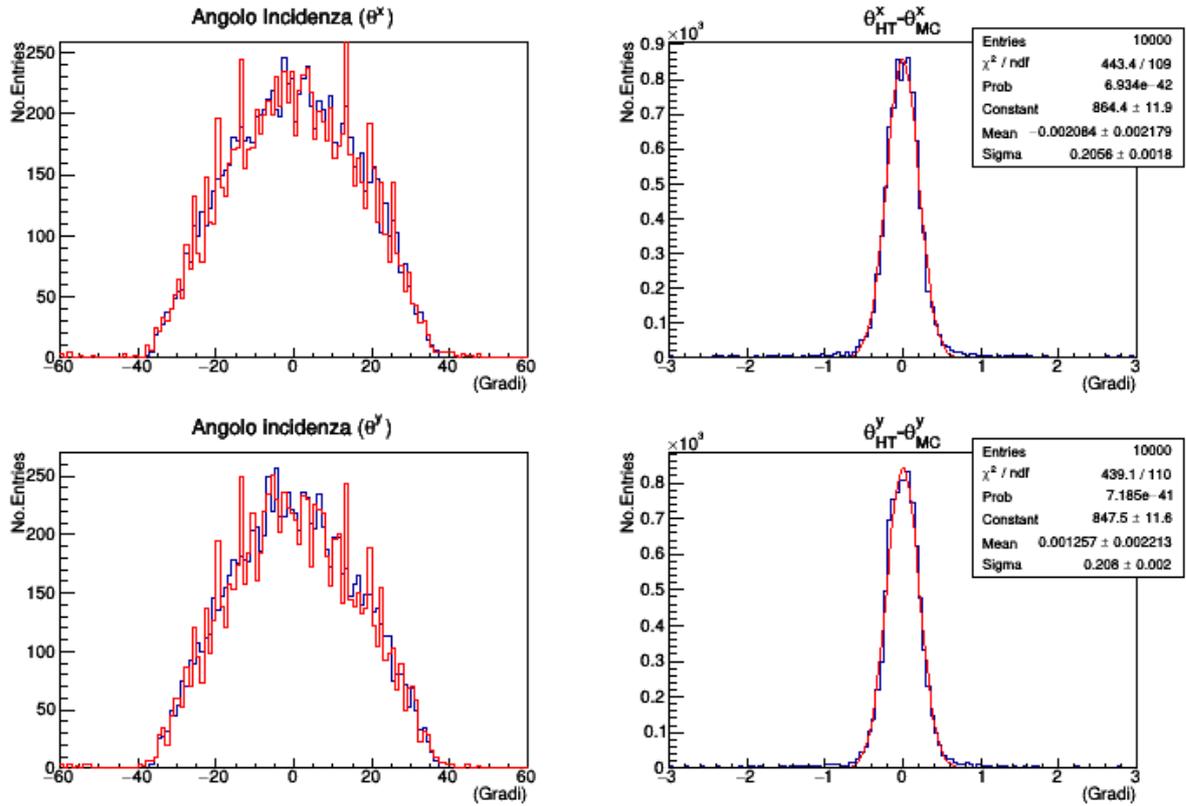


Figura 4.10: Protoni simulati nell'intervallo di energia 20 GeV - 200 GeV, dimensione dello spazio dei parametri 400×1000 . *A sinistra*: distribuzioni dell'angolo θ ricostruito con HT (in rosso) e dell'angolo di incidenza vero delle particelle (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra l'angolo θ ricostruito e quello generato.

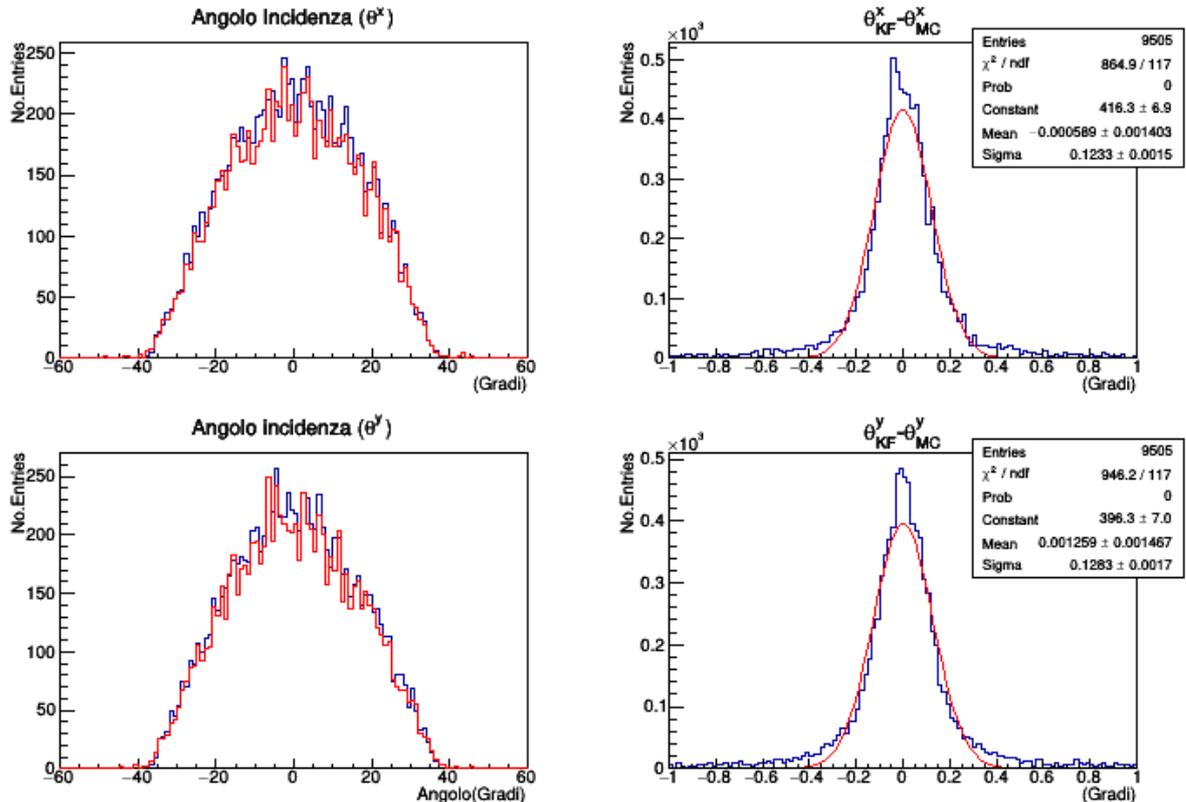


Figura 4.11: Protoni simulati nell'intervallo di energia 20 GeV - 200 GeV. *A sinistra*: distribuzioni dell'angolo θ ricostruito con KF (in rosso) e dell'angolo di incidenza vero delle particelle (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra l'angolo θ ricostruito e quello generato.

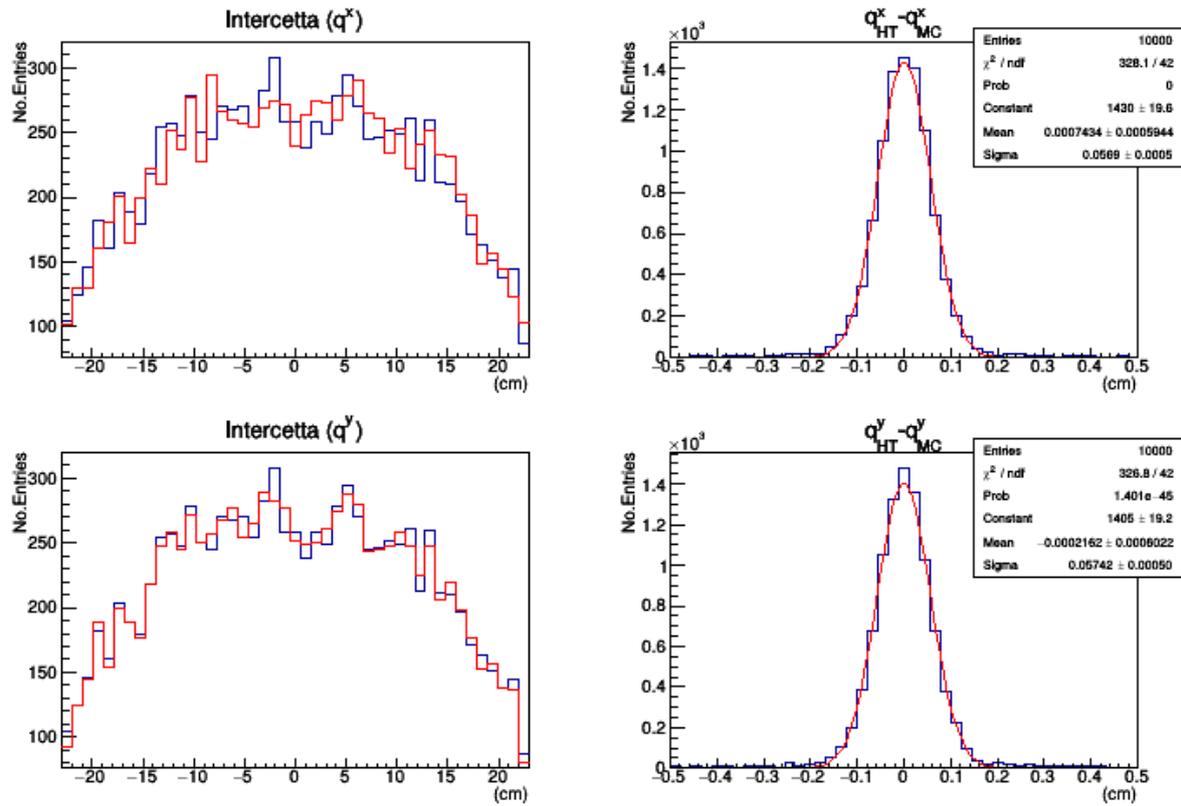


Figura 4.12: Protoni simulati nell'intervallo di energia 20 GeV - 200 GeV, dimensione dello spazio dei parametri 400×1000 . *A sinistra*: distribuzioni del parametro q ricostruito con HT (in rosso) e del punto di impatto vero delle particelle nel CHD (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra il parametro q ricostruito e quello generato.

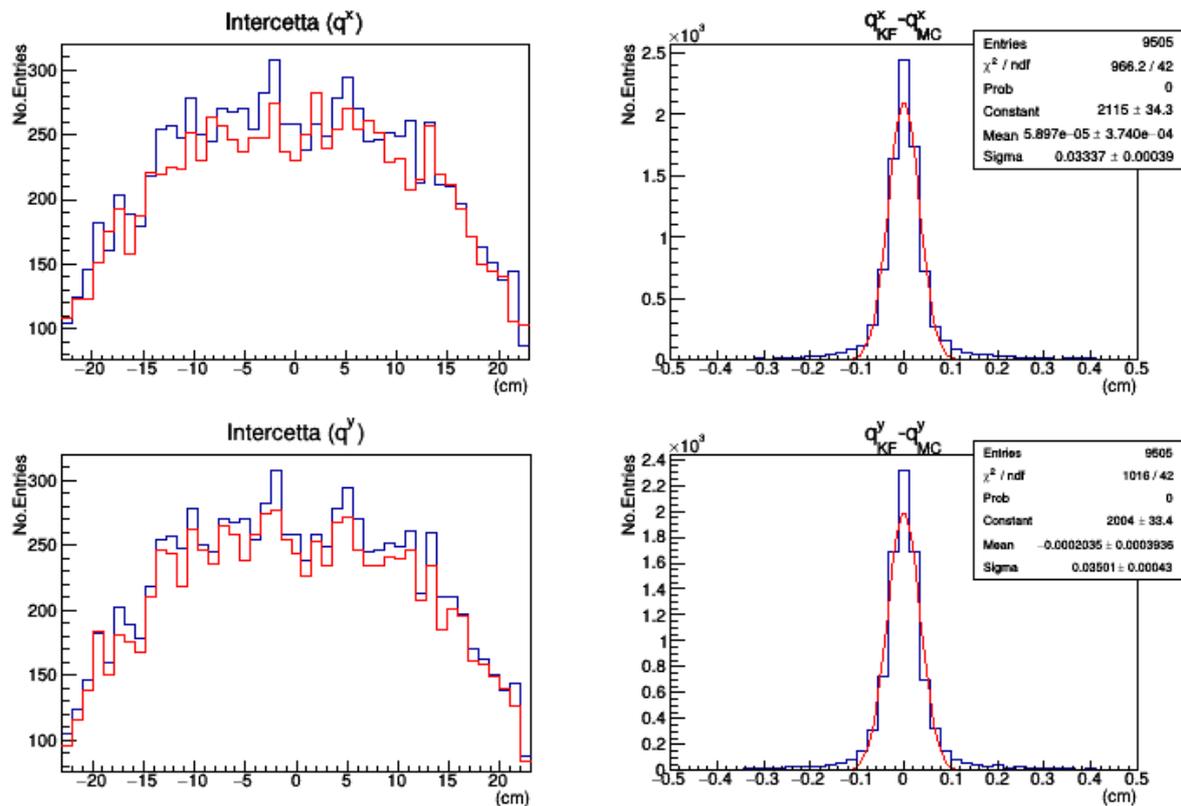


Figura 4.13: Protoni simulati nell'intervallo di energia 20 GeV - 200 GeV. *A sinistra*: distribuzioni del parametro q ricostruito con KF (in rosso) e del punto di impatto vero delle particelle nel CHD (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra il parametro q ricostruito e quello generato.

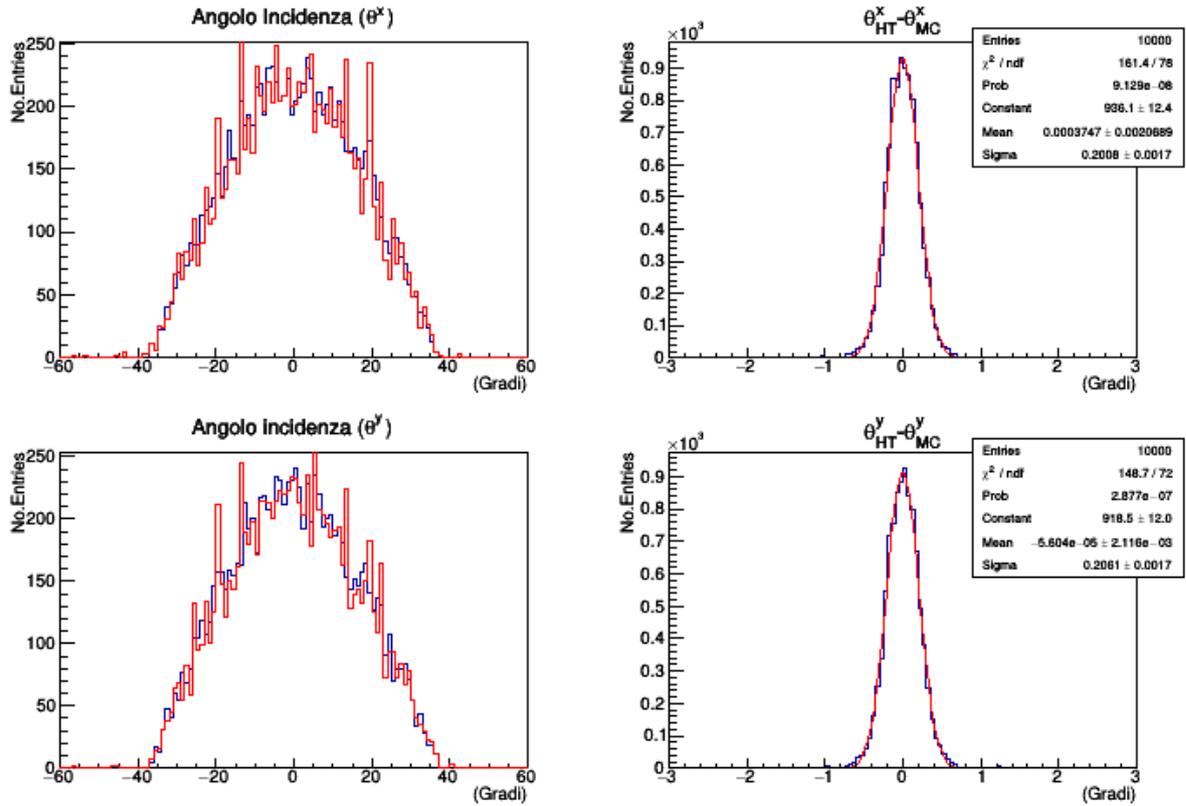


Figura 4.14: Protoni simulati nell'intervallo di energia 2 TeV - 20 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 400×1000 . *A sinistra*: distribuzioni dell'angolo θ ricostruito con HT (in rosso) e dell'angolo di incidenza vero delle particelle (in blu) per ogni vista (xz , yz). *A destra*: differenza tra l'angolo θ ricostruito e quello generato.

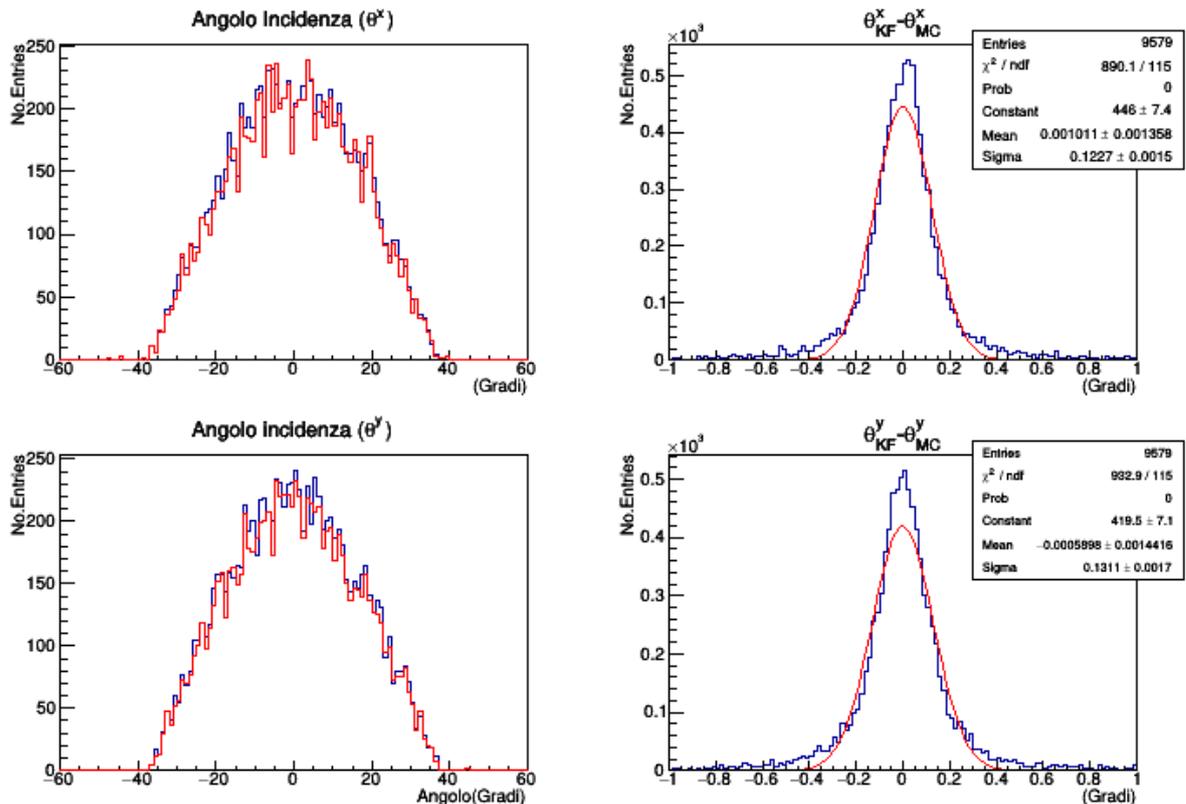


Figura 4.15: Protoni simulati nell'intervallo di energia 2 TeV - 20 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 400×1000 . *A sinistra*: distribuzioni dell'angolo θ ricostruito con KF (in rosso) e dell'angolo di incidenza vero delle particelle (in blu) per ogni vista (xz , yz). *A destra*: differenza tra l'angolo θ ricostruito e quello generato.

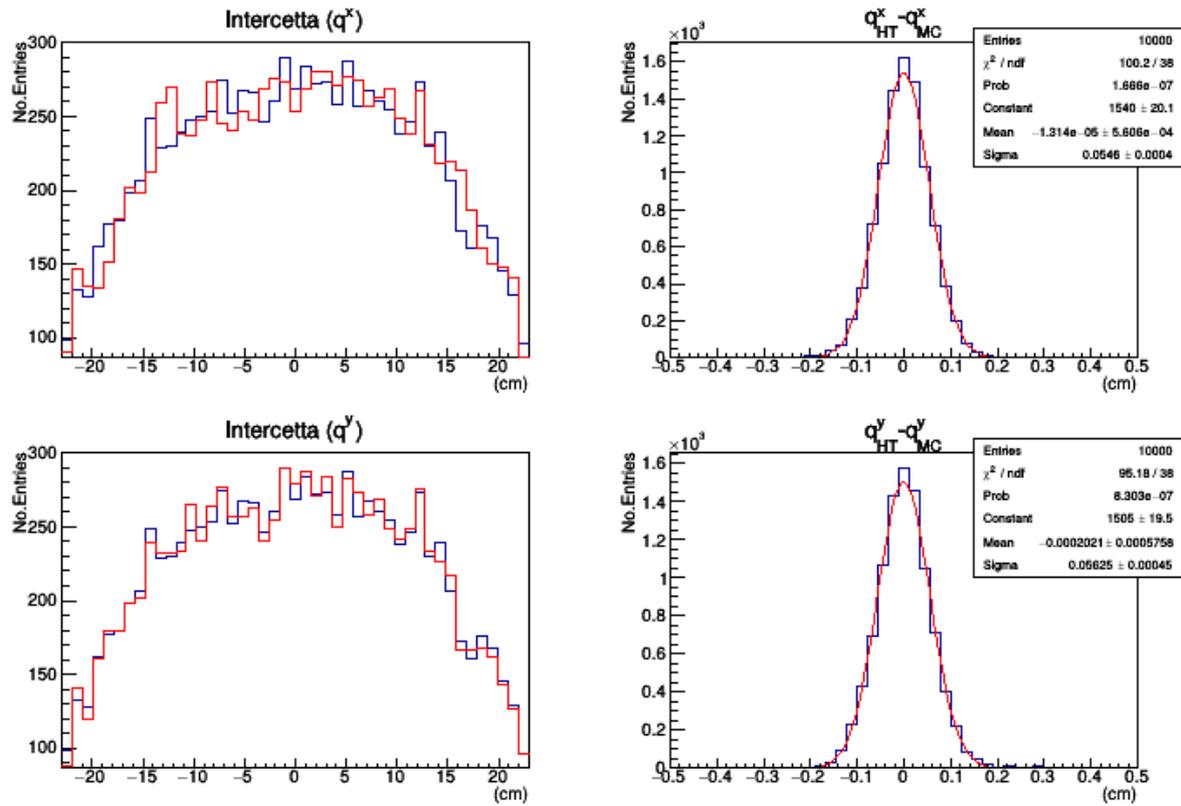


Figura 4.16: Protoni simulati nell'intervallo di energia 2 TeV - 20 TeV, dimensione dello spazio dei parametri 400×1000 . *A sinistra*: distribuzioni del parametro q ricostruito con HT (in rosso) e del punto di impatto vero delle particelle nel CHD (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra il parametro q ricostruito e quello generato.

