

Università degli Studi di Siena  
Corso di Laurea FTA - A.A. 2019/20  
Corso di Fluidi e Termodinamica  
Esame del 11/12/2020

- 1) Una mole di  $O_2$  può essere portata dallo stato A allo stato C in due modi diversi:  
cammino  $\gamma_1$ :  $A \rightarrow B$  trasformazione adiabatica reversibile,  $B \rightarrow C$  isobara reversibile;  
cammino  $\gamma_2$ :  $A \rightarrow C$  direttamente con una trasformazione irreversibile.

Calcolare:

- le coordinate termodinamiche dei punti A, B e C;
- in quale dei due cammini la quantità di calore assorbita è minima?
- il rendimento del ciclo chiuso formato dall'unione di  $\gamma_2$  ( $A \rightarrow C$ ) e  $\gamma_1$  percorso in verso opposto ( $C \rightarrow B \rightarrow A$ ).

Si assuma:  $V_A=2$  l,  $P_A=1$  atm,  $V_B=1$  l,  $T_C=600$  K, e si consideri  $O_2$  un gas perfetto biatomico.

2) Due masse  $m_1=100$  g ed  $m_2=50$  g di acqua ( $c = 4186$  J/(kg °C)) a temperatura rispettivamente di  $T_1 = 100$  °C e  $T_2 = 0$  °C sono contenute in due recipienti adiabatici.

- In un primo caso le masse vengono collegate da una sbarra di metallo, isolata termicamente dall'esterno;
- in un secondo caso si fa funzionare tra  $m_1$  ed  $m_2$  una piccola macchina termica che funziona secondo un ciclo di Carnot producendo lavoro. Per ogni ciclo la macchina termica scambia piccole quantità di calore con le masse di acqua in modo da non cambiarne apprezzabilmente la temperatura per quel ciclo.

Calcolare nei due casi la temperatura finale  $T_F$  e la variazione di entropia  $\Delta S$ . Giustificare i risultati ottenuti.

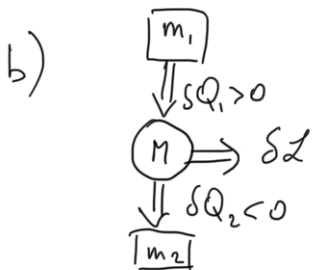
**SOLUZIONI**

2) a)  $m_1 c (T_f - T_1) + m_2 c (T_f - T_2) = 0$

$$T_f = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = \frac{100 \cdot 100 + 0.50}{150} = 66.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$



$$\begin{aligned} \Delta S &= m_1 c \log\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + m_2 c \log\left(\frac{T_f}{T_2}\right) = \\ &= 0.1 \cdot 4186 \cdot \log\left[\frac{273.15 + 66.6}{273.15 + 100}\right] + 0.05 \cdot 4186 \cdot \log\left[\frac{273.15 + 66.6}{273.1}\right] = \\ &= -39.25 + 45.66 = 6.41 \text{ J/K} > 0 \quad \text{irreversibile} \end{aligned}$$



In ogni ciclo della macchina M

$$\frac{\delta Q_1}{\delta T_1'} + \frac{\delta Q_2}{\delta T_2'} = 0$$

dove  $T_1'$  e  $T_2'$  sono le temperature delle due masse in un generico ciclo

$$\begin{aligned} T_f &< T_1' < T_1 \\ T_2 &< T_2' < T_2 \end{aligned}$$

$$\frac{m_1 c dT_1'}{T_1'} + \frac{m_2 c dT_2'}{T_2'} = 0$$

$$m_1 \int_{T_1}^{T_f} \frac{dT_1'}{T_1'} = -m_2 \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT_2'}{T_2'}$$

$$m_1 \log\left(\frac{T_f}{T_1}\right) = -m_2 \log\left(\frac{T_f}{T_2}\right)$$

$$\left(\frac{T_f}{T_1}\right)^{m_1} = \left(\frac{T_f}{T_2}\right)^{-m_2} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} T_f^{m_1 + m_2} &= T_1^{m_1} T_2^{m_2} \\ T_f &= T_1^{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} T_2^{\frac{m_2}{m_1 + m_2}} \\ &= (373.15)^{\frac{100}{150}} (273.15)^{\frac{50}{150}} \end{aligned}$$

