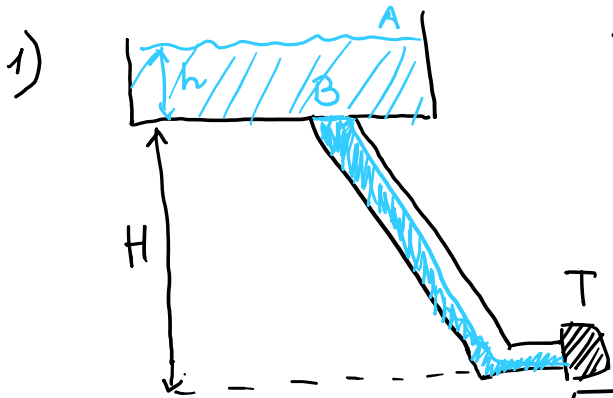


Università degli Studi di Siena  
Corso di Laurea FTA - A.A. 2020/21  
Fluidi e Termodinamica  
Esame del 23/9/2021

- 1) Sul fondo di un lago profondo  $h = 70$  m si trova un condotto di sezione circolare di raggio  $r = 30$  cm che alimenta la turbina di una centrale elettrica situata ad una quota  $H=300$  m più in basso (rispetto al fondo del lago). Si calcoli:
  - a) la velocità dell'acqua all'arrivo sulla turbina;
  - b) la pressione e la velocità dell'acqua all'ingresso del tubo sul fondo del lago (suggerimento: si rifletta sulla sezione del tubo di flusso dell'acqua nel condotto: è costante o varia lungo la discesa?);
  - c) la portata della condotta;
  - d) la potenza che l'acqua fornisce alla turbina.
  
- 2) Una mongolfiera è costituita da un involucro di massa  $m = 100$  kg, che una volta riempito di gas assume forma sferica con raggio  $R = 6$  m. Alla mongolfiera è appesa con una fune inestensibile una navicella di massa 300 kg e volume trascurabile. La densità dell'aria è  $1.3$  kg/m<sup>3</sup>.
  - a) Qual è la massima densità del gas  $\rho_{\max}$  che si può utilizzare affinché la mongolfiera si sollevi da terra?
  - b) Se si utilizza un gas di densità maggiore del 10% rispetto a  $\rho_{\max}$ , di quanto si deve alleggerire la navicella per far sollevare la mongolfiera?
  - c) Qual è la tensione della fune in quest'ultimo caso?
  
- 3) Una macchina termica reversibile R assorbe una quantità di calore  $Q_1$  da una sorgente a temperatura  $t_1 = 27^\circ\text{C}$  e cede una quantità di calore  $Q_2$  ad una sorgente a temperatura  $t_2 = 227^\circ\text{C}$ . Una macchina irreversibile I lavora con le stesse due sorgenti prelevando dalla sorgente  $t_2$  la stessa quantità di calore  $Q_2$  ceduta dalla macchina R e cedendo una quantità di calore  $Q_1'$  alla sorgente a temperatura  $t_1$ . Il lavoro fatto dalla macchina I è  $L_I = 4/5 |L_R|$ , dove  $L_R$  è il lavoro della macchina R. Calcolare il rendimento della macchina I.

SOLUZIONI



$$\frac{1}{2} \rho v_A^2 + p_{atm} + \rho g (H+h)$$

$$p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g H = \frac{1}{2} \rho v_T^2 + p_{atm}$$

$$v_A \approx 0 \Rightarrow v_T = \sqrt{2g(H+h)} = 85.15 \text{ m/s}$$

Il tubo di flusso nel condotto non ha sezione costante. Se la sezione fosse costante, dato che la portata è costante (dell'equ. di continuità), si dovrebbe dedurre che la velocità nel tubo è costante, e ciò implicherebbe (dell'equ. di Bernoulli) una pressione negativa. Quindi se la sezione del tubo di flusso varia, dato che  $v$  aumenta nella discesa, la sezione diminuisce.

La sezione è  $\pi r^2$  in B, e  $< \pi r^2$  nei punti sottostanti. Nel tubo entra aria  $\Rightarrow p_B = p_{atm} \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} = 37 \text{ m/s}$

$$\text{La portata è } \phi = v_B \pi r^2 = \pi \cdot 0.3^2 \cdot 37 = 10.47 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{La potenza è } P = \phi \frac{1}{2} \rho v_T^2 = \rho g (H+h) \phi = 9.8 \cdot 10^7 \text{ W}$$

2) La forza agente sul pallone è

$$mg + \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{gas} g - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{aria} g + T = F$$

ovvero  $T = Mg$  è la tensione della fune

Per sollevare la mongolfiera  $F < 0$  (cioè diretta verso l'alto) da cui

$$\rho_{gas} \leq \rho_{aria} - \frac{M+m}{\frac{4}{3} \pi R^3} = 1.3 - \frac{100+300}{\frac{4}{3} \pi 6^3} = 0.86 \text{ kg/m}^3 = \rho_{gas}^{MAX}$$

$$b) \rho_{gas}^* = 1.1 \rho_{gas}^{MAX} = 0.94 \frac{kg}{m^3}$$

$$mg + \frac{4}{3} \pi R^3 (\rho_{gas}^* - \rho_{aria}) g + M^* g < 0$$

$$M^* \leq -m - \frac{4}{3} \pi R^3 (\rho_{gas}^* - \rho_{aria}) = 225.5 \text{ kg}$$

$$M - M^* = 74.5 \text{ kg} \quad \bar{e} \text{ la riduzione di massa necessaria per la navicella}$$

$$T = M^* g$$

3)  $Q_2 > 0$  assorb. da I

$Q_1' < 0$  ceduto da I

$-Q_2$  ceduto da R

$Q_1$  assorb. da R

R lavora  
come  
frigorifero.  
Se lavorasse  
come  
macchina  
termica

$$\eta_R = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{273+27}{227+273} = 1 - \frac{300}{500} = \frac{2}{5} = 40\%$$

$$L_R = -Q_2 + Q_1 < 0$$

$$L_I = Q_1' + Q_2 > 0$$

$$L_I = \frac{4}{5} |L_R| = \frac{4}{5} |Q_1 - Q_2|$$

$$Q_1' + Q_2 = \frac{4}{5} (Q_2 - Q_1)$$

$$Q_1' = -Q_2 + \frac{4}{5} Q_2 - \frac{4}{5} Q_1$$

$$Q_1' = -Q_2 + \frac{4}{5} Q_2 - \frac{4}{5} \frac{3}{5} Q_2 = -\frac{17}{25} Q_2$$

$$\eta_I = 1 + \frac{Q_1'}{Q_2} = 1 - \frac{17}{25} = \frac{8}{25} = 32\%$$

$$\eta_R = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 + \frac{(-Q_1)}{Q_2}$$

$$1 - \frac{3}{5} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{3}{5}$$