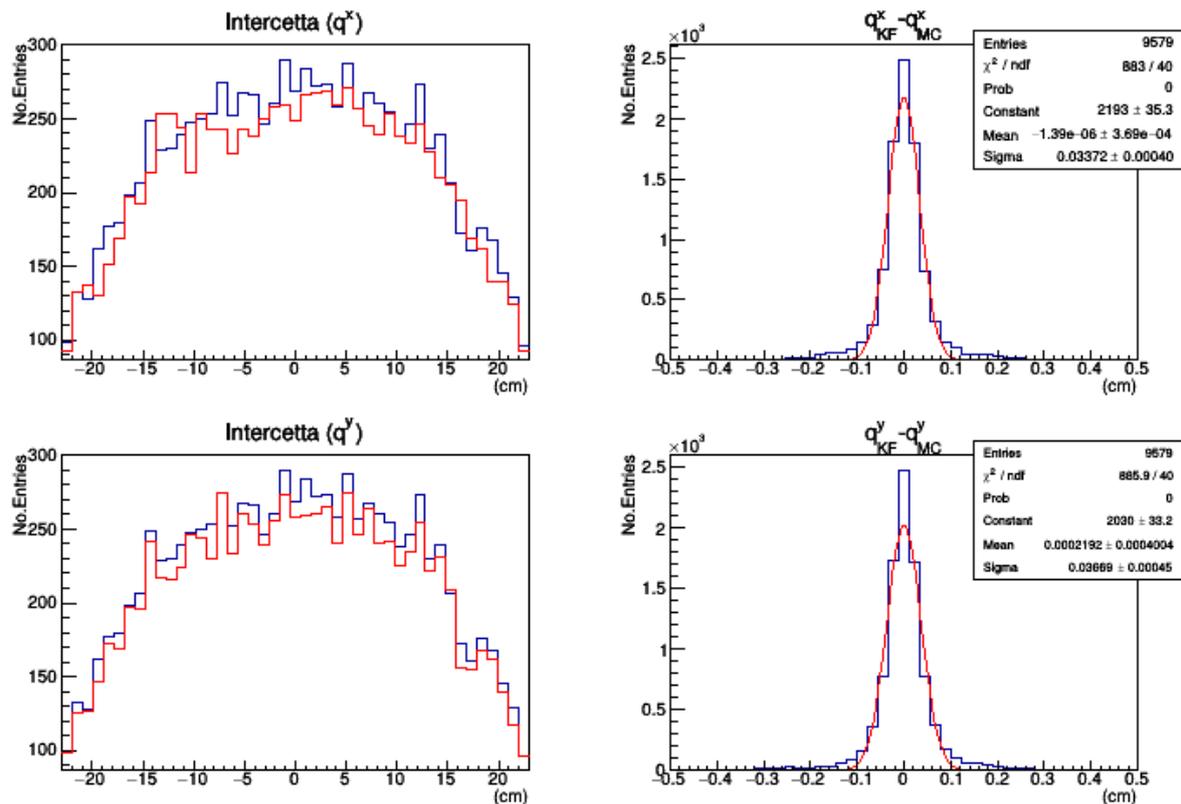


Figura 4.17: Protoni simulati nell'intervallo di energia 2 TeV - 20 TeV. *A sinistra*: distribuzioni del parametro q ricostruito con KF (in rosso) e del punto di impatto vero delle particelle nel CHD (in blu) per ogni vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra il parametro q ricostruito e quello generato.

Dalle distribuzioni dei residui delle figure 4.10 - 4.17 si nota che non vi è una sostanziale dipendenza della precisione di ricostruzione sia di θ che di q dall'energia cinetica dei protoni. Possiamo concludere dai valori di σ riassunti in tabella 4.18 che:

- la risoluzione spaziale di HT è $\sim 550 \mu\text{m}$ contro il valore di $\sim 350 \mu\text{m}$ per KF;
- la risoluzione angolare è $\sim 0.20^\circ$ per HT contro $\sim 0.13^\circ$ per KF.

Parametro q (visuale)	VALORE DI σ per ENERGIA (dimensione 400x1000)		
	20GeV-200GeV	200GeV-2TeV	2TeV-20TeV
$q_{\text{HT}}-q_{\text{MC}}(xz)$	0.057	0.055	0.055
$q_{\text{HT}}-q_{\text{MC}}(yz)$	0.057	0.057	0.056
$q_{\text{KF}}-q_{\text{MC}}(xz)$	0.033	0.034	0.034
$q_{\text{KF}}-q_{\text{MC}}(yz)$	0.035	0.036	0.037
Parametro θ (visuale)			
$\theta_{\text{HT}}-\theta_{\text{MC}}(xz)$	0.21	0.20	0.20
$\theta_{\text{HT}}-\theta_{\text{MC}}(yz)$	0.21	0.20	0.21
$\theta_{\text{KF}}-\theta_{\text{MC}}(xz)$	0.12	0.12	0.12
$\theta_{\text{KF}}-\theta_{\text{MC}}(yz)$	0.13	0.13	0.13

Figura 4.18: Valori della deviazione standard σ ottenuta dai fit gaussiani alle distribuzioni dei residui di θ e q , per KF e HT nei 3 diversi range di energia, mantenendo per HT lo spazio dei parametri fisso a 400×1000 pixel. I valori per q sono in cm, quelli per θ in gradi.

Una cosa interessante da notare è che sebbene la risoluzione del metodo KF sia migliore di quella ottenuta con HT, i fit gaussiani alle distribuzioni dei residui per HT hanno un χ^2 migliore rispetto agli analoghi fit per KF. Le distribuzioni dei residui per KF hanno infatti code non gaussiane, che di fatto indicano che la risoluzione del metodo è minore rispetto a quella stimata fittando solo la parte centrale della distribuzione con una gaussiana.

Si potrebbe inoltre aumentare la precisione del metodo HT con una segmentazione ancora più fine dello spazio dei parametri, ma questo renderebbe ancora più lento l'algoritmo. Il tempo medio per calcolare la HT di 1 evento di protone del dataset 2 - 20 TeV è: 0.57 s con spazio dei parametri 100×250 , 1.84 s con dimensione 200×500 e 5.90 s con dimensione 400×1000 , dove si è utilizzato un PC con processore INTEL da 1.3 GHz.

Si deve perciò trovare un compromesso fra la precisione richiesta nella ricostruzione e la velocità di esecuzione dell'algoritmo.

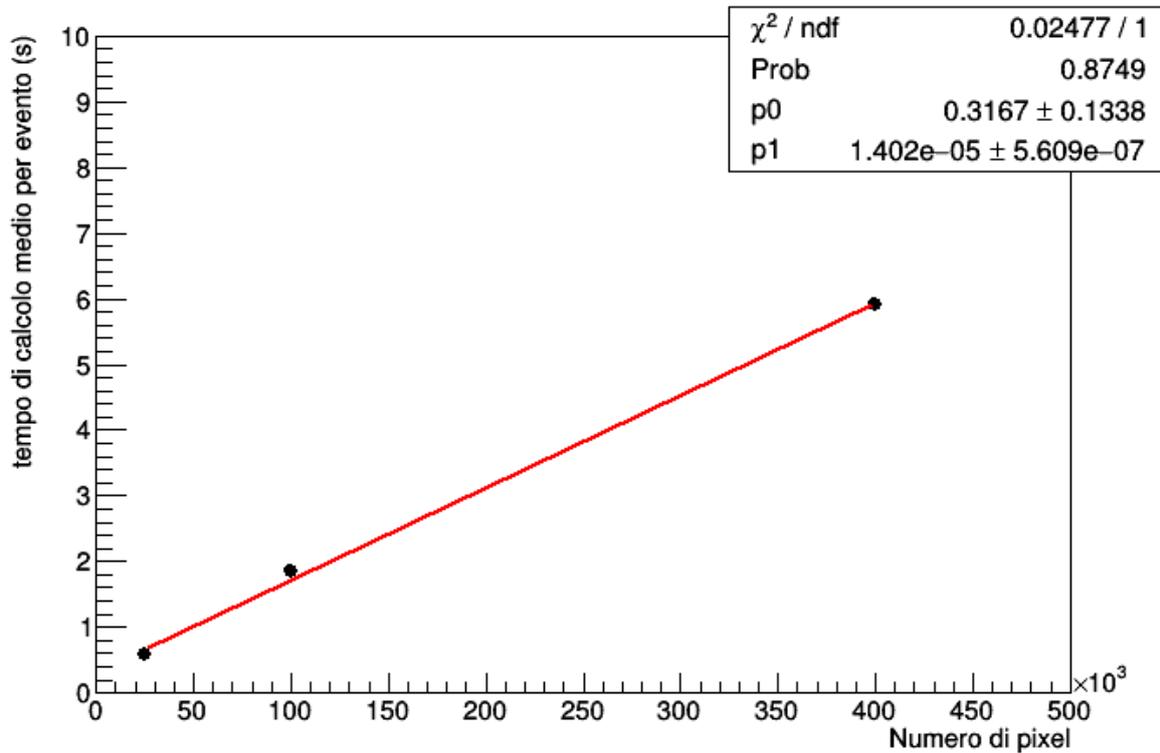


Figura 4.19: Grafico del tempo medio necessario al programma per effettuare la HT su un evento in funzione della dimensione dello spazio dei parametri espresso in pixel.

In figura 4.19 è mostrato il grafico del tempo di calcolo medio per evento in funzione della dimensione dello spazio dei parametri. Sono stati graficati i tempi misurati ed è stato eseguito un fit lineare che si accorda bene con i valori. Si nota dunque come, aumentando il numero di pixel nello spazio dei parametri, aumenta linearmente il tempo necessario al calcolo della HT.

4.3.2 Studio 2: precisione della ricostruzione in funzione dell'energia

In questo studio ho analizzato le differenze tra i valori dei parametri θ , q ricostruiti e quelli veri in diversi intervalli di energia cinetica dei protoni.

Il programma legge in input i dataset relativi ai 3 range di energia simulati e il concatena. L'intervallo 20 GeV - 20 TeV è suddiviso in 9 sotto-intervalli di energia. Dato che lo spettro di energia dei protoni simulati segue una legge di potenza E^{-1} , per avere circa lo stesso numero di eventi in ogni intervallo, essi devono essere scelti di uguale ampiezza in scala logaritmica, cioè $\log\left(\frac{E_{n+1}}{E_n}\right) = cost.$ dove n indica l' n -esimo intervallo.

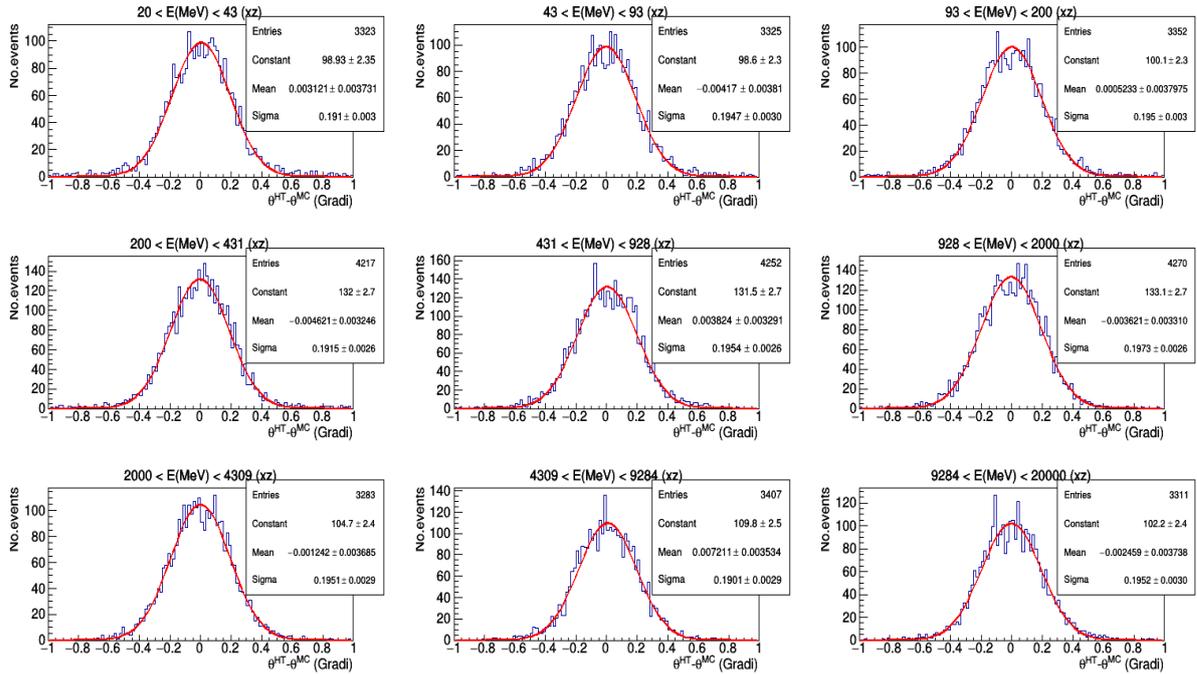


Figura 4.20: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con HT e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

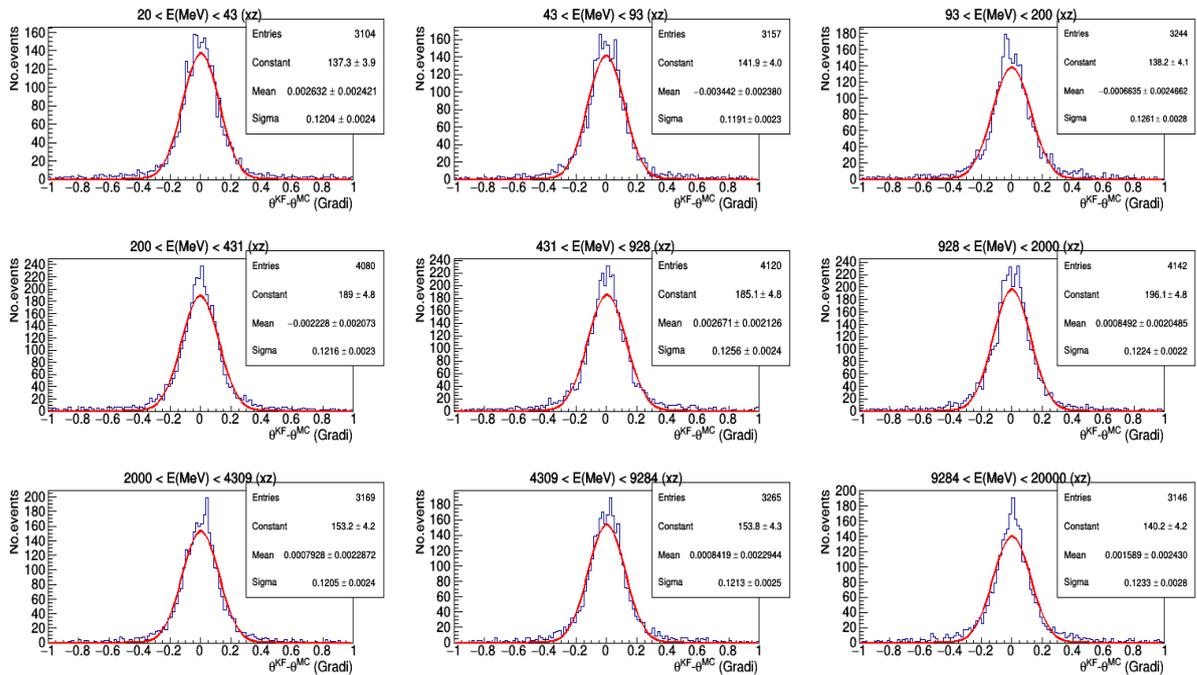


Figura 4.21: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con KF e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

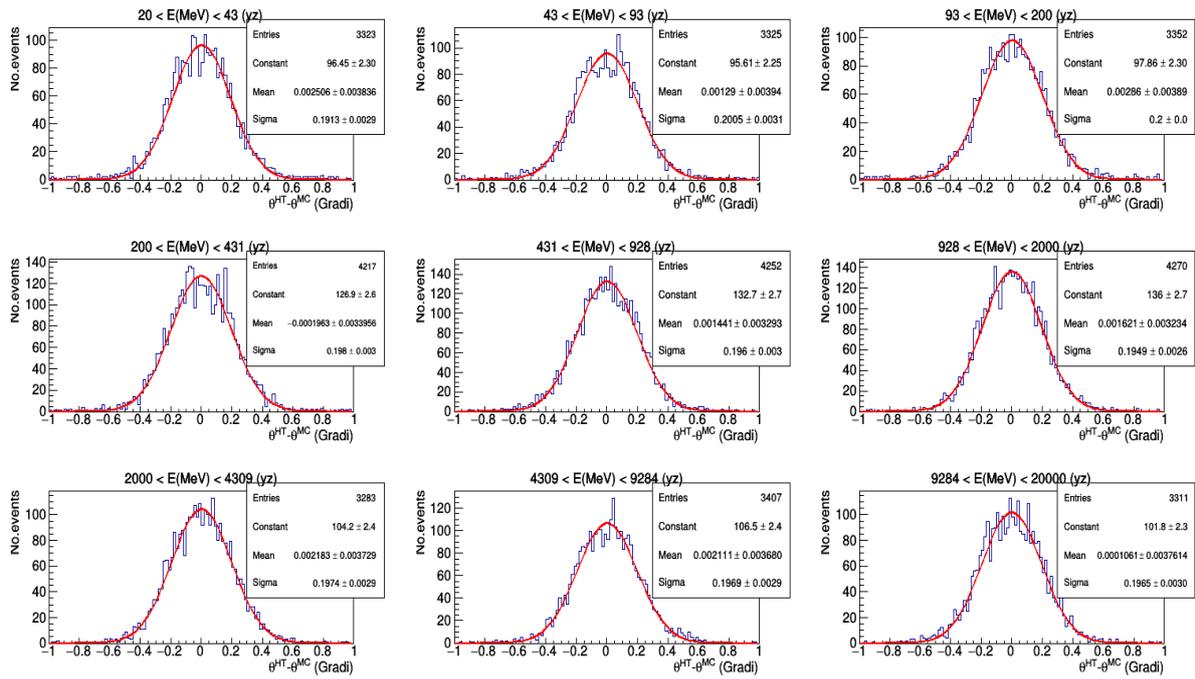


Figura 4.22: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con HT e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

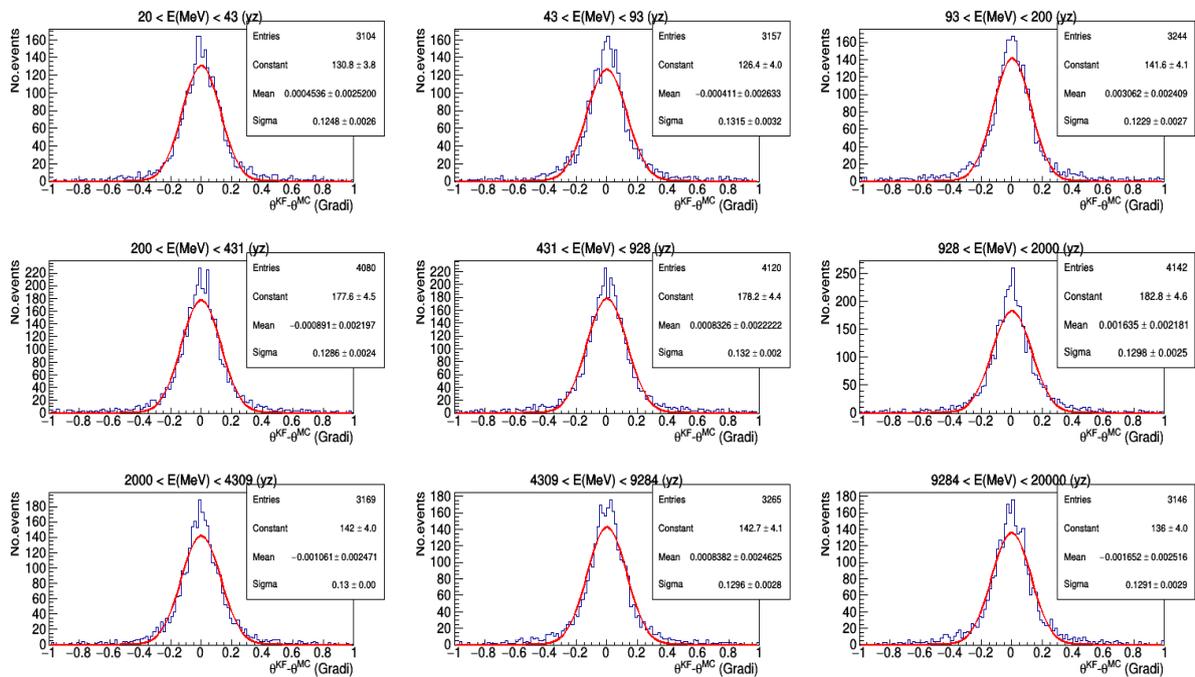


Figura 4.23: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con KF e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

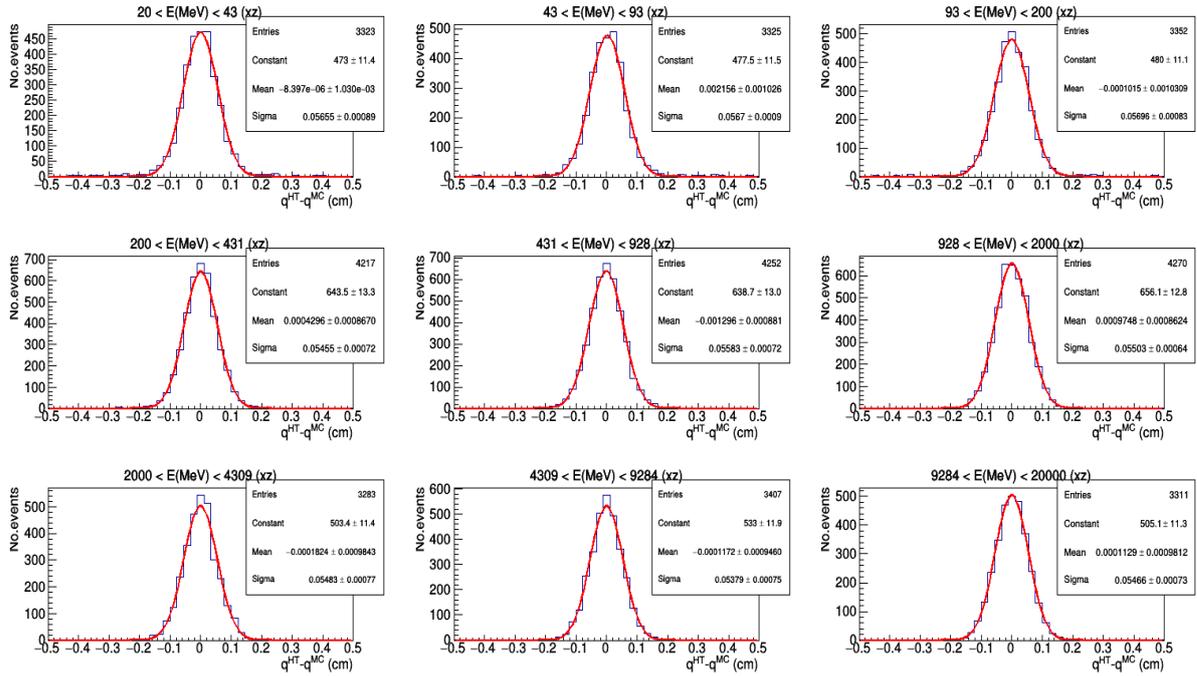


Figura 4.24: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con HT e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

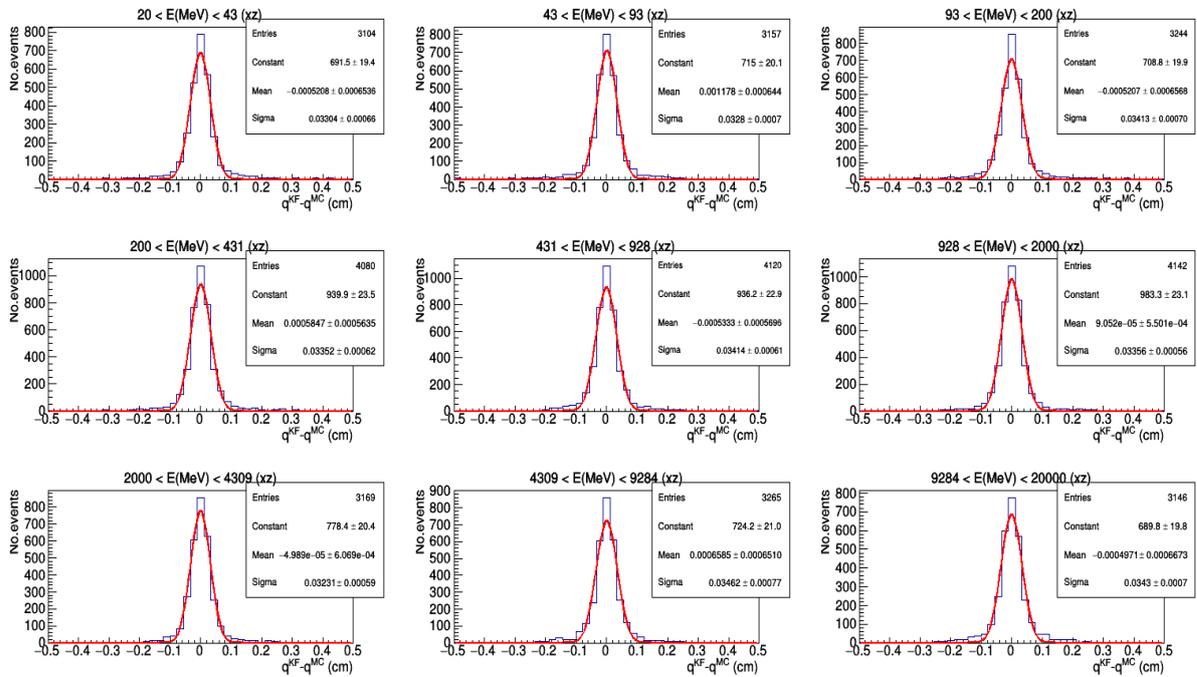


Figura 4.25: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con KF e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