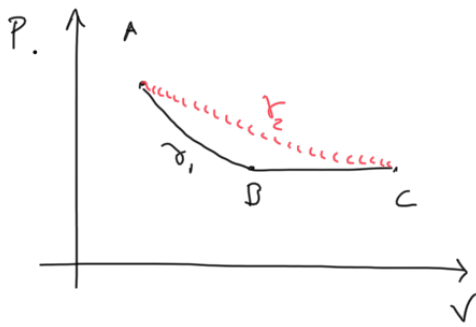
$$T_4 = (373.15)^{2/3} (273.15)^{1/3} = 51.83 \cdot 6.49 = 336.3 \text{ K}$$

$\Delta S = 0$  perché si tratta di macchina di Carnot

$$\Delta S_{m_1} = m_1 c \log \left( \frac{336.3}{373.15} \right) = -43.53 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{m_2} = m_2 c \log \left( \frac{336.3}{273.15} \right) = 43.53 \text{ J/K}$$

1).



$$V_A = 2 \text{ l} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_A = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$n = 1$$

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8.31} = 24.1 \text{ K}$$

$$\gamma = \frac{7}{5} = 1.4$$

$$V_B = 1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

A → B adiab. rev.

$$Q_{AB} = 0$$

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

$$P_B = P_A \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma = 1 \cdot 2^{1.4} = 2.64 \text{ atm}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{2.64 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}{8.31} = 31.8 \text{ K}$$

B → C isobara  $P_C = P_B$   $T_C = 600 \text{ K}$

$$\frac{V_C}{V_B} = \frac{T_C}{T_B}$$

$$V_C = V_B \frac{T_C}{T_B} = 10^{-3} \frac{600}{31.8} = 18.9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$Q_{BC} = n C_P (T_C - T_B) = 1 \cdot \frac{7}{2} R (600 - 31.8) = 16526 \text{ J}$$

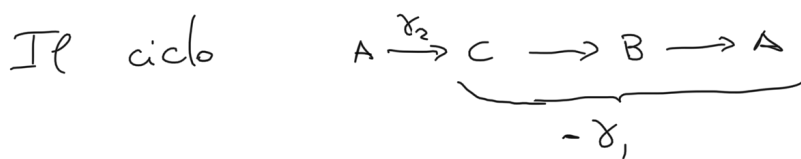
2)

Trasf. Irrev. A → C

A e C hanno le stesse coordinate termodinamiche p, V, T. Trovate al punto precedente perché si tratta degli stessi st

$$\begin{aligned}
 Q_{AC}^{\delta_2} &= \Delta U_{AC} + p \Delta V = n c_v (T_c - T_A) + p_c \cdot (V_c - V_A) \\
 &= 1 \cdot \frac{5}{2} R (600 - 24.1) + 2.64 \cdot 10^5 (18.9 - 1) 10^{-3} = \\
 &= 11964.32 + 4725.6 = 16689.92 \quad \text{J}
 \end{aligned}$$

$$Q_{AC}^{\delta_1} = Q_{BC} = 16526 \quad \text{J} \quad \delta_1 \text{ another minor calore}$$



compie un lavoro

$$\begin{aligned}
 L = Q_{TOT} &= Q_{AC}^{\delta_2} + Q_{CA}^{-\delta_1} = \\
 &= Q_{AC}^{\delta_2} - Q_{AC}^{\delta_1} = \\
 &= 16689.92 - 16526 = 163.92 \quad \text{J}
 \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{L}{Q_{AC}^{\delta_2}} = \frac{163.92}{16689.92} = 9.8 \cdot 10^{-3} = 0.98 \%$$