

Università degli Studi di Siena
 Corso di Laurea FTA - A.A. 2021/22
 Corso di Fluidi e Termodinamica
 Esame del 21/6/2022

Chi fa l'esame completo svolga il primo esercizio e due a scelta fra 2,3 e 4.
 Chi ha superato la 1° prova in itinere svolga gli esercizi 2, 3 e 4.

1) Un liquido di densità 10^3 kg/m^3 scorre nel condotto verticale (a pareti rigide) mostrato in figura.

Se il liquido è fermo e la pressione assoluta nel punto 1 vale $p_1 = 1 \text{ atm}$

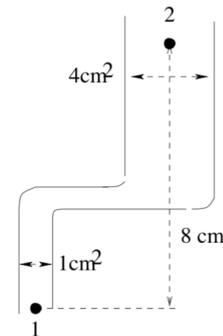
a) quanto vale la pressione nel punto 2?

b) le forze di pressione attorno al punto 2 sollecitano il tubo a contrarsi o a dilatarsi?

Se invece il liquido è in moto con portata Q e si suppone di poter trascurare la viscosità:

c) la differenza di pressione $\Delta p = p_2 - p_1$ aumenta o diminuisce? (spiegare)

d) esiste un valore di Q per cui $\Delta p = 0$?



2) Una sferetta di ferro (densità 7.8 g/cm^3 , calore specifico $c = 450 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$) di massa $m = 200 \text{ g}$ ha una temperatura $T_1 = 50 \text{ } ^\circ\text{C}$. Al tempo $t=0$, la sferetta è posta in contatto con l'estremità di una barra di metallo di conducibilità termica $k = 4 \text{ W/(cm } ^\circ\text{C)}$. L'altra estremità della barra è a contatto con una sorgente a temperatura costante $T_0 = -20 \text{ } ^\circ\text{C}$. La barra ha forma di parallelepipedo di sezione 1 cm^2 e lunghezza 75 cm .

Scrivere l'equazione che esprime la variazione nel tempo della temperatura della sferetta.

Calcolare la temperatura della sferetta quanto sono trascorsi 5 minuti.

Di quanto è diminuito il volume della sferetta se il suo coefficiente di dilatazione volumica è $\beta = 36 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$?

3) Una macchina termica irreversibile M e una macchina frigorifera reversibile R lavorano insieme come un'unica macchina termica ($M+R$), scambiando calore con due sorgenti a temperatura $T_1 = 250 \text{ K}$ e $T_2 > T_1$. Il calore Q_1 ceduto da M alla sorgente T_1 è uguale in modulo a quello che R assorbe dalla stessa sorgente.

Sapendo che l'efficienza di R è $\varepsilon = 5$ e che il lavoro fatto su R è $L_R = 1000 \text{ J}$, calcolare:

- la temperatura T_2
- il calore che R cede a T_2
- il lavoro massimo che può fare M
- il calore che M assorbe dalla sorgente T_2 , se la macchina M fa lavoro pari al 50% del lavoro massimo.

4) Una mole di gas perfetto monoatomico esegue una trasformazione isobara tra gli stati A e B, facendo lavoro pari a 10^3 J . Sapendo che $T_A = 300 \text{ K}$, calcolare la temperatura T_B e il calore scambiato.

Il sistema ritorna allo stato iniziale subendo una compressione irreversibile da B ad A in cui il lavoro esterno fatto (sul sistema) è pari a 800 J . Qual è il calore scambiato dal gas in questa trasformazione?

Qual è il rendimento del ciclo rappresentato dall'unione della trasformazione isobara reversibile da A a B con la compressione irreversibile da B ad A?

Qual è la variazione di entropia nelle due trasformazioni?

SOLUZIONI

1)

a)

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 + dg(h_1 - h_2) = 1 \text{ atm} + 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 (-8 \text{ cm}) \\ &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1.021 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

b) La pressione esterna in 2 è > di quella interna → il tubo tende a contrarsi

c) Applicando il teorema di Bernoulli ($h = 8 \text{ cm} = h_2 - h_1$)

$$p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

Dall'equazione di continuità

$$Q = v_2 S_2 = v_1 S_1$$

che sostituita nella precedente dà

$$p_2 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 (S_1/S_2)^2 + \rho g h = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 [1 - (S_1/S_2)^2] - \rho g h$$

Il primo addendo a sinistra nell'equazione è sempre >0 perché $S_2 > S_1$

All'aumentare di Q → aumenta v_1 e anche il primo addendo (>0) → aumenta Δp

Quindi Δp è maggiore che nel caso statico.

d) Dall'equazione precedente $\Delta p = 0$ quando

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 [1 - (S_1/S_2)^2] = \rho g h$$

$$v_1 = \sqrt{2 g h / [1 - (S_1/S_2)^2]} = 1.29 \text{ m/s}$$

$$Q = v_1 S_1 = 1.29 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

2) L'equazione della conducibilità termica è

$$dQ/dt = k S/d (T - T_0)$$

dove T è la temperatura della sferetta ad un generico istante t.