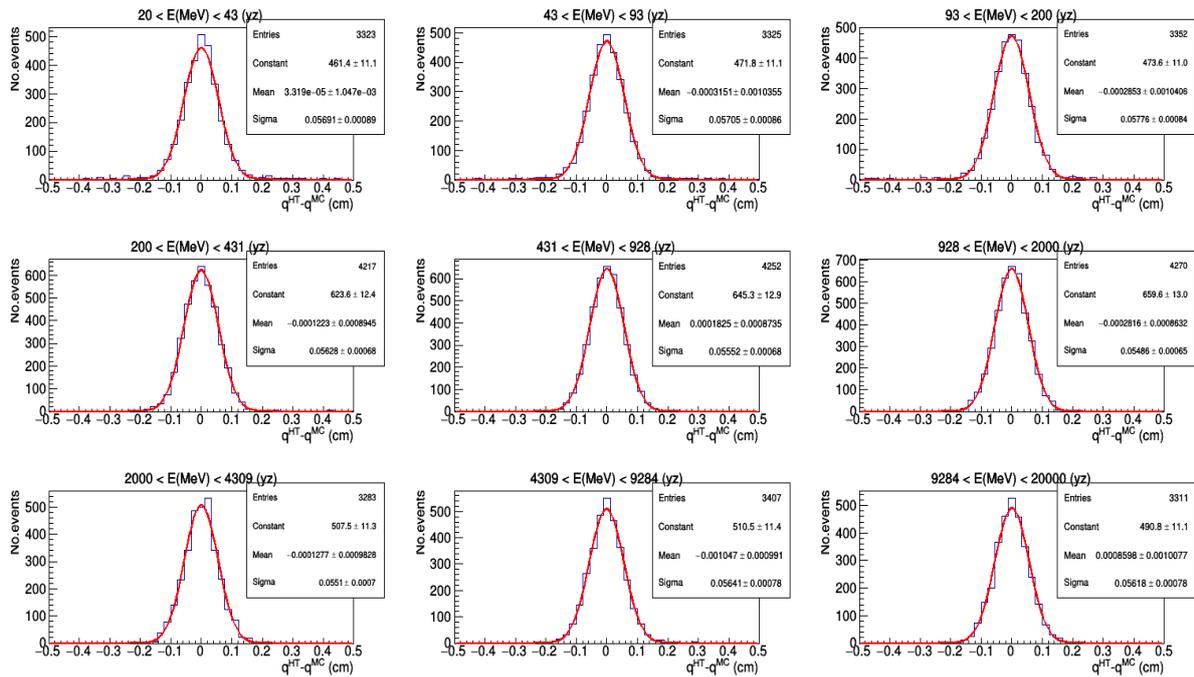


Figura 4.26: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con HT e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

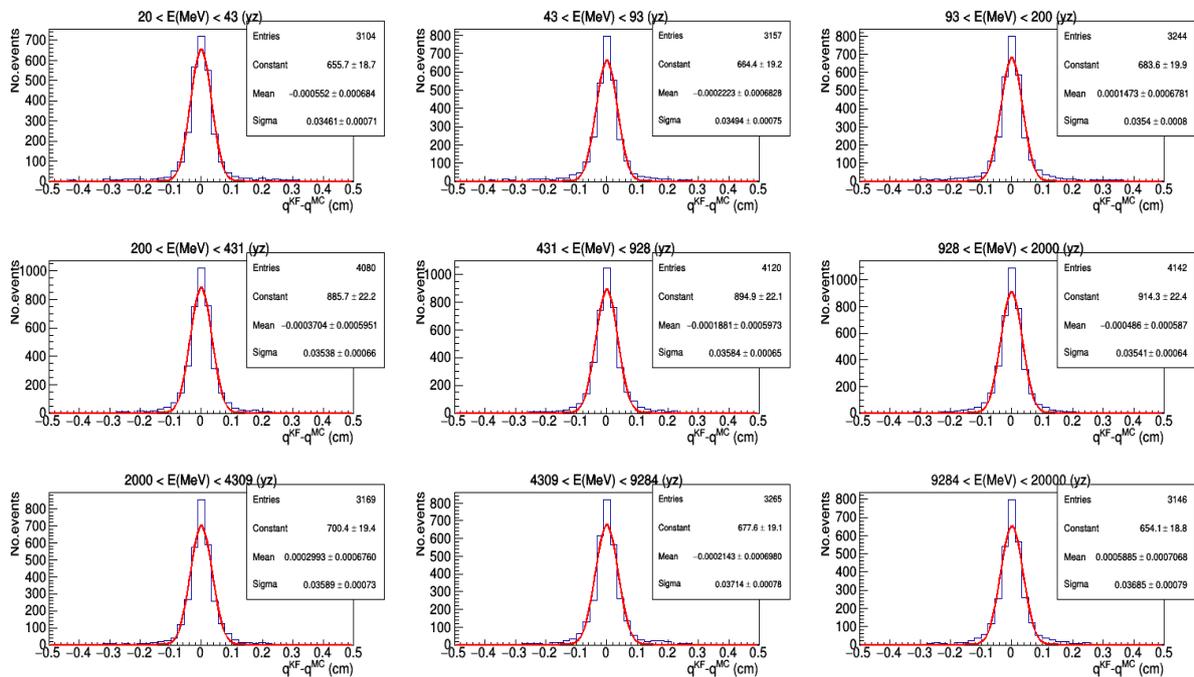


Figura 4.27: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con KF e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

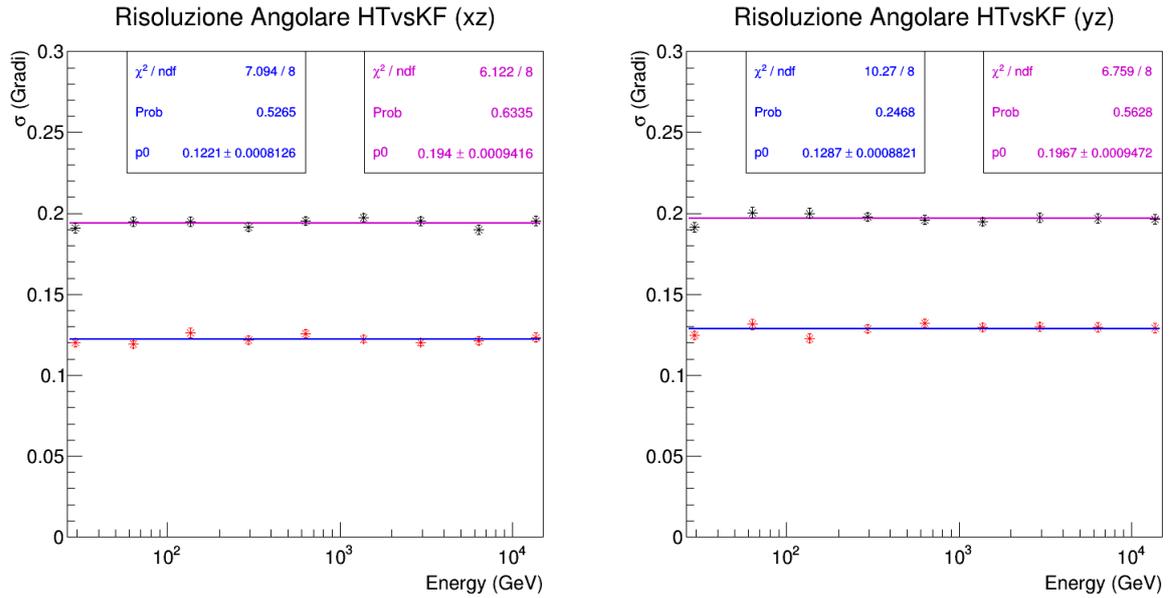


Figura 4.28: Risoluzione angolare in funzione dell'energia cinetica dei protoni simulati. I punti rossi per KF, in nero la curva per HT. Le linee magenta (per HT) e blu (per KF) rappresentano il fit ai dati con una funzione costante.

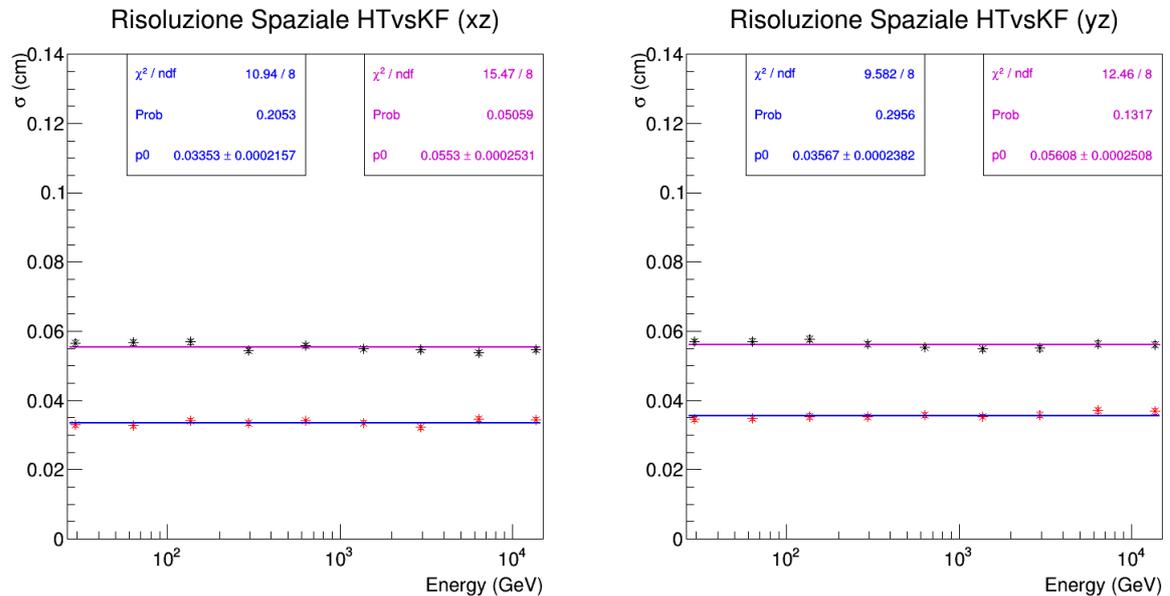


Figura 4.29: Risoluzione spaziale in funzione dell'energia cinetica dei protoni simulati. I punti rossi per KF, in nero la curva per HT. Le linee magenta (per HT) e blu (per KF) rappresentano il fit ai dati con una funzione costante.

Le distribuzioni dei residui per θ e q per HT e KF sono mostrate nelle figure 4.20 - 4.27 per ognuno dei nove intervalli di energia. Facendo un fit gaussiano a ogni distribuzione si ricavano i valori di σ (spaziale e angolare) che sono quindi graficati in funzione dell'energia

mediana (definita come $\sqrt{E_{n+1}E_n}$) di ciascun intervallo come mostrato nelle figure 4.28 e 4.29.

Si osserva che i grafici possono essere fittati con una funzione costante su tutto l'intervallo di energia (20 GeV - 20 TeV); si ricavano dai fit i valori di risoluzione spaziale $\sigma_{qHT} \sim 560 \mu\text{m}$, $\sigma_{qKF} \sim 340 - 350 \mu\text{m}$ e angolare $\sigma_{\theta HT} \sim 0.19^\circ$, $\sigma_{\theta KF} \sim 0.12^\circ$.

Successivamente ho studiato l'efficienza dei due metodi di ricostruzione in funzione dell'energia cinetica dei protoni.

L'efficienza è definita come:

$$\epsilon = \frac{N_{ric}}{N_{MC}} \quad (4.1)$$

dove N_{ric} è il numero di eventi ricostruiti, N_{MC} il numero di eventi totali generati in un certo intervallo di energia. L'errore associato ad ϵ è:

$$\Delta\epsilon = \sqrt{\frac{\epsilon(1-\epsilon)}{N_{MC}}} \quad (4.2)$$

Il numero di eventi ricostruiti N_{ric} è contato come integrale della distribuzione dei residui calcolato in un certo intervallo angolare o spaziale di ampiezza fissata, centrato sul picco della distribuzione e simmetrico rispetto ad esso. E' stato scelto un intervallo di $\pm 1^\circ$ per stimare l'efficienza nella ricostruzione angolare e $\pm 1 \text{ cm}$ per la ricostruzione spaziale.

L'efficienza di ricostruzione in funzione dell'energia cinetica dei protoni è mostrata in figura 4.30

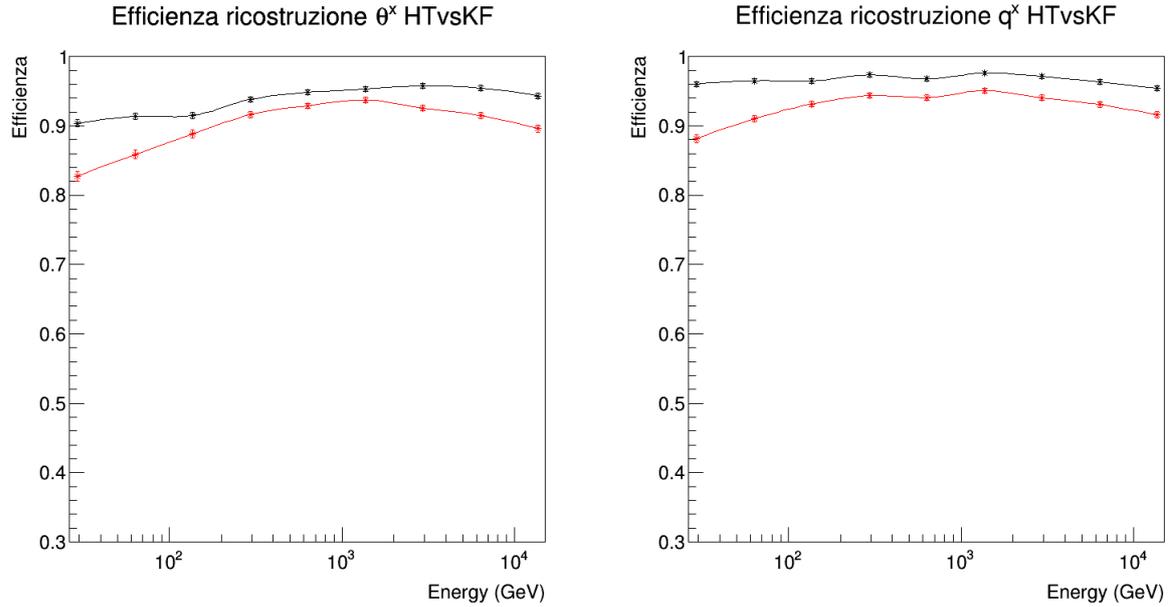


Figura 4.30: Efficienza di ricostruzione dei parametri θ (a sinistra) e q (a destra) in funzione dell'energia nel caso dei protoni. In rosso efficienza di KF, in nero efficienza di HT.

Dalla figura 4.30, si evince che per ogni intervallo di energia l'efficienza di ricostruzione di HT è maggiore rispetto a quella di KF. Per il parametro q l'efficienza di HT è pressoché costante $\epsilon_{HT} \sim 95\%$, mentre KF per $E \leq 100$ GeV presenta efficienze minori ($\epsilon_{KF} \sim 88\% - 91\%$) per poi assestarsi su valori $\epsilon_{KF} \sim 93\%$ e successivamente decrescere a $\epsilon_{KF} \sim 90\%$ per energie maggiori di 10^3 GeV.

Il parametro θ , sia per HT che per KF, presenta una leggera crescita con l'aumento dell'energia. Anche in questo caso HT presenta efficienze maggiori per ogni intervallo; si passa da valori $\epsilon_{HT} \sim 90\%$ per $E \leq 100$ GeV a $\epsilon_{HT} \sim 96\%$ per $E > 100$ GeV, mentre per KF i valori vanno da $\epsilon_{KF} \sim 82\%$ a $\epsilon_{KF} \sim 90\%$ nell'intervallo $20 \leq E \leq 10^3$ GeV per poi decrescere a $\epsilon_{KF} \sim 86\%$ per $E > 10^3$ GeV.

4.3.3 Studio 3: particelle interagenti e non interagenti

Il trigger principale di CALET, chiamato trigger High Energy (HET) può essere modellizzato nei dati simulati. Tale trigger si basa sulla coincidenza di un segnale nel primo piano del TASC e della somma dei segnali nelle ultime due coppie di layer dell'IMC, con soglie scelte per assicurare un'efficienza del 95% per elettroni di energia maggiore di 10 GeV.

In questo studio è stata applicata una condizione più stringente di trigger che nelle analisi basate sui dati di volo è applicata come conferma del trigger hardware. Tale condizione consiste nella richiesta di avere nel primo piano del TASC un deposito di energia maggiore del rilascio equivalente a 100 particelle di carica unitaria al minimo di ionizzazione (MIP, Minimum Ionizing Particles); in un cristallo di PWO4 il rilascio di una MIP è circa 20 MeV. Per evento interagente si intende qui una particella che ha iniziato uno sciame di secondari all'interno dell'IMC o nei primi piani del TASC depositando un'energia maggiore di 2 GeV sul primo piano del TASC. Per eventi non interagenti, si intendono particelle che non soddisfano tale condizione di trigger; possono essere sia MIP (che attraversano tutto il TASC senza fare interazioni adroniche), sia eventi che interagiscono in profondità nel TASC rilasciando poca energia.

Dalle figure presenti in appendice C, si nota che, per i grafici relativi ai protoni interagenti, per $E \leq 200$ GeV, le distribuzioni dei parametri sono più larghe rispetto a quelle delle particelle non interagenti; ciò indica una maggiore difficoltà nel ricostruire i parametri dei protoni incidenti, a causa dell'alto numero di hit generati dai secondari. Negli intervalli ad energie più alte ($E > 200$ GeV), sia per protoni interagenti che non interagenti, le distribuzioni dei residui di entrambi i parametri risultano ben definite. Nelle figure 4.34, 4.35 si può vedere un singolo evento simulato di un protone non interagente che presenta pochi hit fuori traccia dovuti probabilmente a δ -rays. Nelle figure 4.39, 4.40 è mostrato un protone interagente e si notano molti hit, al di fuori di quelli associati alla traccia del primario, dovuti alle particelle di backscattering prodotte dallo sciame nel TASC.

Per ciascuna categoria di eventi, sono state studiate le prestazioni dei metodi di ricostruzione HT e KF e la loro efficienza.

Particelle non interagenti

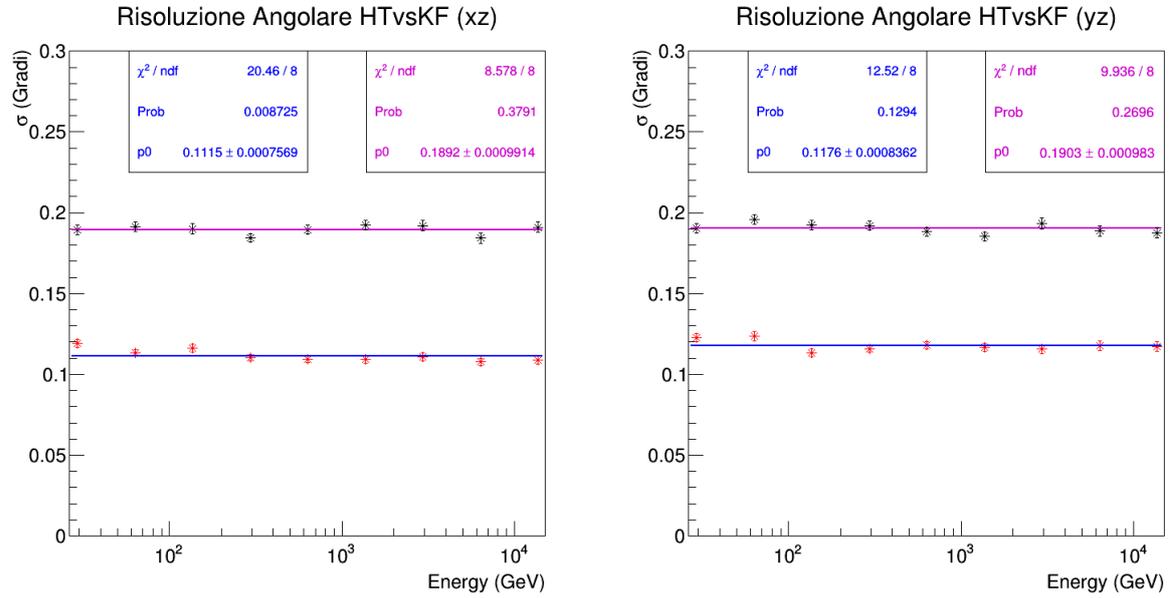


Figura 4.31: Risoluzione angolare in funzione dell'energia cinetica dei protoni non interagenti per le viste xz (a sinistra) e yz (a destra) del rivelatore. I punti rossi per KF, in nero la curva per HT. Le linee magenta (per HT) e blu (per KF) rappresentano il fit ai dati con una funzione costante.

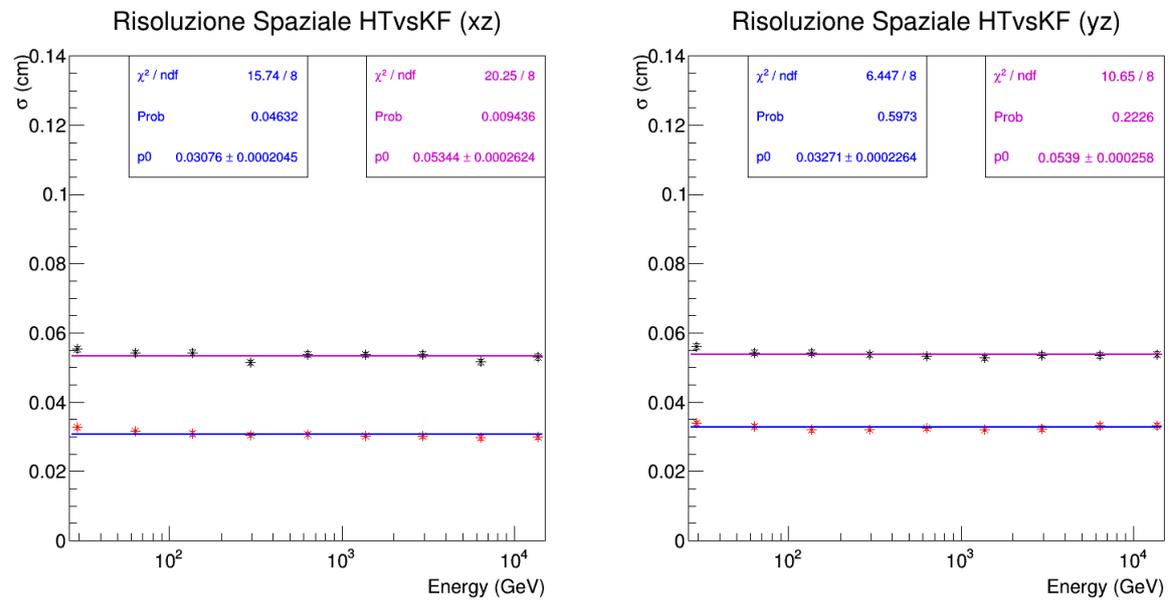


Figura 4.32: Risoluzione spaziale in funzione dell'energia cinetica dei protoni non interagenti per le viste xz (a sinistra) e yz (a destra) del rivelatore. I punti rossi per KF, in nero la curva per HT. Le linee magenta (per HT) e blu (per KF) rappresentano il fit ai dati con una funzione costante.

Dai fit delle figure 4.31 e 4.32 si evince che:

- per il parametro θ ricostruito con HT si ha una sigma $\sigma = 0.19^\circ$ in entrambe le viste. La ricostruzione con KF risulta sempre leggermente più precisa con una sigma $\sigma \sim 0.11^\circ$ nella vista xz e $\sigma \sim 0.12^\circ$ nella yz .
- per il parametro q ricostruito con HT si ha una sigma $\sigma \sim 530 \mu\text{m}$ per la vista xz e $\sigma \sim 540 \mu\text{m}$ per yz . La ricostruzione di KF anche in questo caso si rivela più precisa con una sigma $\sigma \sim 310 \mu\text{m}$ per la vista xz e $\sigma \sim 330 \mu\text{m}$ per yz .

Entrambi i risultati ottenuti sono molto simili a quanto visto nel paragrafo 4.3.2 dove il parametro θ ha $\sigma \sim 0.2^\circ$ per HT e $\sigma \sim 0.12^\circ - 0.13^\circ$ per KF e il parametro q ha $\sigma \sim 550 \mu\text{m}$ per HT e $\sigma \sim 350 \mu\text{m}$ per KF. Il grafico 4.33 mostra come la ricostruzione per eventi non interagenti con HT sia più efficiente di quella eseguita da KF.

Entrambe le efficienze sono migliori di quelle inclusive (cioè che non distinguono interagenti da non interagenti) viste nel paragrafo 4.3.2, per il fatto che le particelle non interagenti sono più semplici da tracciare per la bassa molteplicità di hit in IMC (HT sfiora efficienza 1 nella ricostruzione di entrambi i parametri).

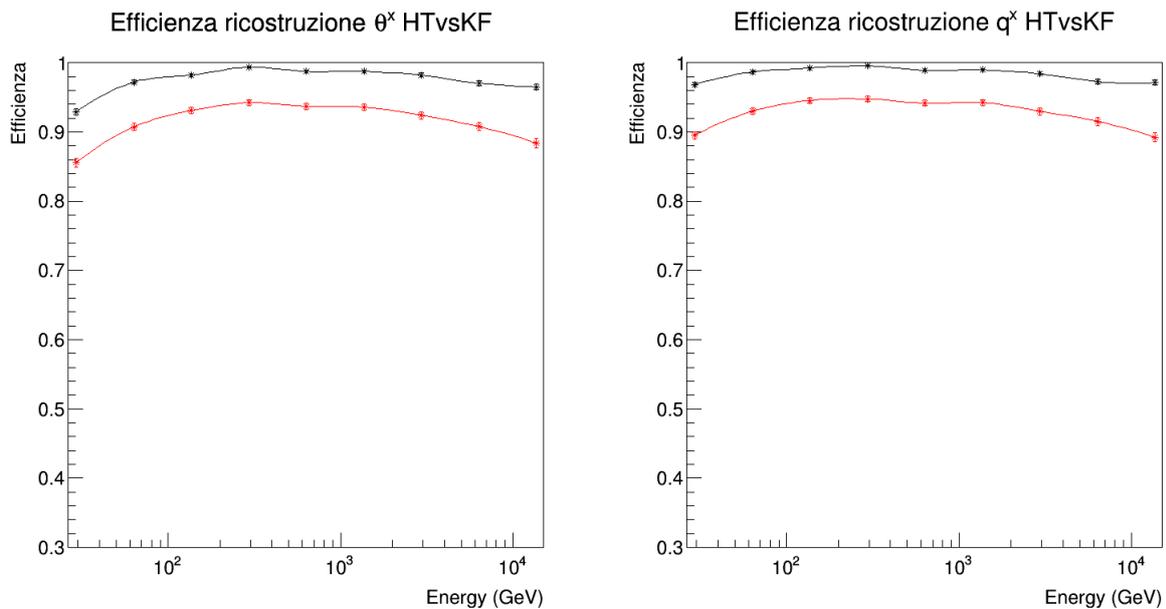


Figura 4.33: Efficienza di ricostruzione dei parametri θ (a sinistra) e q (a destra) in funzione dell'energia nel caso di protoni non interagenti. In rosso efficienza di KF, in nero efficienza di HT.

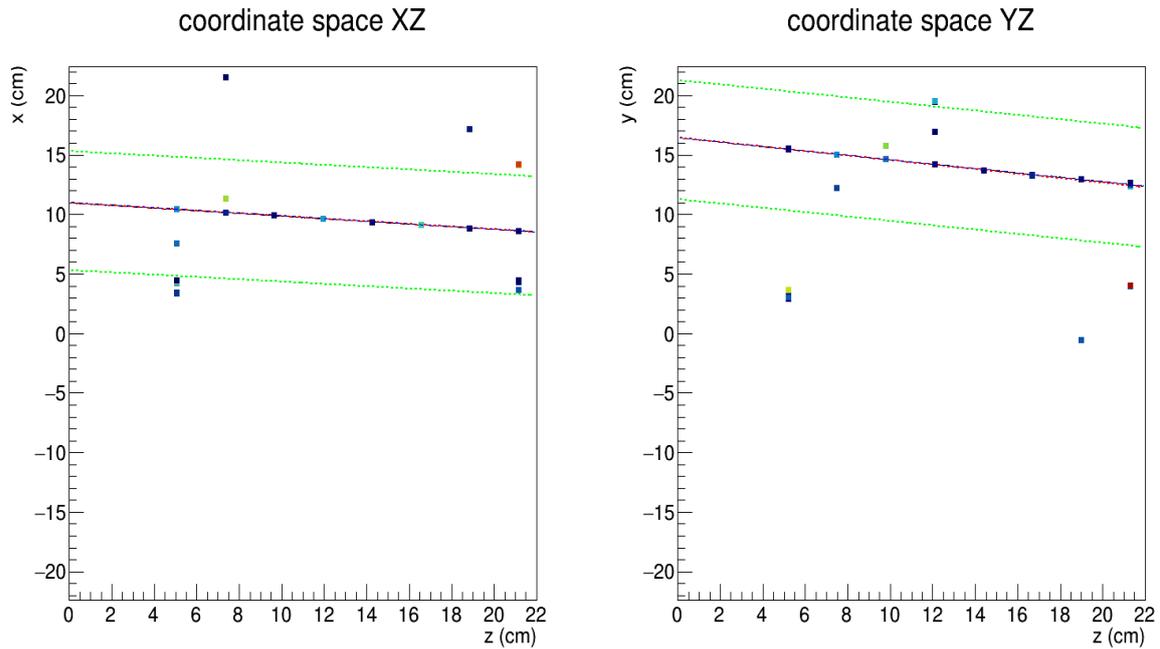


Figura 4.34: Immagine nelle due viste dell'IMC di un protone simulato di energia 1500 GeV che non soddisfa il trigger HE. L'energia depositata nel TASC è 459 GeV. I punti colorati rappresentano gli hit nei vari piani del rivelatore (in blu i depositi di energia più bassi, in rosso quelli più elevati). La retta rossa rappresenta la direzione vera della particella, la retta blu tratteggiata la direzione ricostruita, le rette verdi tratteggiate delimitano la ROI in cui è applicato l'algoritmo HT.

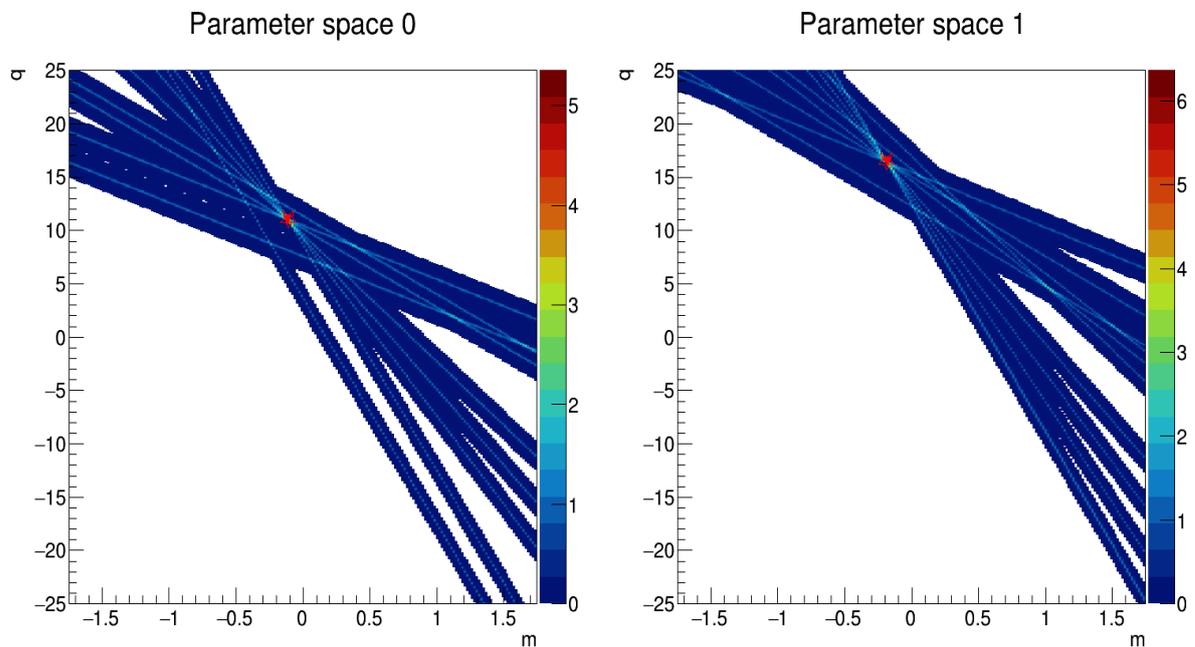


Figura 4.35: Spazio di parametri relativo all'evento di figura 4.34. Per ogni pixel il colore indica l'intensità della risposta, come mostrato dalla scala di colore. I triangoli indicano i punti di massimo identificati dall'algoritmo (rosso il massimo globale, viola i massimi locali), la stella rossa il valore vero dei parametri generati dall'MC.

Particelle Interagenti

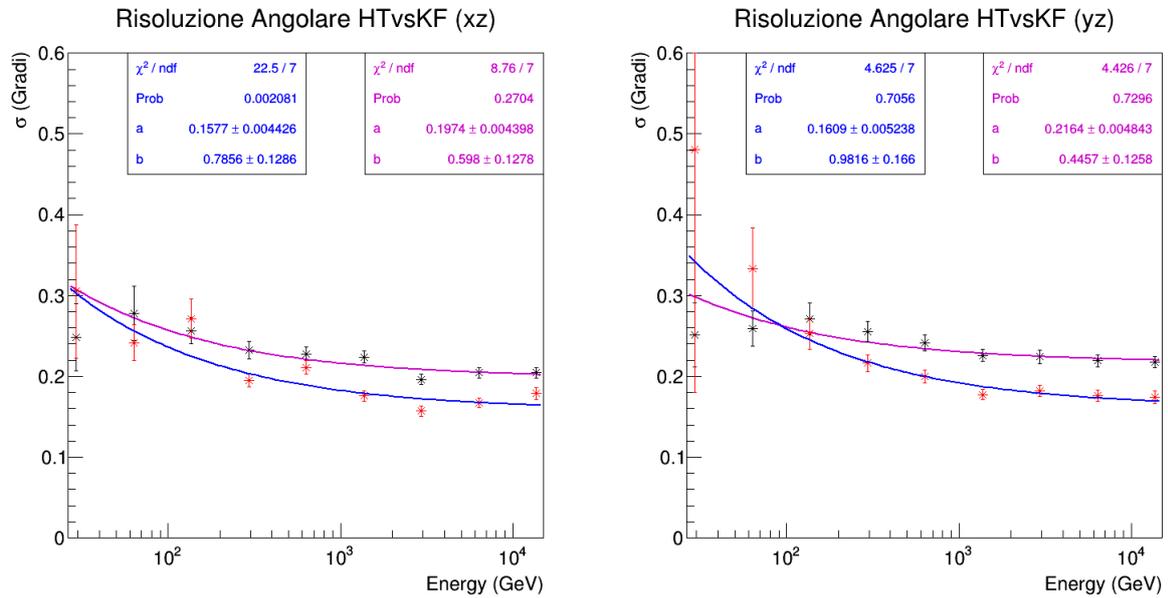


Figura 4.36: Risoluzione Angolare in funzione dell'energia cinetica dei protoni interagenti per le viste xz (a sinistra) e yz (a destra) del rivelatore. I punti rossi per KF, in nero la curva per HT. Le linee magenta (per HT) e blu (per KF) sono i fit con una funzione $a + \frac{b}{\sqrt{E}}$.

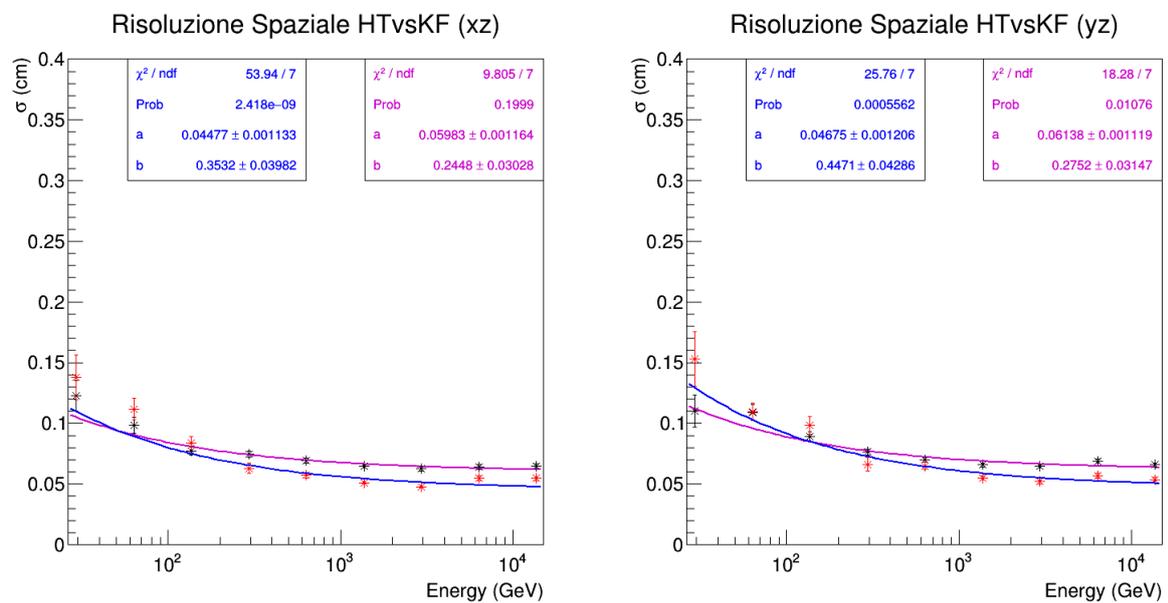


Figura 4.37: Risoluzione spaziale in funzione dell'energia cinetica dei protoni interagenti per le viste xz (a sinistra) e yz (a destra) del rivelatore. I punti rossi per KF, in nero la curva per HT. Le linee magenta (per HT) e blu (per KF) sono i fit con una funzione $a + \frac{b}{\sqrt{E}}$.

Nei grafici 4.36, 4.37 si vede una leggera decrescita prevista per i primi valori dell'energia. Per entrambi i metodi di ricostruzione la risoluzione è minore sia per il parametro θ che per il parametro q rispetto ai protoni non interagenti.

Sui dati è stato effettuato un fit con una funzione $a + \frac{b}{\sqrt{E}}$ in modo da modellizzare l'andamento di σ che ha valori maggiori a basse energie e tende a una retta costante con l'aumentare dell'energia.

- Nel caso del parametro θ , alle basse energie, si vede come KF abbia una minor precisione ($\sigma_x \sim 0.2^\circ - 0.3^\circ$, $\sigma_y \sim 0.25^\circ - 0.5^\circ$) rispetto a HT ($\sigma \sim 0.25^\circ$) che non mostra sostanziali differenze per le due viste. Da sottolineare inoltre che i primi 3 valori di σ ricavati da KF mostrano un elevato errore associato ai singoli punti a causa della limitata statistica. Ad energie maggiori il rapporto $\frac{b}{\sqrt{E}}$ incide sempre meno e la precisione di entrambi i metodi migliora diventando circa uguale al valore di a ($\sigma \sim 0.16^\circ$ per KF, $\sigma \sim 0.21^\circ$ per HT). Anche gli errori associati ai singoli valori di σ diminuiscono con l'aumentare dell'energia.
- Per la risoluzione spaziale, analogamente a quanto detto per quella angolare, HT ha precisione leggermente migliore per bassi valori dell'energia ($E < 100$ GeV) con $\sigma \sim 0.1$ cm mentre per KF $\sigma \sim 0.15$ cm. Alle alte energie sia KF che HT si assestano su un valore molto simile dato dal valore di a del fit: $\sigma \sim 0.04$ cm per KF e $\sigma \sim 0.06$ cm per HT.

L'efficienza (fig. 4.38) in questo caso è minore sia per HT che per KF rispetto ai protoni non interagenti. A basse energie (20 - 100 GeV) HT riesce a ricostruire correttamente un maggiore numero di eventi per poi essere superata da KF per tutte le altre energie.

In generale, si nota che ad energie più elevate la ricostruzione dei parametri avviene in modo più efficiente e preciso, sia per HT che per KF.

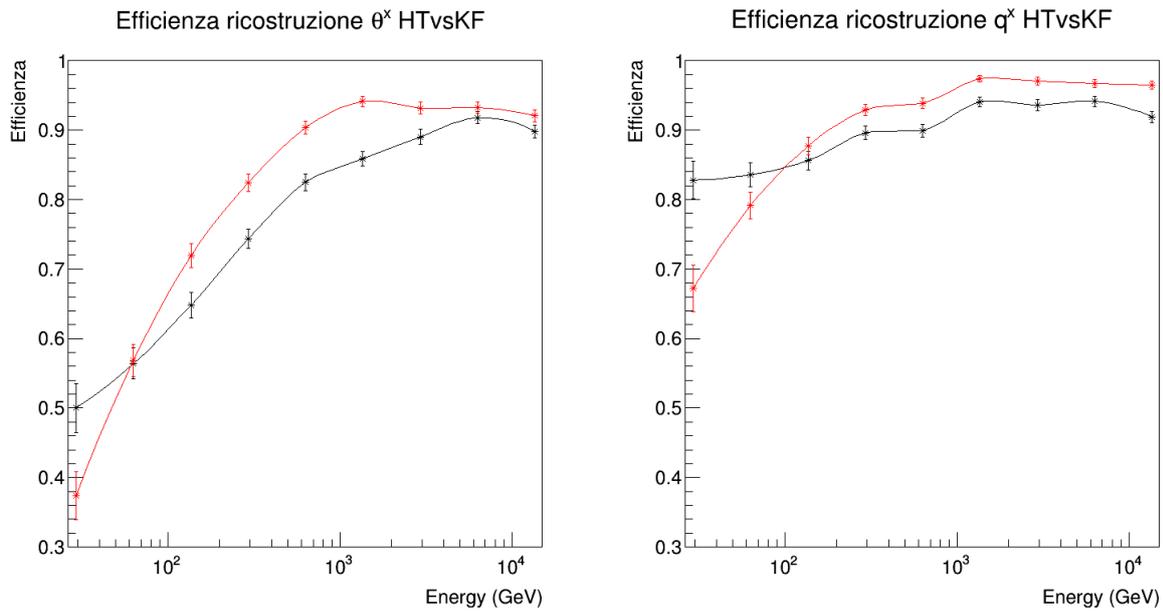


Figura 4.38: Efficienza di ricostruzione dei parametri θ (a sinistra) e q (a destra) in funzione dell'energia nel caso di protoni interagenti. In rosso efficienza di KF, in nero efficienza di HT.

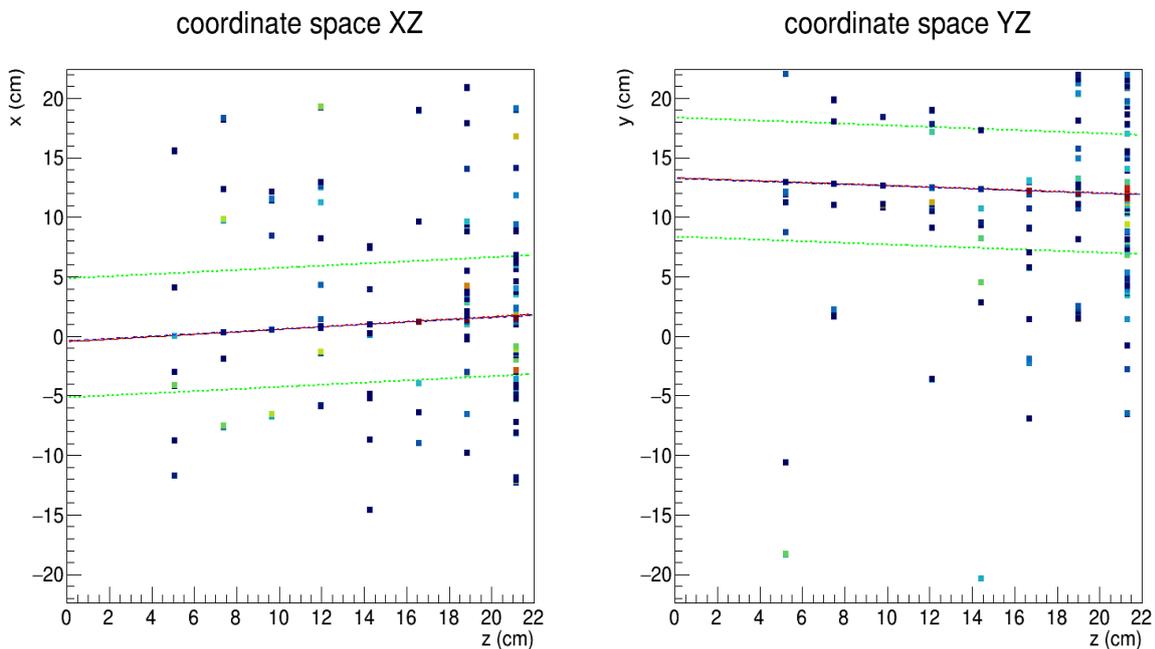


Figura 4.39: Immagine nelle due viste dell'IMC di un protone simulato di energia 18 TeV che soddisfa il trigger HE. L'energia depositata nel TASC è 3458 GeV. I punti colorati rappresentano gli hit nei vari piani del rivelatore (in blu i depositi di energia più bassi, in rosso quelli più elevati). La retta rossa rappresenta la direzione vera della particella, la retta blu tratteggiata la direzione ricostruita, le rette verdi tratteggiate delimitano la ROI in cui è applicato l'algoritmo HT. Si possono notare moltissimi punti rilevati dovuti alla frammentazione del primario e al backscattering proveniente dal TASC.

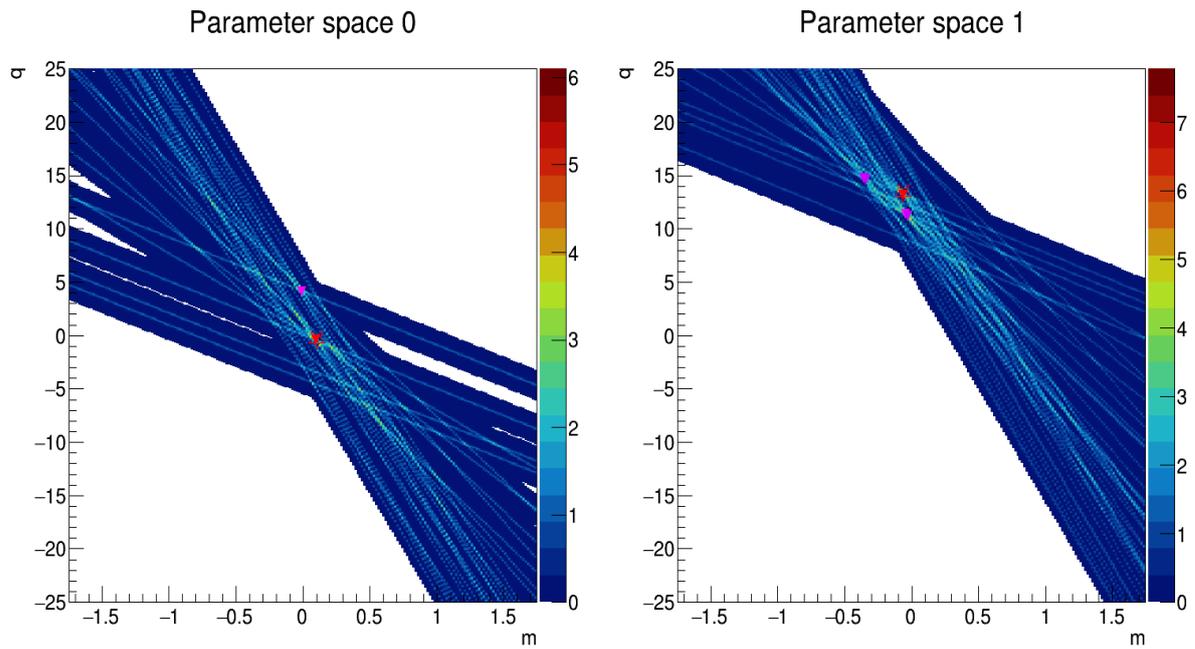


Figura 4.40: Spazio di parametri relativo all'evento di figura 4.39. Per ogni pixel il colore indica l'intensità della risposta, come mostrato dalla scala di colore. I triangoli indicano i punti di massimo identificati dall'algoritmo (rosso il massimo globale, viola i massimi locali), la stella rossa il valore vero dei parametri generati dall'MC.

Capitolo 5

Dati di volo

5.1 Analisi dei dati di volo

In questo capitolo è descritta l'analisi svolta un campione di dati raccolti da CALET in due giorni, 1 e 2 gennaio 2017. Siccome nei dati di volo si hanno tutte le particelle, il primo problema da risolvere è stato selezionare nel campione il tipo di particella da studiare, nel nostro caso protoni. Il metodo di ricostruzione della direzione di arrivo basato sulla HT è stato quindi applicato ai protoni selezionati e sono stati fatti confronti con i parametri misurati dal KF e con i risultati delle simulazioni.

5.1.1 Selezione dei protoni

Nei dati di volo si considerano gli eventi registrati dal trigger HE. E' applicata la conferma offline del trigger, cioè la richiesta che l'energia depositata nel primo piano del TASC sia maggiore di 100 MIP equivalenti (vedi paragrafo 4.3.3). Si selezionano gli eventi in cui il metodo KF ha funzionato con successo ricostruendo una traccia della particella primaria con un numero di punti > 4 in ciascuna vista, un valore del chi-quadro per numero di gradi di libertà < 10 e direzione compatibile con l'asse dello sciame nel TASC. Si richiede inoltre che la particella attraversi la faccia superiore di CHD e TASC e raggiunga il fondo del TASC, restando a 2 cm dai bordi; questa condizione è chiamata "accettanza A" in CALET, ed è applicata per selezionare gli eventi con il miglior contenimento dello sciame adronico e rigettare gli eventi in cui si ha un significativo sfondamento laterale dello sciame nel TASC.