La sferetta cede calore alla sbarra perché l'altra estremità si trova ad una temperatura inferiore. Il calore ceduto in un tempo dt è

$$dQ = - m c dT$$

Sostituendo nell'equazione di propagazione

$$-m c dT/dt = k S/d (T - T_0)$$

È un'equazione differenziale a variabili separabili

$$dT/(T-T_0) = -[k S/(d m c)] dt$$

che integrata fra $t=0$ in cui la sferetta è a temperatura T_1 e un generico tempo t in cui la temperatura è T , dà

$$\ln (T-T_0)/(T_1-T_0) = - k S/(d m c) t$$

$$T = T_0 + (T_1-T_0) \exp[- k S/(d m c) t]$$

Dopo $t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$ la temperatura è

$$T(5) = -20 + 70 \exp[- 400 \cdot 10^{-4}/(0.75 \cdot 0.2 \cdot 450) \cdot 300] = 38 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\rho = 7.8 \text{ g/cm}^3 = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta V = V_0 \beta (T_2-T_1) = m/\rho \beta (T(5)-T_1) = 0.2 / 7800 \cdot 36 \cdot 10^{-6} (38 - 50) = -1.11 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$$

3)

$$L_R = -1000 \text{ J}$$

Q_{1R} = calore che R assorbe da T_1

Q_{2R} = calore che R cede a T_2

Q_{1M} = calore che M cede a $T_1 \rightarrow |Q_{1M}| = Q_{1R}$

Q_{2R} = calore che M assorbe da T_2

L'efficienza di una macchina reversibile che funziona con due sorgenti è

$$\varepsilon = Q_{1R}/|L_R| = T_1/(T_2-T_1)$$

da cui si ricava

$$T_2 = T_1 + T_1/\varepsilon = 250 + 250/5 = 300 \text{ K}$$

$$Q_{1R} = |L_R| \varepsilon = 5000 \text{ J}$$

$$Q_{2R} = L_R - Q_{1R} = -6000 \text{ J}$$

Il lavoro della macchina M+R è <0 , in quanto la macchina M+R è monoterma, cioè in pratica lavora solo con T_2 dato che gli scambi di calore con T_1 sono a somma zero

$$L = L_R + L_M <= 0 \rightarrow L_M <= -L_R = 1000 \text{ J}$$

Quindi il lavoro di M è al massimo 1000 J.

Se M fa lavoro pari al 50% del lavoro max $\rightarrow L_M = 500 \text{ J}$

$$L_R + L_M = Q_{2R} + Q_{2M}$$

$$Q_{2M} = - Q_{2R} + L_R + L_M = 6000 - 1000 + 500 = 5500 \text{ J}$$

4)

Isobara reversibile

$n = 1$ monoatomico

$$p_B = p_A$$

$$T_A = 300 \text{ K}$$

$$L_{AB} = 10^3 \text{ J}$$

$$L_{AB} = p_A (V_B - V_A) = n R (T_B - T_A) \rightarrow T_B = T_A + L_{AB} / (n R) = 420.3 \text{ K}$$

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} - L_{AB}$$

$$n c_V (T_B - T_A) = Q_{AB} - p_A (V_B - V_A)$$

$$Q_{AB} = p_A (V_B - V_A) + n c_V (T_B - T_A) = n R (T_B - T_A) + n c_V (T_B - T_A) = n c_p (T_B - T_A)$$

$$Q_{AB} = n c_p (T_B - T_A) = 5/2 R (420.3 - 300) = 2500 \text{ J}$$

La variazione di entropia del gas tra A e B è

$$\Delta S_{AB} = n c_V \ln(T_B/T_A) + n R \ln(V_B/V_A) = n c_p \ln(T_B/T_A) = 5/2 R \ln(420.3/300) = 7 \text{ J/K}$$

dove si è usata la legge dei gas perfetti per ricavare il rapporto fra i volumi

$$V_B = n R T_B / p_A$$

$$V_A = n R T_A / p_A$$

Poiché il sistema ritorna in A, si tratta di un ciclo quindi $\Delta S_{AB} + \Delta S_{BA} = 0$

$$\Delta S_{BA} = -\Delta S_{AB}$$

In un ciclo $\Delta U = 0$

$$\Delta U = 0 = Q_{AB} + Q_{BA} - L_{AB} - L_{BA}$$

$$Q_{AB} + Q_{BA} = L_{AB} + L_{BA}$$

$$Q_{BA} = L_{AB} + L_{BA} - Q_{AB} = 1000 - 800 - 2500 = -2300 \text{ J}$$

$$\eta = (L_{AB} + L_{BA}) / Q_{AB} = (1000 - 800) / 2500 = 0.08$$