La traccia del primario nel IMC è estrapolata all'indietro nei due piani del CHD per deter-

minare le strisce attraversate dal raggio cosmico e misurarne la perdita di energia per unità di lunghezza (dE/dx). La carica ricostruita sfruttando le due misure di dE/dx è mostrata in figura 5.1, dove sono visibili tutti i nuclei dal protone al ferro. Si nota, come già evidenziato in 1.2, che i nuclei più abbondanti nei raggi cosmici, oltre a H e He, sono C, O, Ne, Mg, Si e Fe. In questa analisi i candidati protoni sono selezionati richiedendo che la carica Z ricostruita in ciascun piano di CHD sia compresa tra 0.7 e 1.7, come evidenziato dagli istogrammi in rosso in figura 5.1.

Tra gli eventi selezionati (cioè con Z compatibile con 1) ci possono essere anche elettroni per quanto in misura molto piccola, dato che il rapporto fra elettroni e protoni nei raggi cosmici è $\leq 1\%$. Tuttavia per ridurre questo possibile fondo, sono applicati due specifici criteri per identificare gli elettroni e quindi rimuoverli dal campione:

- l'energia depositata in un cilindro, di raggio pari ad un raggio di Moliere e avente per asse la traccia ricostruita nel IMC, deve essere per elettroni $> 80\%$ del deposito di energia totale nel IMC (vedi paragrafo 2.1.2);
- l'energia depositata nell'ultimo piano del TASC da elettroni deve essere $< 1\%$ del deposito totale nel TASC, dato che per sciami elettromagnetici il contenimento longitudinale nello spessore di $30 X_0$ di CALET è praticamente completo.

In figura 5.2 è mostrata la distribuzione di energia depositata nel TASC (E_{TASC}) dai protoni selezionati. Si nota che per energie superiori a circa 30 GeV la distribuzione ha un'andamento a legge di potenza che indica come l'energia depositata sia proporzionale all'energia cinetica dei protoni cosmici. Per verificarlo, la distribuzione è stata fittata con la funzione

$$N(E_{TASC}) = N_0 10^{(1-\gamma)E_{TASC}} \quad (5.1)$$

dove N_0 è un fattore di normalizzazione e γ l'indice spettrale.

E' stata scelta questa funzione perché la scala sull'asse x è $\text{Log}_{10}(E_{TASC})$ ed il grafico non rappresenta un flusso (dN/dE), ma gli eventi dN contati in ciascun intervallo di energia dE (in pratica è un integrale del flusso). Il valore dell'indice spettrale ottenuto dal fit è $\gamma = -2.70 \pm 0.05$, in accordo con il valore osservato per il flusso dei protoni nei raggi cosmici.

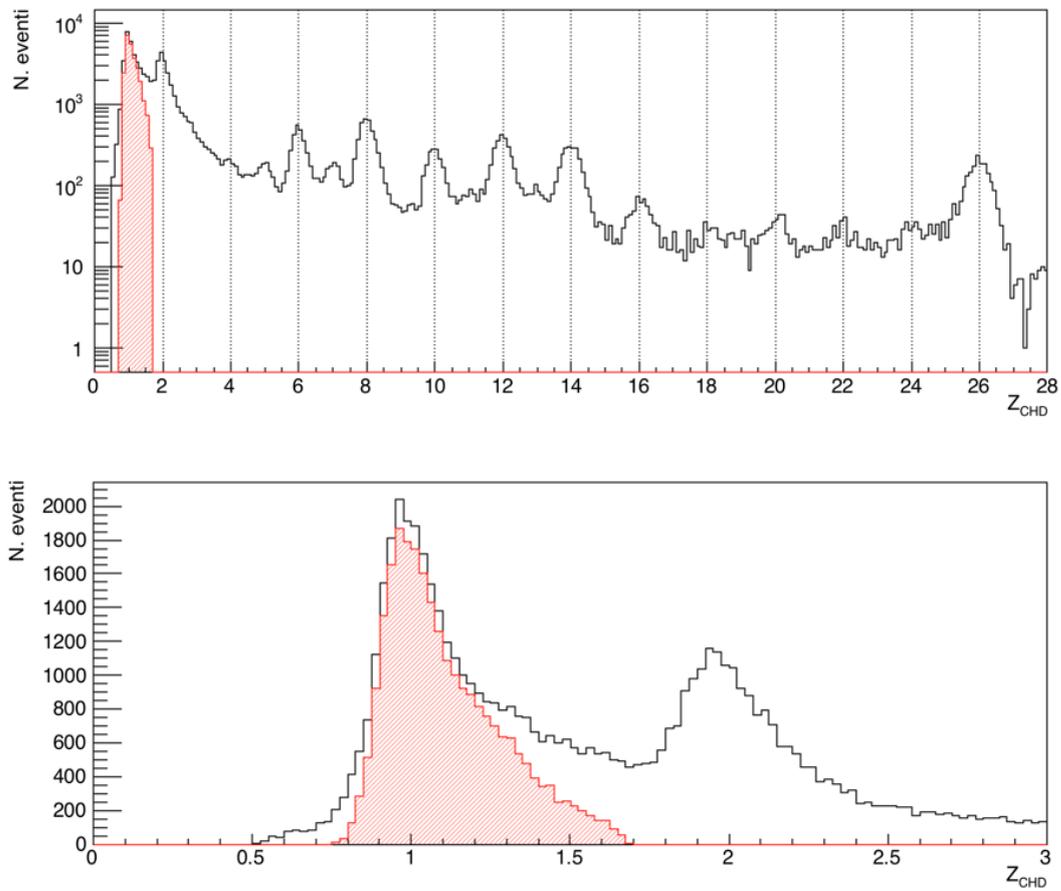


Figura 5.1: *In alto*: carica ricostruita per tutti gli eventi nel campione di dati di volo, dove si notano i picchi corrispondenti ai vari nuclei. In rosso sono evidenziati i protoni selezionati (carica compresa fra 0.7 e 1.7). *In basso*: ingrandimento dell'istogramma di carica nella regione di Z compresa fra 0 e 3 per evidenziare meglio la distribuzione dei protoni e la separazione dall'elio.

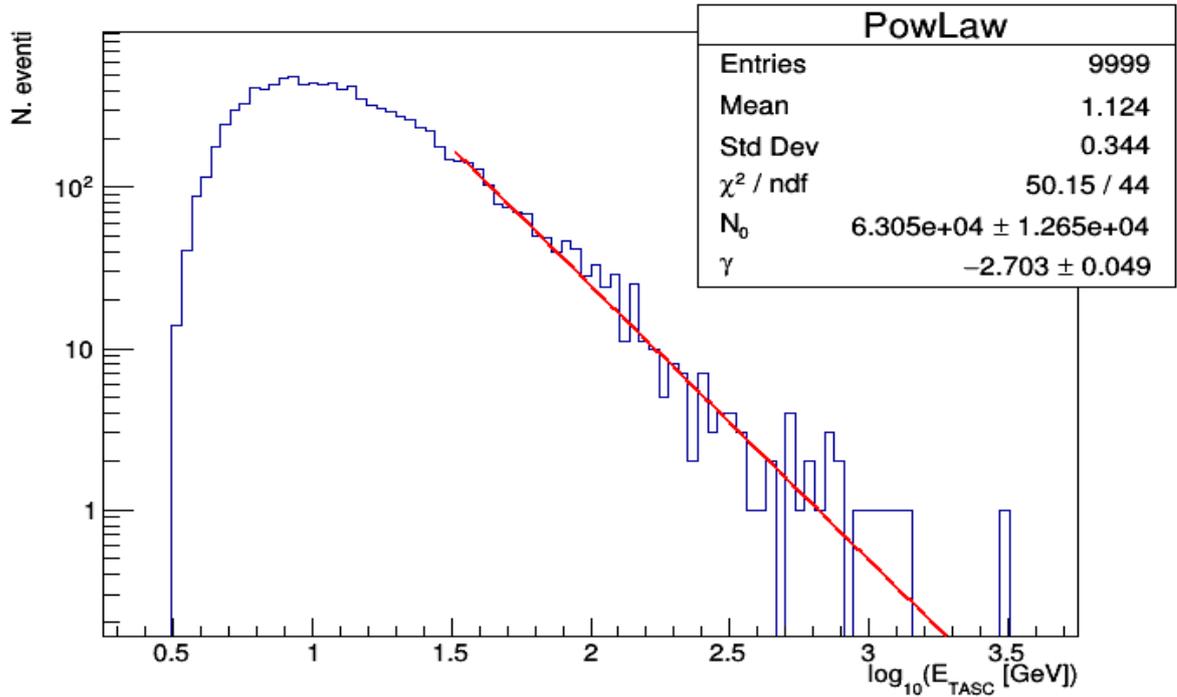


Figura 5.2: Distribuzione dell'energia depositata nel TASC da protoni selezionati nei dati volo. Il fit (linea rossa) è effettuato con la funzione 5.1 partendo da circa 30 GeV.

5.1.2 HT applicata ai dati di volo

Ai candidati protoni selezionati è stata applicato il metodo di tracciamento basato su HT. Nei grafici 5.3 e 5.4 viene mostrato il confronto tra i parametri, rispettivamente θ e q , ricostruiti con HT e con KF. Lo spazio dei parametri con cui è stata eseguita HT ha dimensione 400×1000 .

Come si può vedere dal pannello statistico del fit, la ricostruzione di HT, se si prende quella effettuata da KF come riferimento, è abbastanza precisa. Dai fit gaussiano alla distribuzioni dei residui di θ e q , si ottengono i valori $\sigma_{\theta_x} \sim 0.24^\circ$ e $\sigma_{\theta_y} \sim 0.25^\circ$, e $\sigma_{q_x} \sim 650 \mu\text{m}$ e $\sigma_{q_y} \sim 680 \mu\text{m}$, rispettivamente. Le distribuzioni dei residui per entrambi i parametri e le viste hanno valori medi compatibili con zero; ciò indica che non vi sono errori sistematici nella ricostruzione.

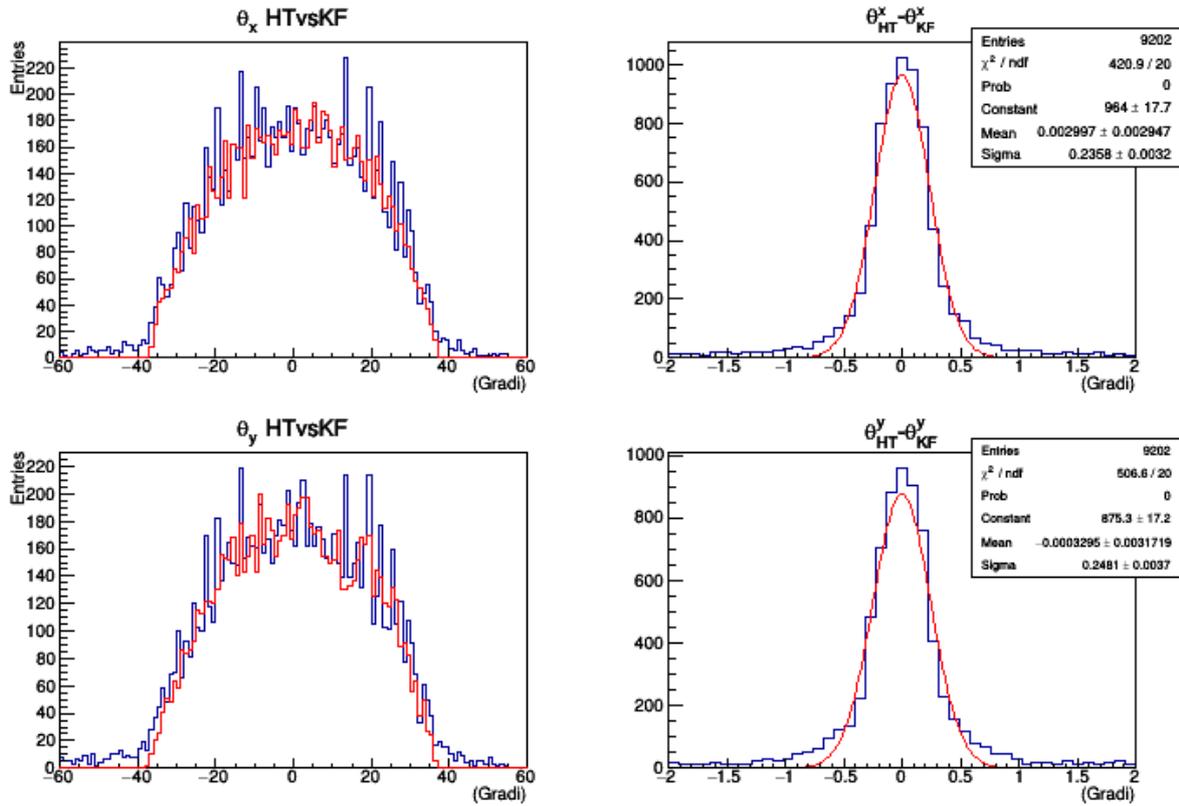


Figura 5.3: Protoni selezionati nei dati di volo. *A sinistra*: distribuzioni del parametro θ ricostruito con KF (in rosso) e HT (in blu) in ciascuna vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra l'angolo θ ricostruito con HT e KF.

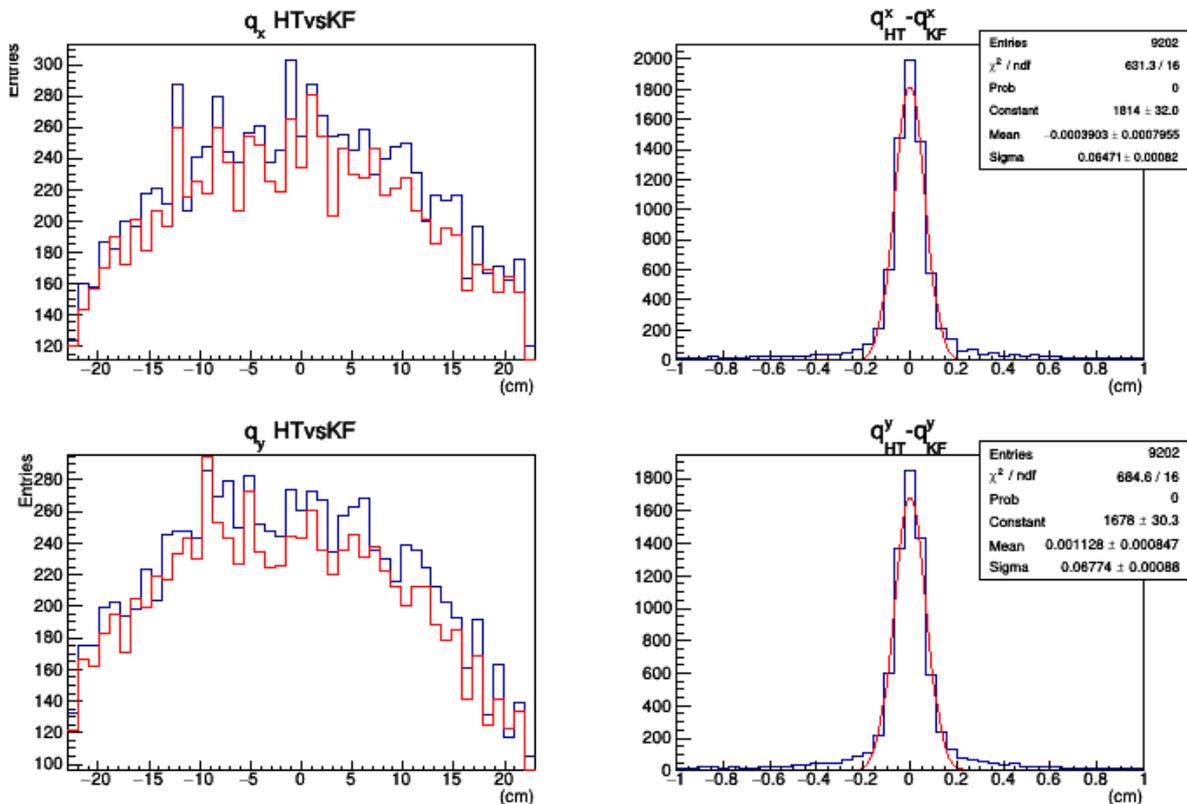


Figura 5.4: Protoni selezionati nei dati di volo. *A sinistra*: distribuzioni del parametro q ricostruito con KF (in rosso) e HT (in blu) in ciascuna vista (xz, yz). *A destra*: differenza tra il punto di impatto sul CHD ricostruito con HT e KF.

I valori di σ dai fit dei residui per i dati di volo sono maggiori rispetto a quelli trovati nello studio con le simulazioni (tabella 4.18). Questo perché utilizzando i dati di volo, in cui il riferimento sono i parametri ottenuti con KF e non la verità del MC, la distribuzione dei residui è in realtà la convoluzione delle curve di risoluzione di HT e KF. Se assumiamo che queste ultime siano gaussiane, ci si aspetta che il valore di σ dei residui di figura 5.3 e 5.4, sia la somma in quadratura delle risoluzioni di HT e KF

$$\sigma_{FD} = \sqrt{\sigma_{HT}^2 + \sigma_{KF}^2} \quad (5.2)$$

Non possiamo stimare dai dati di volo separatamente σ_{HT} e σ_{KF} , ma possiamo utilizzare i valori delle simulazioni (tabella 4.18) per calcolare un valore atteso di σ_{FD} . In tabella 5.5 è riportato il confronto fra i valori calcolati di σ_{FD} e quelli misurati con i dati di volo, che risultano in ottimo accordo sia per θ che per q e in entrambe le viste. Ciò indica che il metodo di ricostruzione basato su HT applicato ai dati funziona in modo simile a quanto visto per il MC.

Parametri MC ricostruiti con HT	σ (Gradi)	Parametri MC ricostruiti con KF	σ (Gradi)
θ HT (xz)	0,20	θ KF (xz)	0,12
θ HT (yz)	0,20	θ KF (yz)	0,13
	σ (cm)		σ (cm)
q HT (xz)	0,055	q KF (xz)	0,034
q HT (yz)	0,057	q KF (yz)	0,036
Parametri	Convoluzione σ	σ FD	
θ (xz)	0,23	0,24	
θ (yz)	0,24	0,25	
Parametri	Convoluzione σ	σ FD	
q (xz)	0,065	0,065	
q (yz)	0,067	0,068	

Figura 5.5: Risoluzioni σ per θ e q ottenuti per i metodo KF e HT con le simulazioni MC. La somma in quadratura dei valori dal MC è in buon accordo con i valori di σ ottenuti dai fit dei residui con i dati di volo. I valori di q sono in cm, quelli di θ in gradi.

5.1.3 Confronto fra dati di volo e simulazioni

Nei grafici 5.6 e 5.7 è mostrato il confronto fra le distribuzioni di θ e q ricostruiti con HT nel MC e nei dati di volo.

Siccome i protoni simulati sono stati generati estraendo la loro energia da una legge di potenza

del tipo E^{-1} , mentre la legge di potenza reale è $E^{-2.7}$, è stato necessario effettuare una operazione di *reweight* (ripesatura) dei dati MC al fine di poterli confrontare con i dati di volo. Il reweight consiste nell'assegnare a ciascun evento di energia E un peso w calcolato come

$$w = \frac{E^{-2.7}}{E^{-1}} \times \frac{E_{min}^{-1}}{E_{min}^{-2.7}} \quad (5.3)$$

dove E_{min} è il limite inferiore dell'intervallo di generazione (nel nostro caso 20 GeV). In tal modo $w = 1$ per gli eventi con $E = E_{min}$, e diventa via via minore all'aumentare dell'energia. Tale peso è utilizzato nel riempimento degli istogrammi dei protoni simulati. E' stato inoltre fatta una riscalatura degli istogrammi MC, normalizzandoli all'integrale degli istogrammi dei dati di volo.

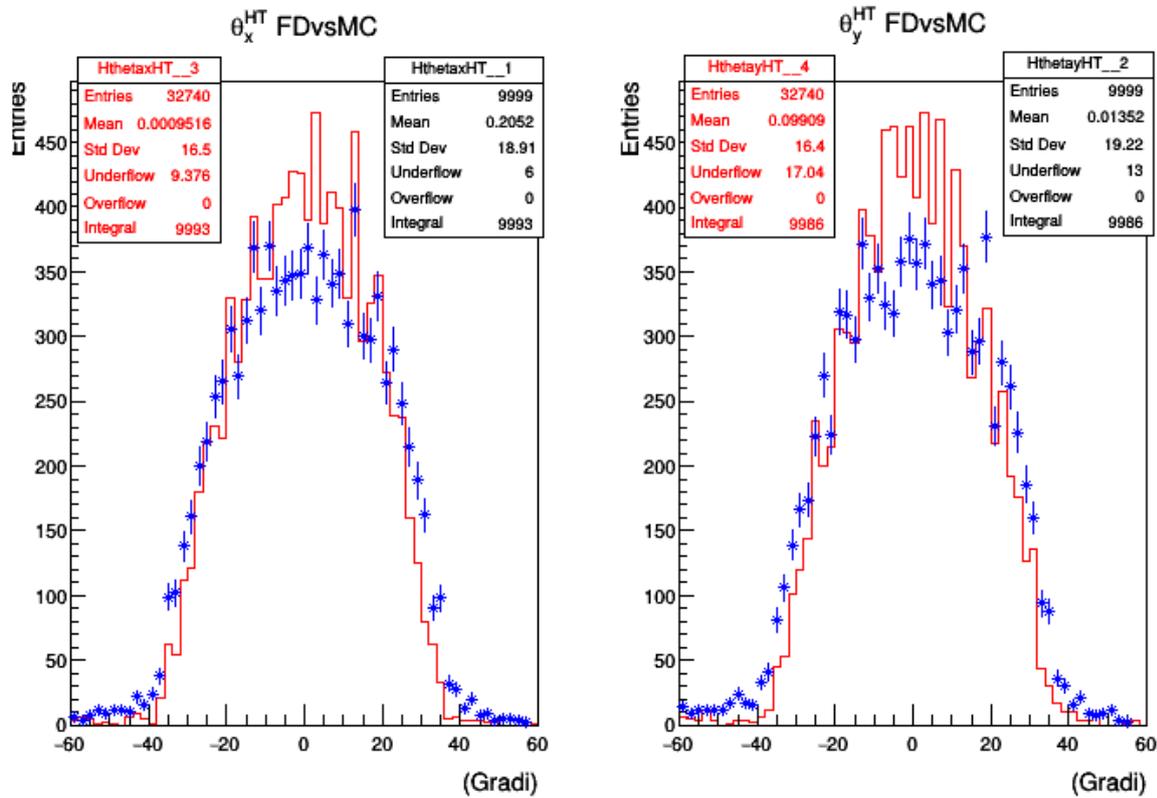


Figura 5.6: Distribuzione del parametro θ in ciascuna vista, ricostruito con il metodo HT per protoni selezionati nei dati di volo (in blu) e simulati (in rosso).

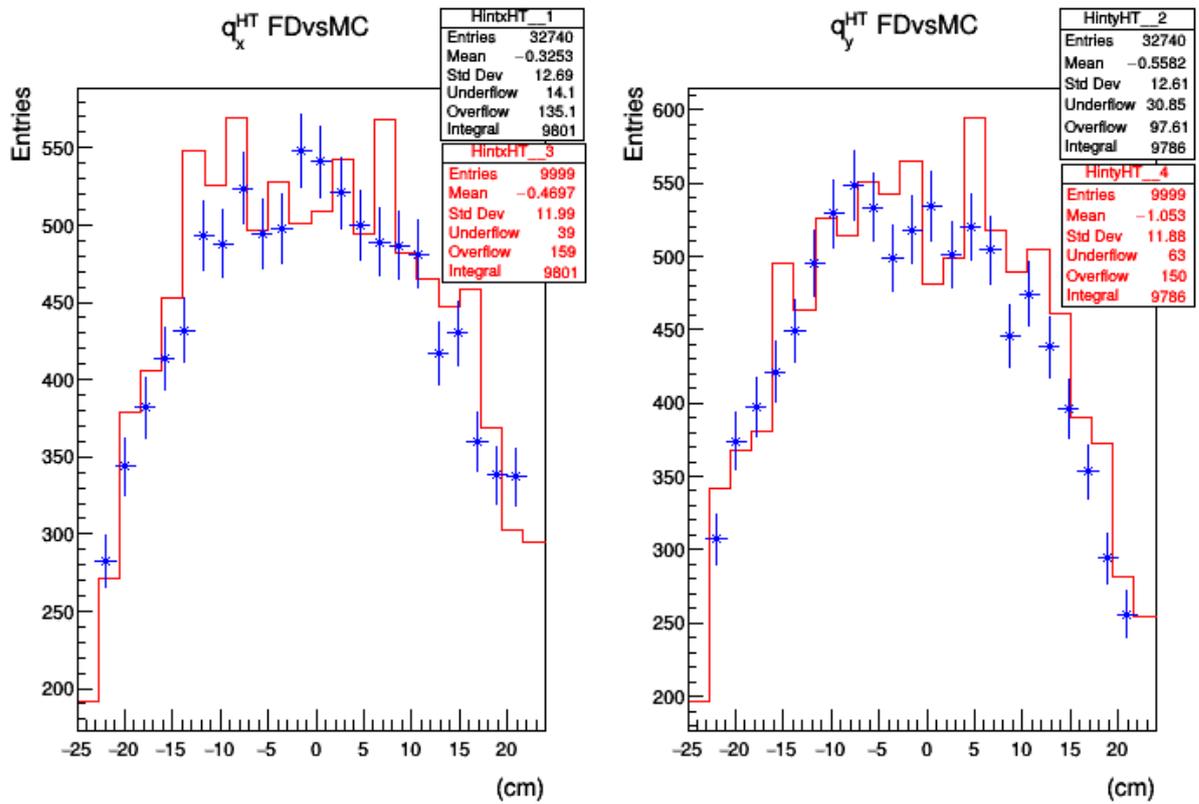


Figura 5.7: Distribuzione del parametro q in ciascuna vista, ricostruito con il metodo HT per protoni selezionati nei dati di volo (in blu) e simulati (in rosso).

Nel grafico 5.6 si nota come la distribuzione del parametro θ ricostruito dai FD sia più larga rispetto a quella ricostruita dal MC (std dev. (θ_{MC}) $\sim 16.5^\circ$, std dev. (θ_{FD}) $\sim 19^\circ$) mentre per il parametro q in figura 5.7 l'accordo è migliore (dev.std(q_{MC}) ~ 12 cm, dev.std(q_{FD}) ~ 12.6 cm).

Il non perfetto accordo fra le distribuzioni di θ nei dati di volo e nel MC andrà compreso in dettaglio in successivi studi.

Capitolo 6

Conclusioni

L'algoritmo basato su Hough Transform sviluppato in questo lavoro di tesi è stato applicato e validato con successo ai dati di CALET mostrando prestazioni promettenti.

Gli studi sulle simulazioni di protoni hanno mostrato che le risoluzioni spaziali ($\sim 550 \mu\text{m}$) e angolare ($\sim 0.2^\circ$) ottenute con HT (in uno spazio dei parametri con pixel molto fini) sono confrontabili con quelle del metodo di tracciamento basato su Kalman Filter, implementato nel software di ricostruzione dell'esperimento.

Le risoluzioni non hanno una apprezzabile dipendenza dall'energia cinetica dei protoni incidenti e risultano praticamente costanti per energie maggiori di 100 GeV.

L'efficienza di ricostruzione di HT, per energie < 100 GeV, è migliore dell'efficienza di KF, sia per eventi interagenti che per protoni non interagenti.

Il limite principale di questo metodo è l'elevato tempo di calcolo della trasformata, che cresce linearmente con il numero di pixel dello spazio dei parametri. E' necessario quindi trovare un equilibrio tra il tempo di esecuzione del programma e la precisione di ricostruzione che si vuole ottenere.

L'applicazione del metodo HT ad un piccolo campione di protoni selezionati dai dati di volo ha mostrato risultati preliminari consistenti con quelli delle simulazioni.

Questo lavoro di tesi dimostra che l'algoritmo di tracciamento HT potrebbe essere applicato ai dati di CALET come supporto al metodo KF, ad esempio per confermarne la ricostruzione negli eventi più complessi con sciami adronici di decine di TeV e altissima molteplicità di hit nel IMC, oppure per una migliore definizione della ROI (region-of-interest) che seleziona gli hit per il KF.

Appendice A

Interazione radiazione-materia

A.1 Interazioni di particelle cariche

Le principali conseguenze del passaggio di una particella carica nella materia sono: la perdita di energia e la deflessione dalla sua direzione iniziale.

Entrambi gli effetti sono la conseguenza di due processi elettromagnetici:

- collisioni anelastiche con elettroni atomici, che si dividono in:
 1. collisioni *soft* con solo eccitazione;
 2. collisioni *hard* dove l'energia trasferita è sufficiente a ionizzare l'atomo. In questo caso è possibile che l'elettrone veloce emesso possa provocare ionizzazioni secondarie.
- collisioni elastiche con nuclei, in cui il trasferimento di energia è piccolo in quanto $M_N \gg M_p$ (M_N massa nucleo, M_p massa particella).

Si distingue inoltre tra:

1. particelle pesanti (massa a riposo molto maggiore della massa dell'elettrone) che perdono una piccola frazione della loro energia in una singola collisione;
2. elettroni e positroni che, rispetto a protoni e nuclei pesanti, possono perdere gran parte della loro energia cinetica anche in una sola collisione.

Le collisioni anelastiche sono le più importanti in quanto a perdita energetica quando particelle cariche attraversano il mezzo. In ogni collisione la quantità di energia trasferita è una

piccola frazione dell'energia cinetica totale, tuttavia, nella materia ordinaria, essendo composta da un numero elevatissimo di atomi, si ha un numero notevole di collisioni per unità di lunghezza e come effetto si trova una perdita di energia complessiva misurabile anche nell'attraversamento di strati sottili di materiale.

Le collisione anelastiche sono di natura statistica, avvengono cioè con una certa probabilità dettata dalla Meccanica Quantistica, ma, siccome il numero di collisioni per unità di lunghezza è grande, le fluttuazioni nella perdita di energia totale sono piccole ed è quindi utile introdurre un *valore medio* di energia persa per unità di lunghezza $\langle \frac{dE}{dx} \rangle$ (*stopping power*).

A.1.1 Particelle cariche pesanti: equazione di Bethe-Bloch

Un primo calcolo dello *stopping power* fu effettuato da Bohr utilizzando un modello classico. Solo successivamente Hans Albrecht Bethe e più tardi Felix Bloch, applicando la appena nata Meccanica Quantistica, corressero l'equazione. Per una particella incidente di velocità $v = \beta c$ e numero di carica z , l'equazione di perdita d'energia per unità di lunghezza, come conseguenza dell'urto con gli elettroni del mezzo considerati a riposo, è data dalla seguente equazione (*formula di Bethe-Bloch*)

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 \beta^2 c^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - U \right] \quad (\text{A.1})$$

dove $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.818 \times 10^{-13}$ cm è il raggio classico dell'elettrone, I l'energia di eccitazione media del materiale, Z il numero atomico del materiale assorbitore, A il numero di massa del materiale assorbitore, ρ la densità del materiale assorbitore, T_{max} l'energia massima trasferibile nella singola collisione, δ la correzione per l'effetto densità, U la correzione di shell atomiche interne [45].

L'unità di misura utilizzata è il MeV/cm, spesso è però utile togliere la densità ρ dall'equazione A.1 e avere quindi una perdita di energia espressa come MeV cm²/g con il vantaggio di non dipendere dal materiale attraversato, dato che Z/A varia poco per Z simili e la dipendenza da I è logaritmica. In questo caso, si definisce il *mass stopping power* $-\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle$.

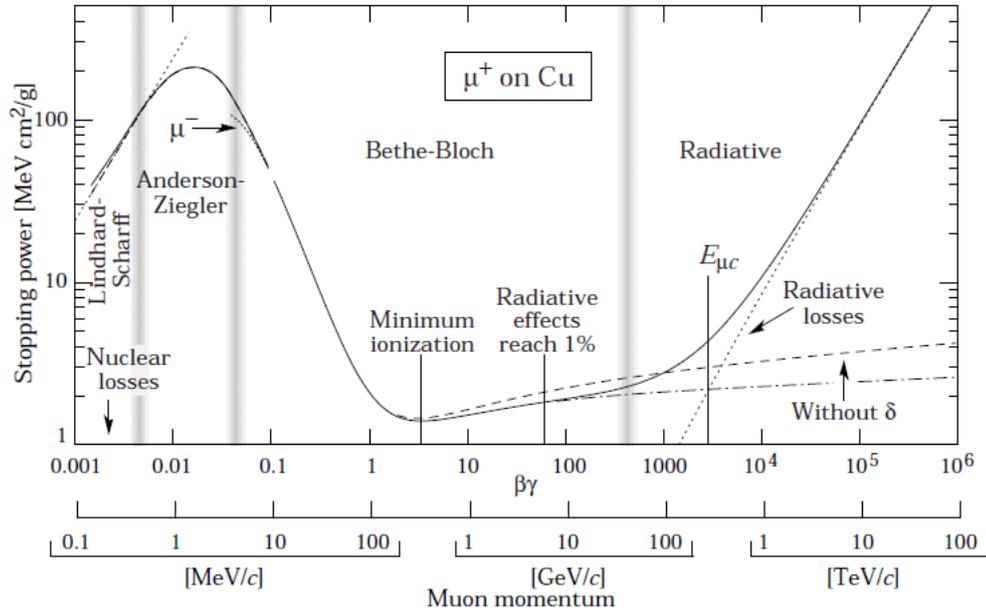


Figura A.1: Stopping power di muoni nel rame in funzione di $\beta\gamma = p/Mc$. Le bande verticali segnano i confini tra regioni in cui prevalgono diversi tipi di interazione.

Come si vede dalla figura A.1, la zona di grafico corrispondente alla Bethe-Bloch è quella corrispondente a valori di energia della particella tali che $0.1 \leq \beta\gamma \leq 1000$.

Il limite inferiore dell'intervallo corrisponde all'energia della particelle incidente la cui velocità diventa paragonabile a quella degli elettroni del mezzo; entrano quindi in gioco fenomeni di cattura elettronica da parte della particella incidente che ne limitano la perdita di energia.

Il limite superiore, soprattutto per particelle più leggere come μ e π , si ha quando iniziano a diventare importanti gli effetti radiativi. Nell'intervallo di validità riportato sopra, l'equazione A.1 in un dato materiale dipende solo da $\beta\gamma$.

Per piccoli valori di β , la perdita di energia decresce rapidamente al crescere dell'energia della particella incidente a causa del termine $1/\beta^2$; il punto di minimo di ionizzazione si ha per: $\beta\gamma \approx 3$ ($\beta_{min} \approx 0.95$).

Ad energie più alte si hanno perdite di energie per collisione che aumentano logicamente con γ . Si applicano inoltre i seguenti fattori correttivi:

- *Termine correttivo U*, che tiene conto degli effetti che si hanno a velocità della particella confrontabili con le velocità orbitali degli elettroni atomici del mezzo. Non è più valida

l'approssimazione fatta dell'elettrone del mezzo fermo rispetto alla particella incidente. Il termine considera la mancata partecipazione degli elettroni delle shell interne dell'atomo alle perdite di energia per collisione.

$$U = 2\frac{C}{Z}, \quad (\text{A.2})$$

in cui C è la correzione vera e propria.

- *Effetto densità* δ che tiene conto della polarizzazione del mezzo. Alle alte energie il campo elettrico della particella tende a polarizzare gli atomi lungo il suo percorso. A causa della polarizzazione, gli elettroni degli atomi più lontani sono schermati e sentono un campo elettrico ridotto, contribuendo meno alla perdita di energia per collisione.

Più la particella procede all'interno del mezzo più rallenta e, secondo A.1, più rallenta più energia per unità di lunghezza viene rilasciata. Si ha un massimo di perdita di energia in prossimità della fine del percorso interno al materiale, noto come *Picco di Bragg* [46].

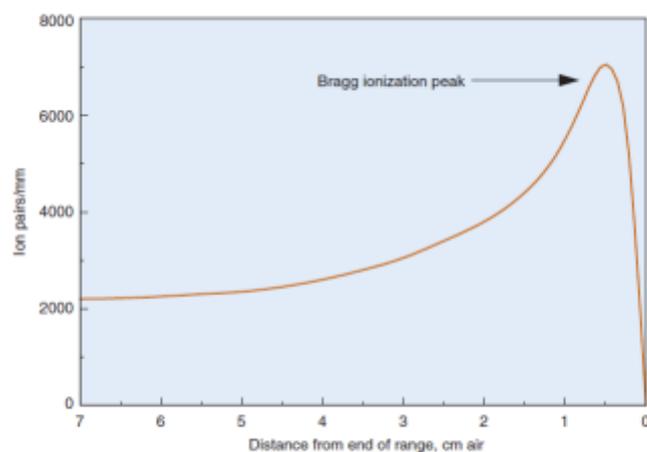


Figura A.2: Tipica curva di Bragg in cui si nota il picco nella fase finale del percorso della particella

A.1.2 Elettroni e Positroni

Gli elettroni e i positroni sono soggetti alle perdite di energia per collisione come nel caso delle particelle cariche pesanti però, a causa della piccola massa, entra in gioco un altro importante meccanismo di perdita di energia: le *perdite radiative* o di *bremstrahlung* (dal tedesco: radiazione di frenamento).

La perdita totale è quindi composta da due contributi [46]:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{tot} = \left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle_{coll} + \left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle_{rad} \quad (\text{A.3})$$

Perdite per Collisione: Bethe-Bloch per particelle cariche leggere

Nel caso di elettroni e positroni, a causa della loro piccola massa, la cinematica delle perdite collisionali è diversa dal caso di particelle cariche pesanti, quindi la formula di Bethe-Bloch deve essere modificata. Trattandosi in questo caso di urti tra particelle identiche, l'energia massima trasferibile diventa $T_{max} = \frac{E_e}{2}$ dove E_e è l'energia dell'elettrone o positrone incidente. L'equazione A.1 viene riscritta come [47]:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{\tau^2(\tau+2)}{2\left(\frac{I}{m_e c^2}\right)^2} \right) + F(\tau) - \delta - U \right] \quad (\text{A.4})$$

- $\tau = \frac{E_e}{m_e c^2}$ energia cinetica della particella per unità di $m_e c^2$ (massa a riposo elettrone)
- $F(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\beta^2} + \frac{\tau^2/8 - (2\tau+1)\ln 2}{(\tau+1)^2} & \text{elettroni} \\ 2\ln 2 - \beta^2/12 \left[23 + \frac{14}{\tau+2} + \frac{10}{(\tau+2)^2} + \frac{4}{(\tau+2)^3} \right] & \text{positroni} \end{cases}$

Perdite Radiative

La perdita radiativa è un tipo di emissione di radiazione elettromagnetica che si ha quando una particella carica subisce un'accelerazione o una decelerazione. In particolare si tratta di emissione di fotoni dovuta al fatto che le particelle cariche vengono decelerate interagendo con il campo coulombiano dei nuclei della materia attraversata; per questo si parla di radiazione di frenamento (*bremstrahlung*). Poiché la sezione d'urto di bremstrahlung varia con l'inverso del quadrato della massa della particella incidente, $\sigma \propto (e^2/m_e c^2)^2$, ad energie inferiori a qualche centinaio di GeV le perdite radiative sono del tutto trascurabili per particelle pesanti e sono invece importanti per elettroni e positroni.

L'emissione di bremsstrahlung dipende dall'intensità del campo percepito dall'elettrone/positrone incidente, e quindi dall'azione di *screening* da parte degli elettroni atomici, definita da un parametro $\Gamma(E, E_\gamma)$ dove E è l'energia dell'elettrone incidente e E_γ è l'energia del fotone emesso; più piccolo è Γ , maggiore è lo screening. Per alte energie degli elettroni incidenti, Γ diventa sempre più trascurabile (screening completo) analogamente a quello che accade nel caso della Bethe-Bloch con particelle incidenti in regime relativistico; in questo limite si ha [46]:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{rad} \approx 4\alpha\rho \frac{N_A}{A} Z(Z + \zeta)r_e^2 E \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \quad (\text{A.5})$$

- $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ costante di struttura fine
- $1.2 < \zeta < 1.4$ correzione che tiene conto del contributo del campo degli elettroni atomici al processo.

Confrontando l'equazione A.4 con A.5 si può notare che la perdita di energia nel caso di collisioni sia crescente logaritmicamente con l'energia della particella incidente e lineare con Z del mezzo, mentre le perdite per *bremsstrahlung* sono lineari con l'energia della particella incidente e quadratiche in Z .

Si capisce allora che le perdite radiative sono dominanti già per qualche decina di MeV in materiali ad elevato Z .

Lunghezza di Radiazione

Una grandezza utile nei processi di interazione radiazione materia è la *lunghezza di radiazione*. La lunghezza di radiazione X_0 è una quantità dipendente dal materiale definita come la distanza media che un elettrone ad alta energia deve percorrere affinché la sua energia si sia ridotta di un fattore $1/e$ rispetto a quella iniziale. Dall'equazione A.5 si definisce

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha\rho \frac{N_A}{A} Z(Z + \zeta)r_e^2 \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right), \quad (\text{A.6})$$

ottenendo così l'equazione differenziale:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{rad} = \frac{E}{X_0} \quad (\text{A.7})$$

che ha come soluzione:

$$E = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}} \quad (\text{A.8})$$

Si nota che ponendo una distanza x percorsa nel mezzo uguale alla lunghezza di radiazione X_0 , si trova $E = E_0/e$ come da definizione.

A.2 Interazione dei fotoni

Le interazioni dei fotoni con la materia dipendono dall'energia del fotone $E_\gamma = h\nu$.

In ordine crescente di energia alle quali ciascun tipo di interazione è predominante, si ha [46]:

- *Effetto fotoelettrico*, processo dominante alle basse energie (fino a qualche keV); la sezione d'urto del processo è $\sigma_{ph} \propto Z^5/E_\gamma^{7/2}$ per $h\nu \ll m_e c^2$.

L'effetto fotoelettrico consiste nell'assorbimento di un fotone da parte di un atomo con conseguente emissione di un elettrone. Indicando con B_e l'energia di legame di un elettrone atomico, quando $E_\gamma > B_e$ si ha assorbimento del fotone con rilascio di un elettrone di energia $E = h\nu - B_e$.

- *Effetto Compton*, consiste nello scattering di un fotone da parte di un elettrone libero inizialmente a riposo. Processo dominante ad energie intermedie (10 - 100 keV), la sua sezione d'urto dipende dal numero di elettroni disponibili come bersagli quindi cresce linearmente con Z . Ad alte energie, $E_\gamma \gg m_e c^2$, si ha $\sigma_c \propto 1/h\nu$ quindi la sezione d'urto di interazione decresce all'aumentare dell'energia del fotone mentre a basse energie $E_\gamma \ll m_e c^2$ si ha $\sigma_c = \frac{8}{3}\pi r_e^2$ e si riduce alla sezione classica dello scattering Thomson, cioè dipendente solo dal raggio classico dell'elettrone r_e .

Nella materia gli elettroni sono legati negli orbitali atomici, ma per energie dei fotoni molto maggiori dell'energia di legame essi possono essere considerati liberi. Il fotone che fuoriesce dopo l'interazione subisce uno spostamento in lunghezza d'onda pari a:

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 + \cos\theta_\gamma) \quad (\text{A.9})$$

dove θ_γ è la deflessione del fotone dopo l'urto rispetto alla direzione iniziale e $\lambda_c = \frac{h}{m_e c^2}$ è la lunghezza d'onda Compton dell'elettrone.

- *Produzione di coppie*, processo in cui avviene la conversione di un fotone in una coppia elettrone-positrone. Analogamente al bremsstrahlung, lo screening degli elettroni atomici è fondamentale nel calcolo della sezione d'urto del processo. A basse energie si ha

$$\sigma_{pair} \propto 4Z^2 \alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln \left(\frac{2h\nu}{m_e c^2} \right) \right] \quad (\text{A.10})$$

mentre nel caso di screening completo (alta energia del fotone):

$$\sigma_{pair} \propto 4Z^2 \alpha r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) \right] \quad (\text{A.11})$$

In questo ultimo caso è di interesse il libero cammino medio di un fotone per produrre coppie:

$$\frac{1}{\lambda_{pair}} = \rho \frac{N_A}{A} \sigma_{pair} \Rightarrow \lambda_{pair} \approx \frac{9}{7} X_0 \quad (\text{A.12})$$

Per la conservazione del quadrimpulso questo processo può avvenire solo in prossimità di un nucleo atomico e solo se il fotone incidente ha un'energia superiore alla minima massa invariante del sistema finale:

$$E_{th,pair} = 2m_e c^2 \left\{ 1 + \frac{m_e}{M} \right\} \quad (\text{A.13})$$

Essendo $m_e \ll M$, il termine $\frac{m_e}{M}$ diventa trascurabile, quindi l'energia di soglia del processo in presenza di un nucleo è: $E_{th,pair} \approx 2m_e c^2 \approx 1.022 \text{ MeV}$.

Appendice B

Il tracciamento con Kalman filter in CALET

La ricerca delle tracce e la loro ricostruzione è di estrema importanza in CALET per identificare le paddle del CHD e le fibre attraversate nell'IMC al fine di misurare la carica della particella incidente, definire l'accettanza geometrica dello strumento e calcolare le variabili topologiche nel calorimetro utili per la discriminazione elettrone-adrone. In CALET è utilizzato un algoritmo basato su un Kalman filter combinatorio [48].

Si tratta di una tecnica ibrida di analisi dei dati per la ricostruzione simultanea di tracce e il fit dei vertici ampiamente usata negli esperimenti di alta energia agli acceleratori ma mai usata finora in un esperimento calorimetrico come CALET. Esso può facilmente gestire un'elevata molteplicità di hit, come succede nell'IMC quando si hanno sciame ad alta energia, e ricostruire candidati di tracce multiple, con un tempo di calcolo rapido, anche in caso di inefficienze del rivelatore. La ricerca della traccia inizia dal primo layer del IMC; hit vicini vengono raggruppati in cluster il cui baricentro è passato al KF come possibile punto di traccia. Un candidato della traccia viene creato per ogni possibile combinazione di cluster nei primi due layer, comprese le tracce con un hit mancante. Ognuna delle tracce candidate viene fittata con una linea retta ed analizzata separatamente, ovvero il suo angolo di impatto e punto di impatto (che formano il cosiddetto "vettore di stato") sul layer successivo ($k + 1$) sono stimati utilizzando solo le informazioni (il vettore di stato e una matrice di covarianza) del livello precedente (k). Questo stato predetto può essere utilizzato per identificare il cluster da assegnare alla traccia nel layer $k + 1$; ad esempio un possibile criterio è quello di

associare il cluster più vicino alla misura prevista. Tuttavia, questo non fornisce un algoritmo affidabile, ovvero un algoritmo che è resiliente ad ipotesi iniziali errate. Se la stima della traccia iniziale è errata, è possibile che alla traccia sia associata una misura errata, come un cluster di rumore o un punto di un'altra traccia. La formulazione combinatoria del KF affronta questo problema creando una nuova traccia candidata per ciascuno di questi cluster sul layer $k + 1$, che si trova sufficientemente vicino allo stato previsto. Quindi la traccia del candidato viene "ramificata" in molti candidati e ognuno di essi può essere fatto evolvere separatamente. Per ogni nuovo ramo, le informazioni sul punto della traccia nel layer $k + 1$ viene combinato con lo stato previsto per produrre una stima "filtrata" del vettore di stato e una matrice di covarianza del livello $k + 1$; tale stato filtrato è utilizzato per rifittare la traccia e aggiornare il valore del χ^2 . La procedura viene quindi ripetuta sul layer $k + 2$ e così via fino all'ultimo layer. Ovviamente tale algoritmo combinatorio può produrre un numero molto elevato di candidati rallentando considerevolmente il calcolo. Per far fronte a ciò, una traccia candidata viene scartata se, in qualsiasi momento della sua evoluzione, ha un χ^2 maggiore di un valore predefinito o un numero troppo grande di punti mancanti. Per eventi che generano sciame di alta energia nel TASC, con conseguente numero elevato di hit nel IMC dovuti al backscattering, al fine di ridurre le combinazioni di tracce e quindi il tempo di elaborazione, vengono considerati solo i cluster dell'IMC all'interno di una ROI (Region Of Interest, regione di interesse) definita dall'insieme degli hit in ciascun layer che si trovano entro ± 5 cm dal punto di intersezione con l'estrapolazione dell'asse dello sciame ricostruito nel TASC. Infine, fra tutte le tracce trovate dall'algoritmo, è scelta come traccia più probabile del raggio cosmico primario quella che passa più vicino al "core" (cioè la zona centrale con il massimo rilascio di energia) dello sciame nel TASC [49].

Appendice C

Grafici

Sia allegano, per completezza, gli istogrammi dei residui di θ e q nei vari intervalli di energia relativi a protoni interagenti e non interagenti da cui sono ricavati i grafici descritti nel paragrafo 4.3.3. Si può notare dagli istogrammi dei protoni interagenti sia per HT che per KF che la precisione di ricostruzione dei parametri peggiora significativamente negli intervalli di bassa energia.

Particelle non interagenti

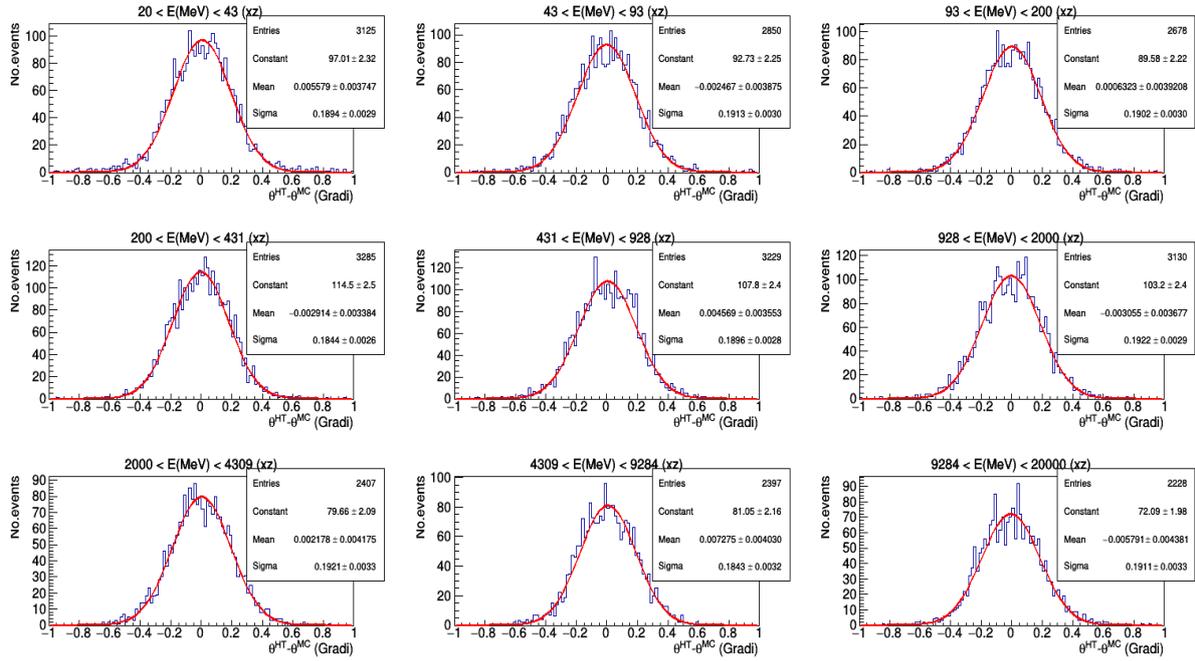


Figura C.1: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con HT e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni non interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

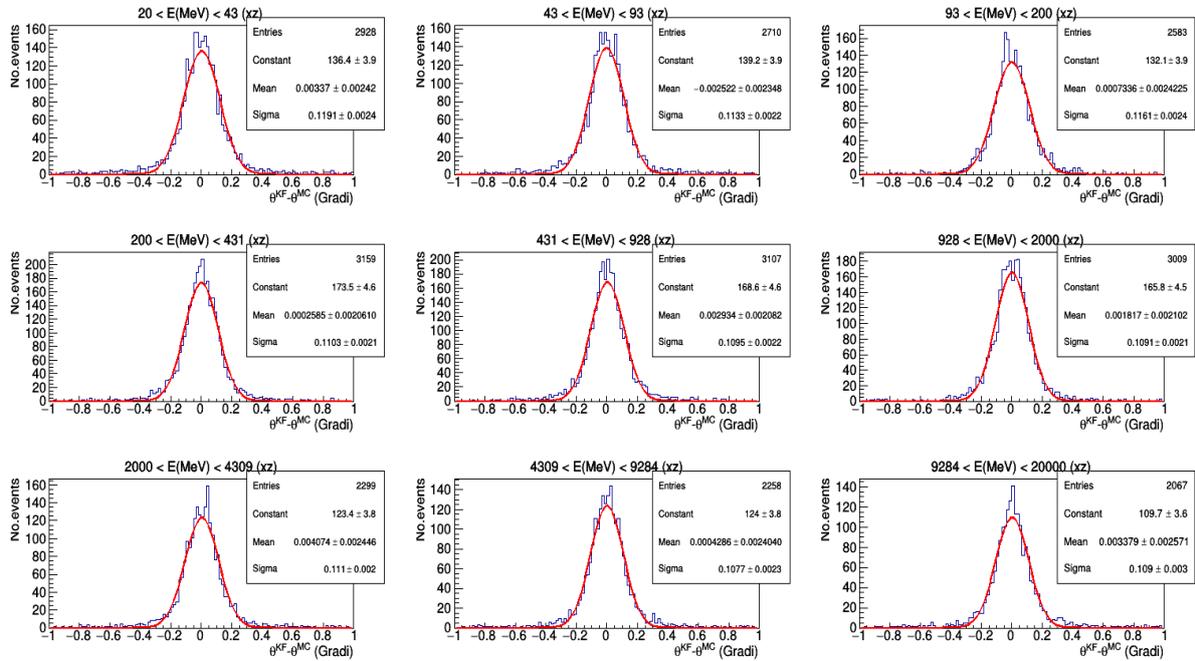


Figura C.2: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con KF e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni non interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

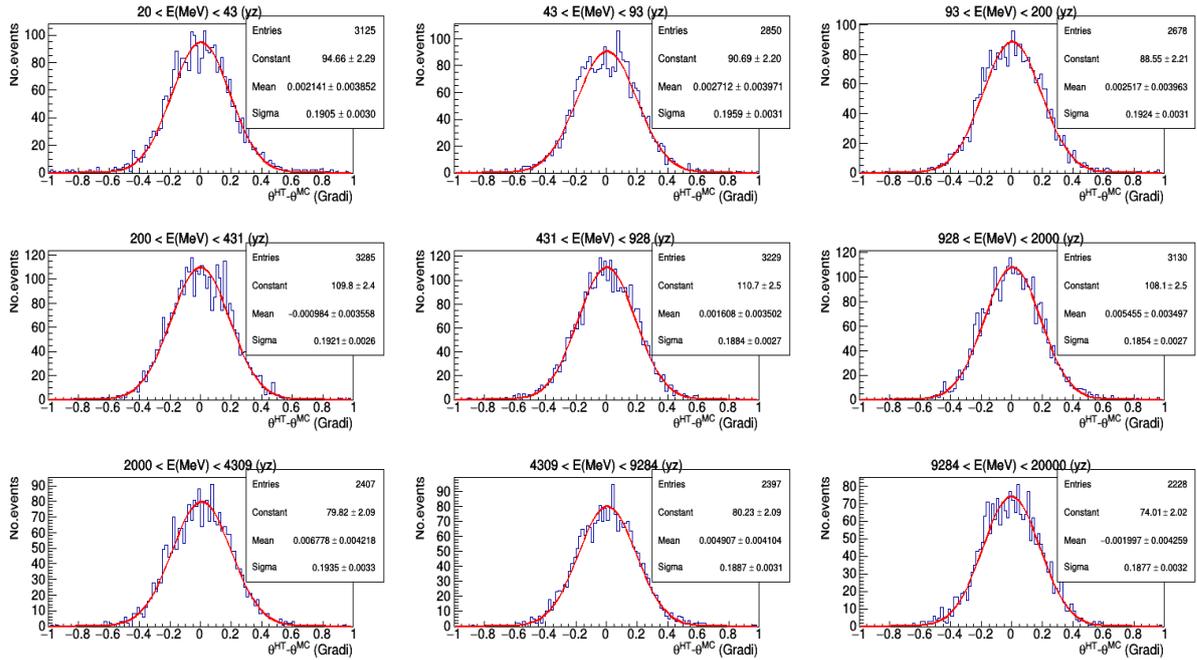


Figura C.3: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con HT e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni non interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

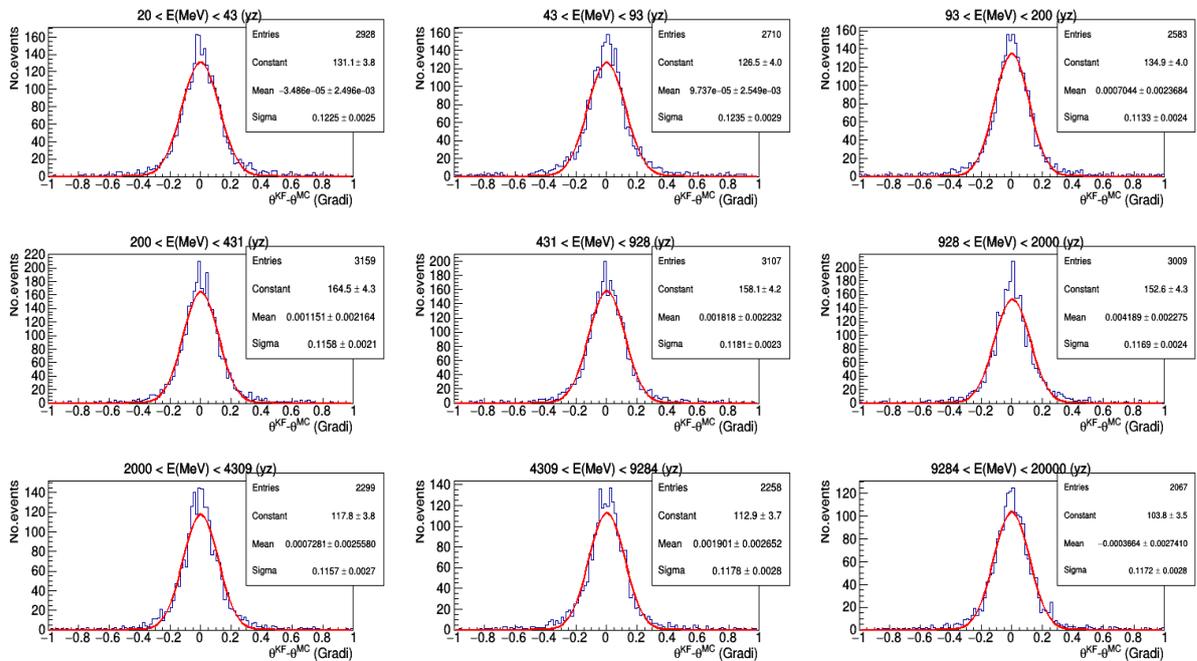


Figura C.4: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con KF e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni non interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

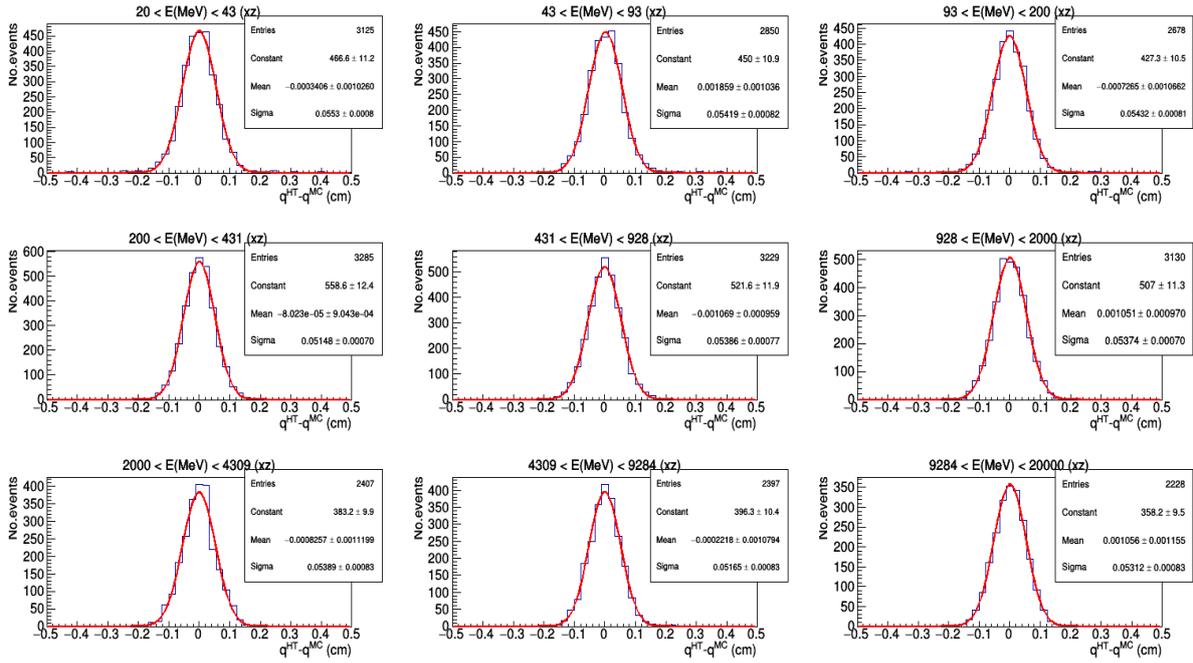


Figura C.5: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con HT e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni non interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

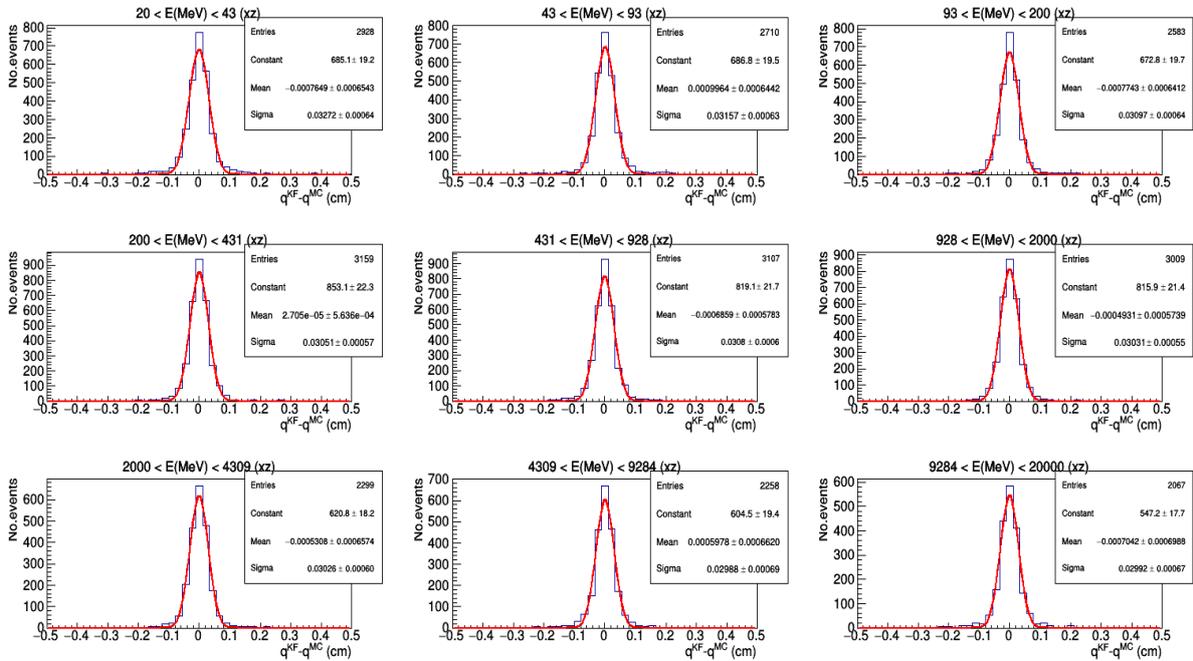


Figura C.6: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con KF e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni non interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

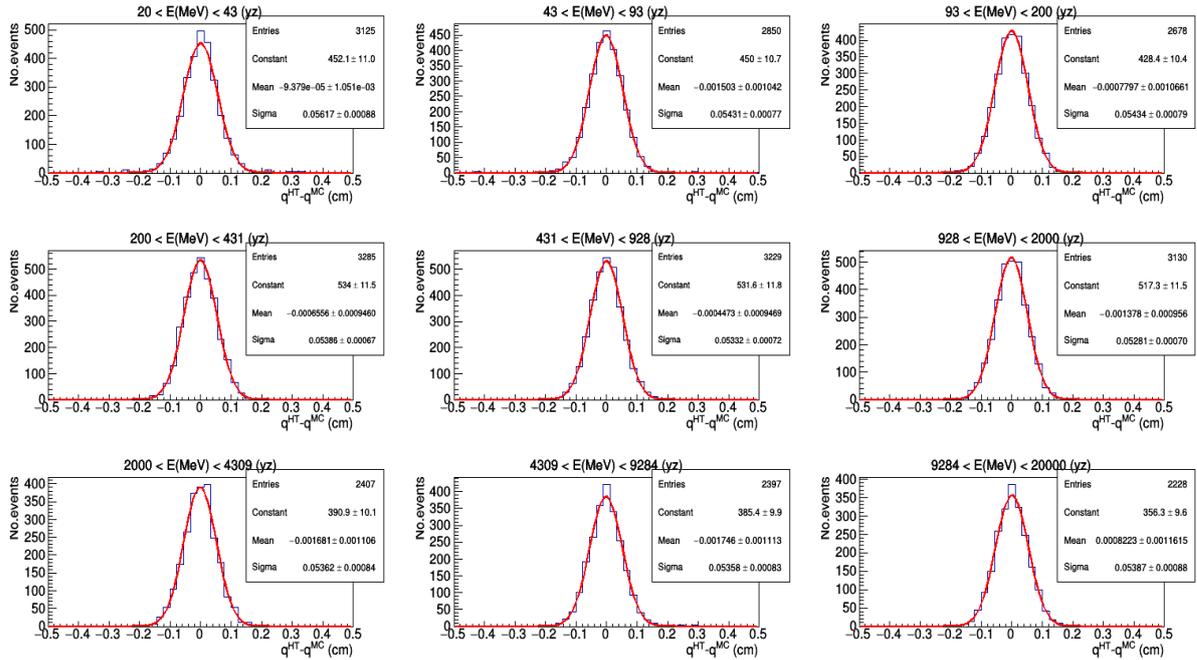


Figura C.7: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con HT e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni non interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

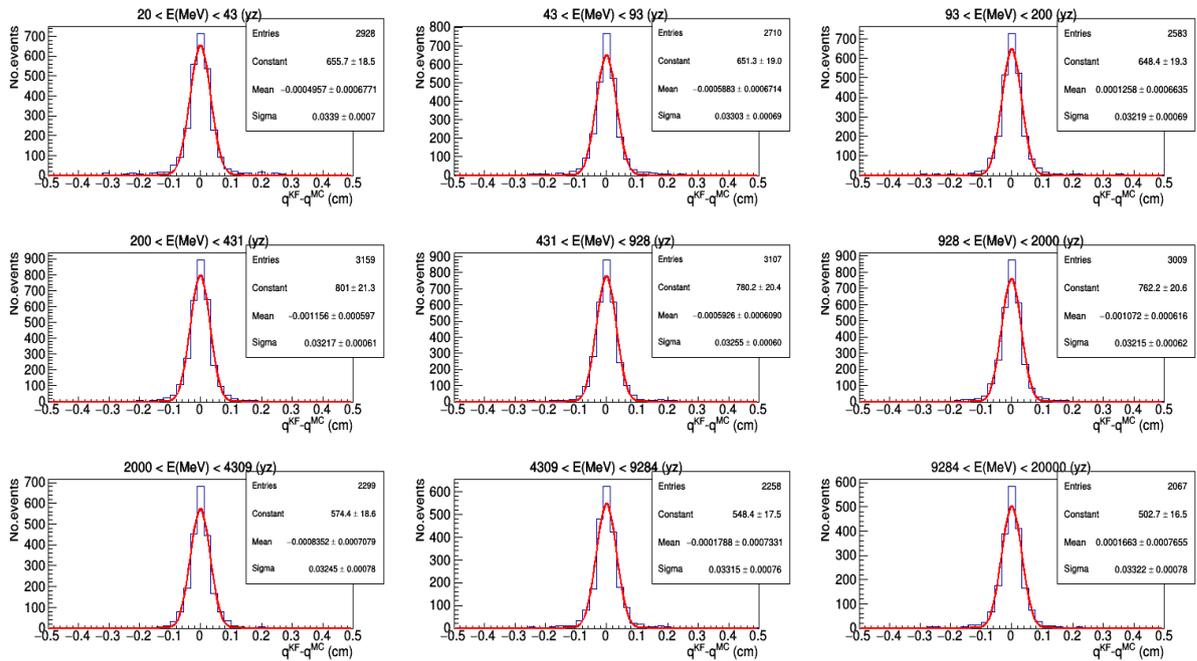


Figura C.8: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con KF e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni non interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

Particelle intergenti

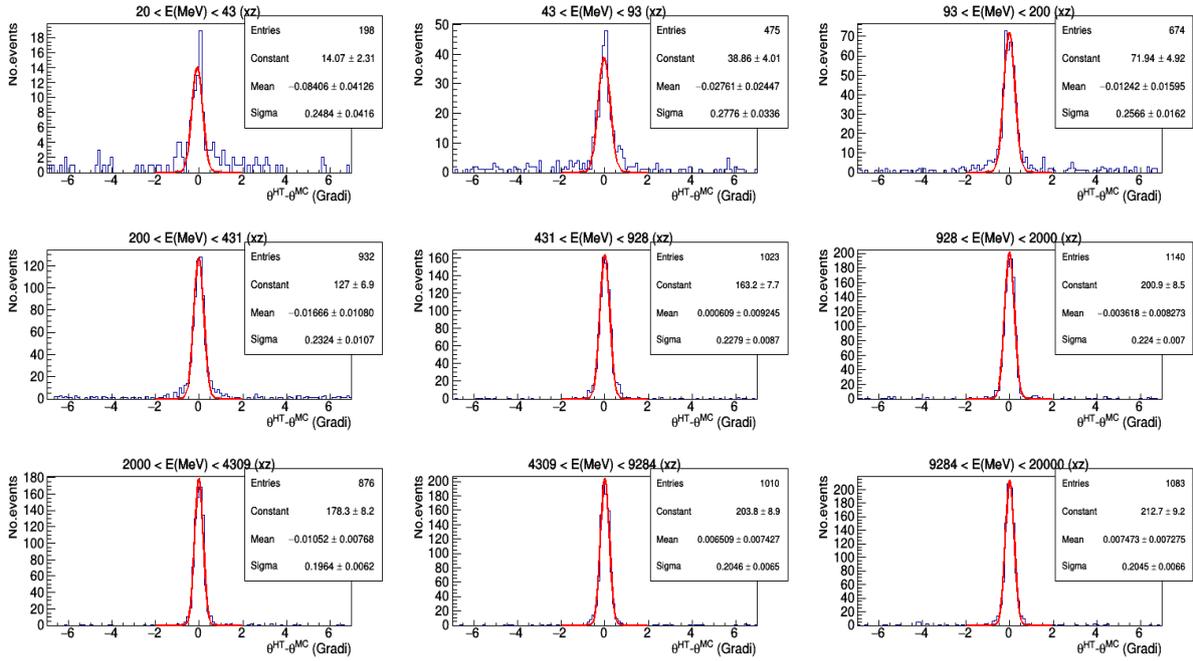


Figura C.9: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con HT e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni intergenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

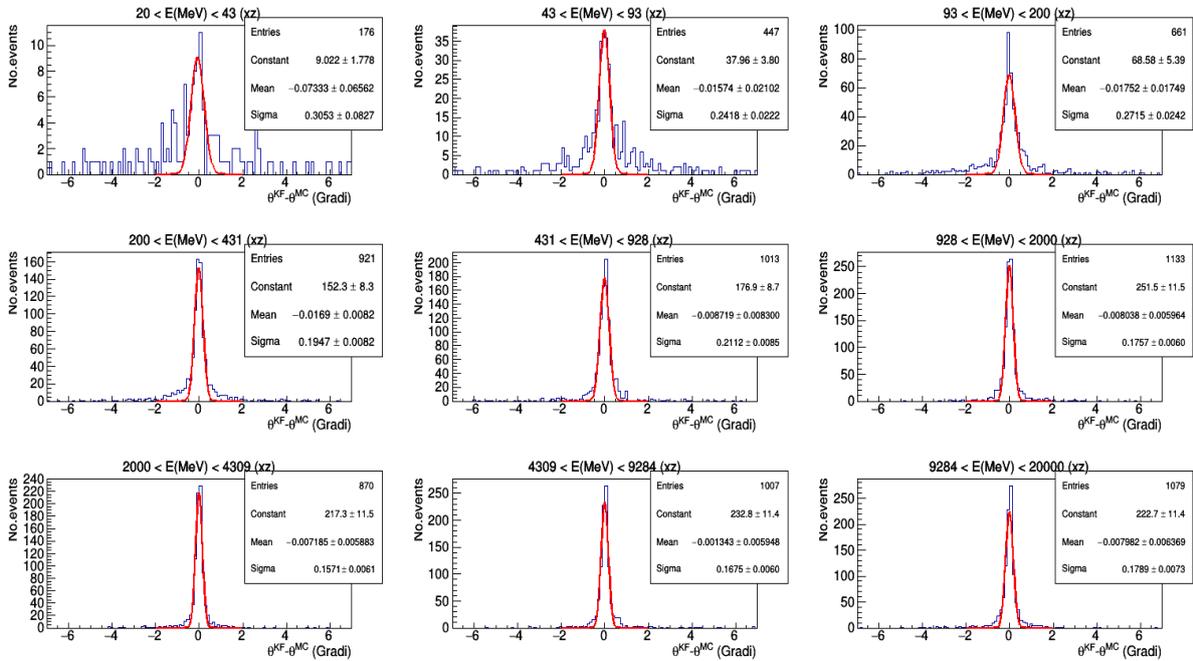


Figura C.10: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con KF e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni intergenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

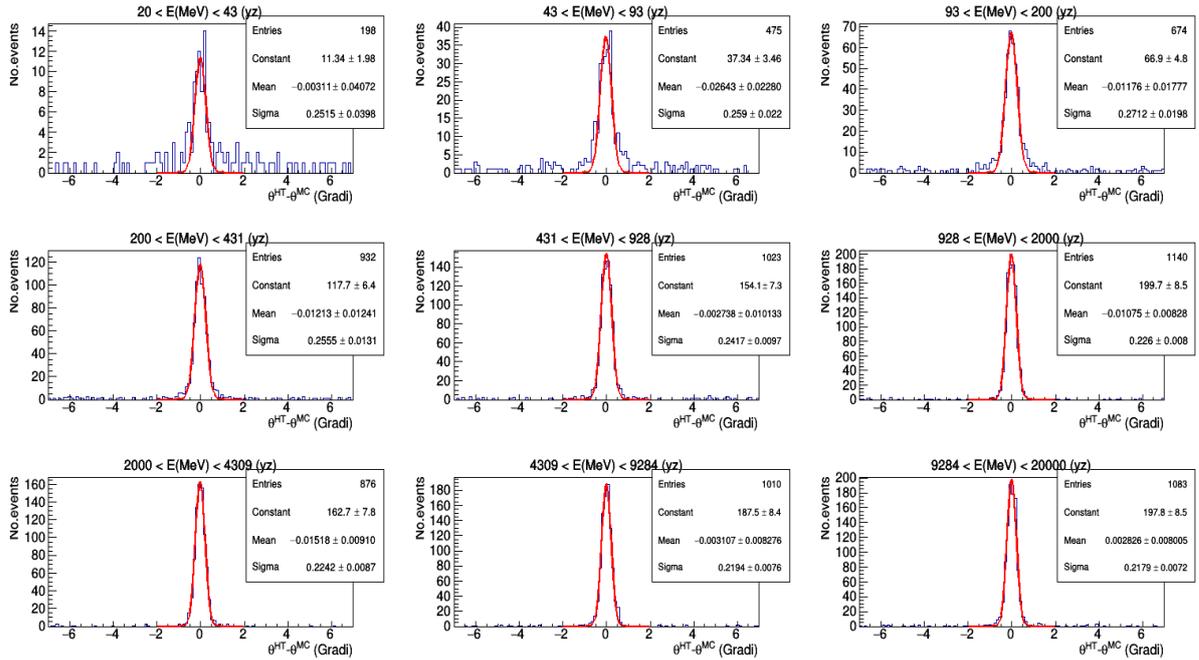


Figura C.11: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con HT e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

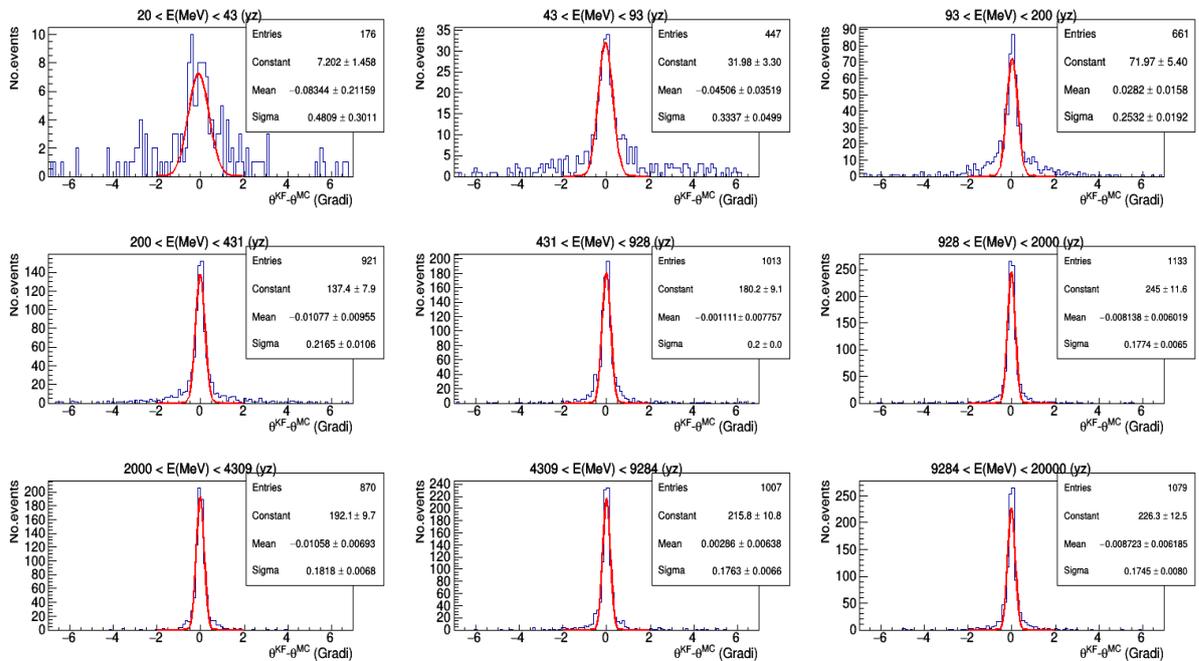


Figura C.12: Distribuzione delle differenze fra l'angolo ricostruito con KF e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

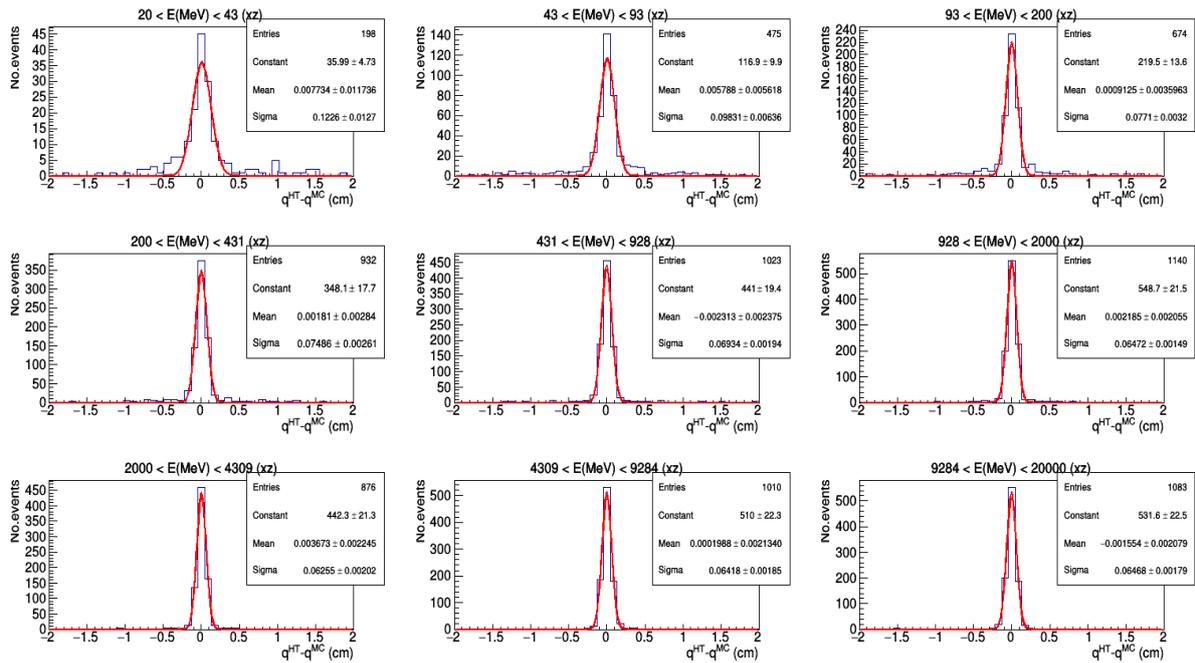


Figura C.13: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con HT e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

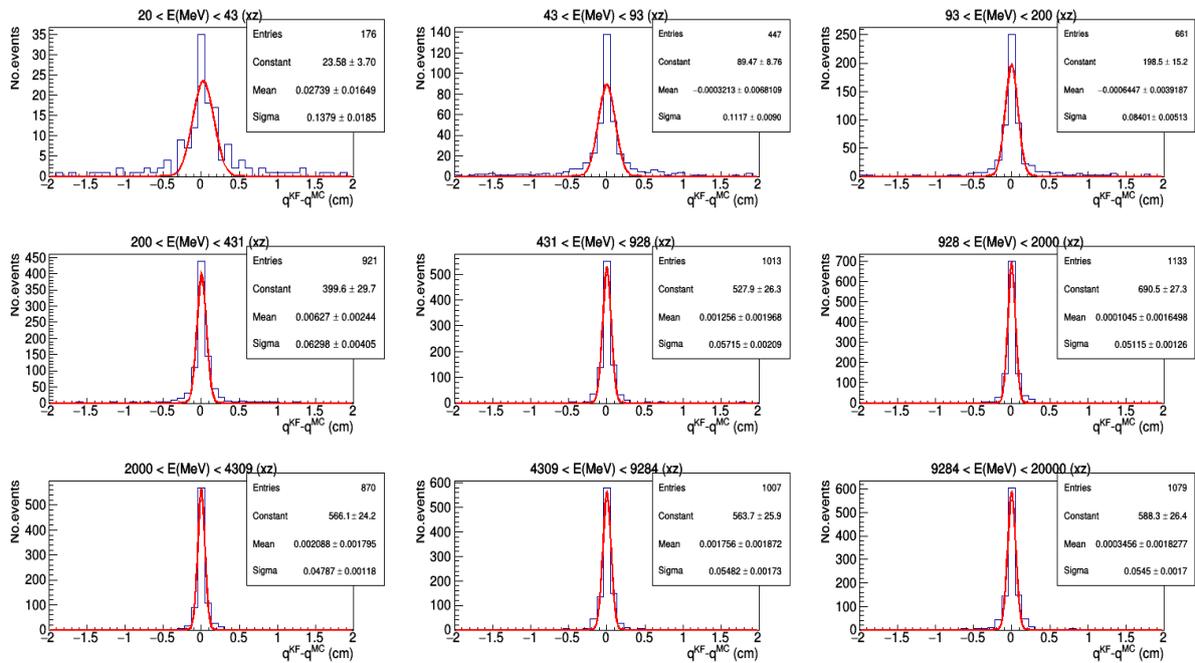


Figura C.14: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con KF e quello vero nella vista xz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

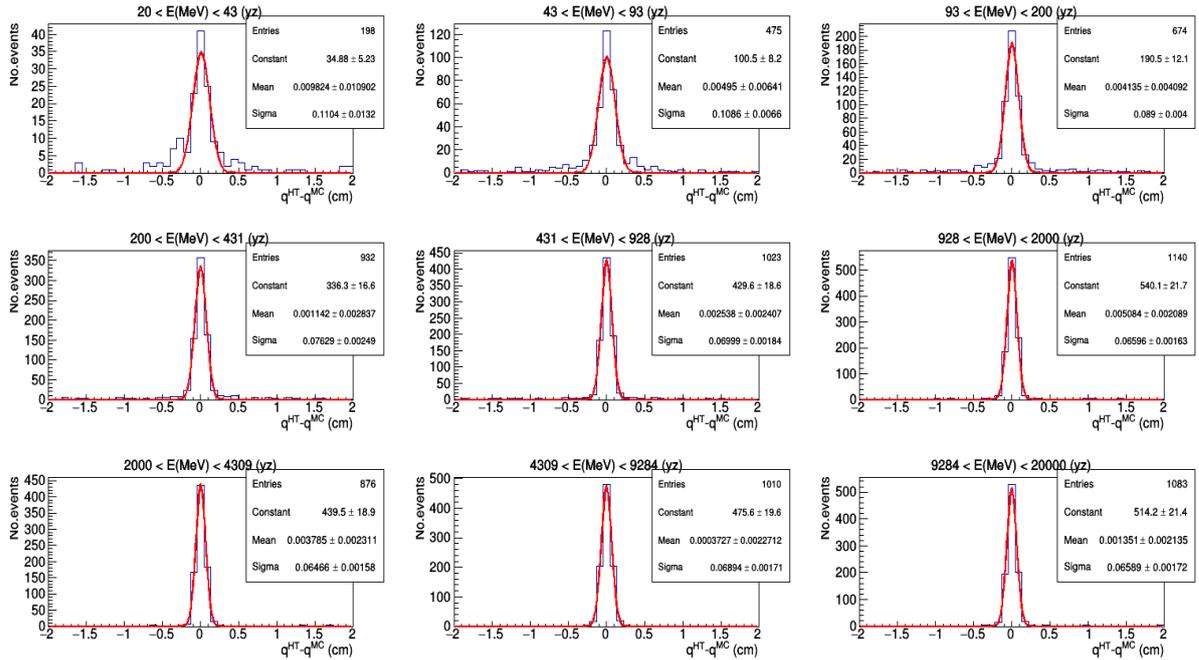


Figura C.15: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con HT e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

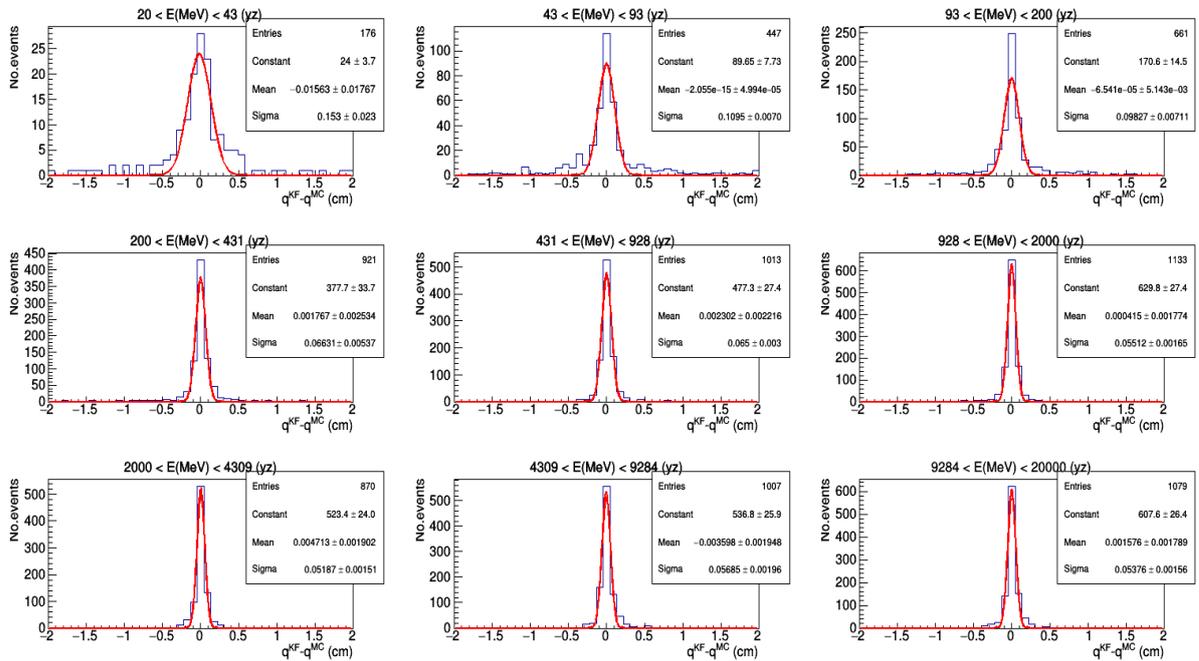


Figura C.16: Distribuzione delle differenze fra il punto di impatto nel CHD ricostruito con KF e quello vero nella vista yz in nove intervalli di energia cinetica dei protoni interagenti simulati fra 20 GeV e 20 TeV. Le curve rosse rappresentano funzioni gaussiane usate per il fit dei dati.

Bibliografia

- ¹V. F. Hess, “*Observation of penetrating radiation in seven free balloon flights*”, Phys.Z. **13**, 1084 (1912).
- ²D. Pacini, “*La radiazione penetrante alla superficie ed in seno alle acque*”, Riv. Nuovo Cimento **3**, 93 (1912).
- ³J. Clay, “*The Earth-magnetic effect and the corpuscular nature of (cosmic) ultraradiation*”, Proc. Sect. Sci **35**, 1282 (1932).
- ⁴M. S. Longair, *High Energy Astrophysics* (ed. Cambridge University Press, 3a edizione, 2011).
- ⁵J. George et al., “*Elemental Composition and Energy Spectra of Galactic Cosmic Rays During Solar Cycle 23*”, The Astrophysical Journal **698**, 1666 (2009).
- ⁶E. Fermi, “*On the origin of the cosmic radiation*”, Physical Review **75**, 1169 (1949).
- ⁷A. Bell, “*The acceleration of cosmic rays in front shocks*”, Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **182**, 147 (1978).
- ⁸M. Aguilar et al. (AMS Collab.), “*Precision Measurement of the Boron to Carbon Flux Ratio in Cosmic Rays from 1.9 GV to 2.6 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station*”, Phys. Rev. Lett. **117**, 231102 (2016).
- ⁹J. P. Meyer et al., “*Galactic cosmic rays from supernova remnants. I. A cosmic-ray composition controlled by volatility and mass-to-charge ratio*”, Astrophysical Journal **487**, 182 (1997).
- ¹⁰W. R. Binns et al. (Super-TIGER Collab.), “*The Super-TIGER Experiment*”, in Proceedings of 33rd International Cosmic Ray Conference, Rio de Janeiro (2013).

- ¹¹R. P. Murphy et al., “*Galactic cosmic ray origins and ob association: evidence from SuperTIGER observation of elements 26-Fe through 40-Zr*”, *The Astrophysical Journal* **831**, 148 (2016).
- ¹²C. Leroy e P. G. Rancoita, “*Physics of cascading shower generation and propagation in matter: principles of high-energy, ultrahigh-energy and compensating calorimetry*”, *Reports on Progress in Physics* **63**, 505 (2000).
- ¹³B. Rossi e K. Greisen, “*Cosmic-Ray Theory*”, *Rev. Mod. Phys.* **13**, 240 (1941).
- ¹⁴*Atomic and Nuclear Properties of Materials*, Particle Data Group <http://pdg.lbl.gov/AtomicNuclearProperties>.
- ¹⁵S. Torii e P. S. Marrocchesi (CALET Collab.), “*The CALorimetric Electron Telescope (CALET) on the International Space Station*”, *Adv. Space Res.* **64**, 2531 (2019).
- ¹⁶S. Torii (CALET Collab.), “*The CALorimetric Electron Telescope (CALET) on the ISS: Preliminary Results from On-orbit Observations since October, 2015*”, in *Proceedings of Science (ICRC2017)*, 1092 (2017).
- ¹⁷P. S. Marrocchesi et al., “*Beam test performance of a scintillator-based detector for the charge identification of relativistic ions*”, *Nucl. Instr. and Meth. A* **659**, 477 (2011).
- ¹⁸Y. Asaoka et al. (CALET Collab.), “*On-orbit operations and offline data processing of CALET onboard the ISS*”, *Astroparticle Physics* **100**, 29 (2018).
- ¹⁹Y. Asaoka et al. (CALET Collab.), “*Energy calibration of CALET onboard the International Space Station*”, *Astroparticle Physics* **91**, 1 (2017).
- ²⁰G. Mazzamuto, “*Simulazione del calorimetro per raggi cosmici CALET e stima della separazione elettrone-positrone*”, tesi di laurea mag. (Università degli studi di Firenze, 2010-2011).
- ²¹O. Adriani et al. (CALET Collab.), “*Energy Spectrum of Cosmic-Ray Electron and Positron from 10GeV to 3TeV Observed with the Calorimetric Electron Telescope on the International Space Station*”, *Physical Review Letters* **119** (2017).
- ²²O. Adriani et al. (PAMELA Collab.), “*Ten years of PAMELA in space*”, *Riv. Nuovo Cimento* **40**, 473 (2017).
- ²³L. Accardo et al. (AMS Collab.), “*High Statistics Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–500 GeV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station*”, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 121101 (2014).

- ²⁴O. Adriani et al. (CALET Collab.), “*Extended Measurement of the Cosmic-Ray Electron and Positron Spectrum from 11 GeV to 4.8 TeV with the Calorimetric Electron Telescope on the International Space Station*”, Phys. Rev. Lett. **120**, 261102 (2018).
- ²⁵S. Abdollahi et al. (The Fermi-LAT Collab.), “*Cosmic-ray electron-positron spectrum from 7 GeV to 2 TeV with the Fermi Large Area Telescope*”, Phys. Rev. **D 95**, 082007 (2017).
- ²⁶G. Ambrosi et al. (DAMPE Collab.), “*Direct detection of a break in the teraelectronvolt cosmic-ray spectrum of electrons and positrons*”, Nature **552**, 63 (2017).
- ²⁷Y. S. Yoon et al. (CREAM Collab.), “*Proton and Helium Spectra from the CREAM-III Flight*”, Astrophysical Journal **839** (2017).
- ²⁸M. Aguilar et al. (AMS Collab.), “*Precision Measurement of the Proton Flux in Primary Cosmic Rays from Rigidity 1 GV to 1.8 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station*”, Phys. Rev. Lett. **114**, 171103 (2015).
- ²⁹P. Maestro et al. (CALET Collab.), “*CALET Results after Three Years on Orbit on the International Space Station*”, Physics of Atomic Nuclei **82**, 766 (2019).
- ³⁰Y. Akaike (CALET Collab.), “*Measurements of Heavy Cosmic-Ray Nuclei Spectra with CALET on the ISS*”, Journal of Physics: Conference Series **1181**, 012042 (2019).
- ³¹O. Adriani et al. (CALET Collab.), “*Direct Measurement of the Cosmic-Ray Proton Spectrum from 50 GeV to 10 TeV with the Calorimetric Electron Telescope on the International Space Station*”, Phys. Rev. Lett. **122**, 181102.
- ³²S. Haino et al. (BESS Collab.), “*Measurements of primary and atmospheric cosmic-ray spectra with the BESS-TeV spectrometer*”, Phys. Lett. **B 594**, 35 (2004).
- ³³A. D. Panov et al. (ATIC Collab.), “*Energy spectra of abundant nuclei of primary cosmic rays from the data of ATIC-2 experiment: Final results*”, Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics **73**, 564 (2009).
- ³⁴E. Atkin et al. (NUCLEON Collab.), “*New Universal Cosmic-Ray Knee near a Magnetic Rigidity of 10 TV with the NUCLEON Space Observatory*”, JETP Lett. **108**, 5 (2018).
- ³⁵N. Cannady et al. (CALET Collab.), “*Characteristics and Performance of the CALorimetric Electron Telescope (CALET) Calorimeter for Gamma-Ray Observations*”, The Astrophysical Journal Supplement Series **238**, 5 (2018).

- ³⁶B. P. Abbott et al. (LIGO-Virgo Collab.), “*Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*”, Phys. Rev. Lett. **116**, 061102 (2016).
- ³⁷O. Adriani et al. (CALET Collab.), “*Search for GeV Gamma-Ray Counterparts of Gravitational Wave Events by CALET*”, The Astrophysical Journal **863**, 160 (2018).
- ³⁸*ROOT Data Analysis Framework*, <https://root.cern.ch/>.
- ³⁹G. Pasqualini, “*Spazi di configurazioni e trasformata generalizzata di Hough*”, tesi di dott. (Università di Bologna, 2015-2016).
- ⁴⁰R. O. Duda e P. E. Hart, “*Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures*”, Commun. ACM **15**, 11–15 (1972).
- ⁴¹L. Ristori, “*An artificial retina for fast track finding*”, Nucl. Instr. and Meth. A **453**, 425 (2000).
- ⁴²K. Kasahara, in Proc. of 24th international cosmic ray conference (Rome, Italy), vol. 1 (1995), p. 399.
- ⁴³EPICS <http://cosmos.n.kanagawa-u.ac.jp/EPICSHome/>.
- ⁴⁴S. Roesler, R. Engel e J. Ranft, in Proceedings of the Monte Carlo Conference, Lisbon, 1033-1038 (2000).
- ⁴⁵M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. **D 98**, 030001 (2018).
- ⁴⁶W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach* (Springer Verlag, 2a edizione, 1994).
- ⁴⁷W. H. Barkas e M. J. Berger, “*Tables of energy losses and ranges of heavy charged particles*”, Studies in Penetration of Charged Particles in Matter, National Academy of Sciences–National Research Council, Publication **1133**, 103 (1964).
- ⁴⁸R. Frohwirth, “*Application of Kalman filtering to track and vertex fitting*”, Nucl. Instr. and Meth. A **262**, 444 (1987).
- ⁴⁹P. Maestro e N. Mori, “*Particle tracking in the CALET experiment*”, Proceeding of Science **301** (2018).