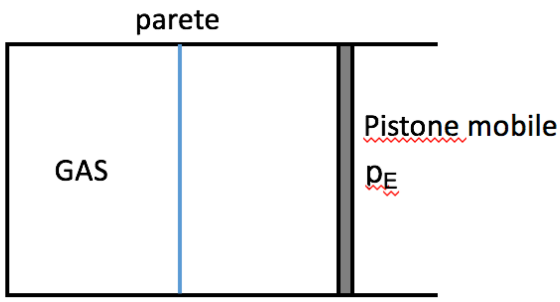
Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2019/20
Corso di Fluidi e Termodinamica
Esame del 11/6/2020

Chi fa l'esame completo svolga il primo esercizio e uno a scelta fra il 2 e il 3.
Chi ha superato la 1° prova in itinere svolga gli esercizi 2 e 3.

1) Da un rubinetto di sezione 1 cm^2 ruotato verso l'alto fuoriesce un getto d'acqua verticale con velocità v_0= 8 m/s. Quali sono la velocità del getto e la sua sezione ad un'altezza H=2 m sopra il rubinetto?

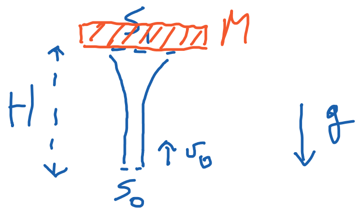
All'altezza H, il getto colpisce un oggetto solido mantenendolo sospeso in aria. Qual è la massa dell'oggetto? Si supponga che nell'urto il getto inverta la sua velocità, che rimane costante in modulo.

2) Un recipiente adiabatico è diviso in due parti da una parete fissa (in blu nel disegno). Nella parte sinistra del recipiente è contenuta una mole di gas perfetto biatomico a pressione p_0 = 3 atm e temperatura T_0 = 300 K. La parte destra è delimitata da un pistone mobile soggetto ad una pressione esterna p_E = 1 atm. La parete viene rimossa e il gas si espande fino a raggiungere l'equilibrio termodinamico.
Calcolare la temperatura finale e la variazione di entropia del gas.



3) Due corpi solidi A e B di uguale capacità termica C si trovano inizialmente alla stessa temperatura T_0. Una macchina frigorifera assorbe calore da A e lo cede a B, finché la temperatura di A diventa $T_1<T_0$. Calcolare:
- il minimo valore della temperatura finale T_2 del corpo B.
- il lavoro minimo che si deve fornire alla macchina frigorifera.
- l'efficienza della macchina frigorifera nel caso di lavoro minimo.

SOLUZIONI



1) $$S_0 v_0 = S_1 v_1$$

$$\begin{cases} v_1 = v_0 - gt \\ H = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

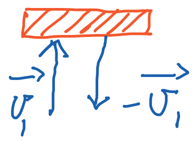
$$\begin{cases} t = \dfrac{v_0 - v_1}{g} \\ H = v_0 \dfrac{v_0 - v_1}{g} - \dfrac{1}{2} g \left(\dfrac{v_0 - v_1}{g} \right)^2 \end{cases}$$

$$H = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} \implies v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gH} = \sqrt{8^2 - 2 \cdot 9.8 \cdot 2} = 5 \ m/s$$

$$S_1 = \frac{S_0 v_0}{v_1} = 1.6 \ cm^2$$

$$Mg \leq F_{getto} \qquad F\,dt = dm \left| \vec{v}_f - \vec{v}_1 \right|$$

$$|\vec{v}_f| = |\vec{v}_f|$$



$$F\,dt = 2 v_1\, dm = 2 v_1 \rho S_1 v_1\, dt$$

$$F = 2 v_1^2 \rho S_1$$

$$M \leq \frac{2 v_1^2 \rho S_1}{g} = \frac{2 \cdot 5^2 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-4}}{9.8} \simeq 0.8 \ kg$$

2)

$$Q = 0 \qquad \mathcal{L} = \int p\, dV$$

$$\Delta U = -\mathcal{L} \qquad \mathcal{L} = -\mathcal{L}_{ext}$$

$$\mathcal{L}_{ext} = p_e (V_0 - V_1)$$

stato iniziale $\quad p_0 V_0 = nRT_0$

$$V_0 = \frac{nRT_0}{p_0} = \frac{1 \cdot 8.31 \cdot 300}{3 \cdot 10^5} = 8.31 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

stato finale

$$p_e V_1 = nRT_1 \qquad V_1 = \frac{nRT_1}{p_e}$$

$$\Delta U = -\mathcal{L} = \mathcal{L}_{ext}$$

$$n c_v (T_1 - T_0) = p_e (V_0 - V_1) = p_e \frac{nRT_0}{p_0} - \cancel{p_e} \frac{nRT_1}{\cancel{p_e}}$$

$$\cancel{n} c_v T_1 - \cancel{n} c_v T_0 = p_e \frac{\cancel{n}RT_0}{p_0} - \cancel{n} R T_1 \qquad c_v = \frac{5}{2} R$$

$$\frac{5}{2} \cancel{R} T_1 - \frac{5}{2} \cancel{R} T_0 = \frac{p_e}{p_0} \cancel{R} T_0 - \cancel{R} T_1$$

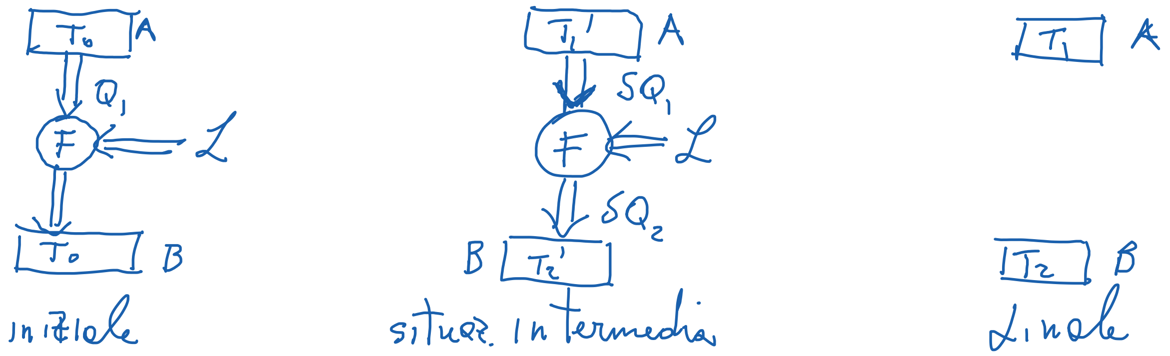
$$\frac{7}{2} T_1 = \frac{5}{2} T_0 + \frac{p_e}{p_0} T_0$$

$$T_1 = \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7} \frac{p_e}{p_0} \right) T_0 = \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7} \frac{1}{3} \right) \cdot 300 = 242\ K$$

$$\Delta S = n c_v \ln \frac{T_1}{T_0} + nR \ln \frac{V_1}{V_0} = +2.88\ J/K$$

3) $$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} \leq 0$$

$$\frac{\delta Q_1}{T_1'} + \frac{\delta Q_2}{T_2'} \leq 0 \qquad \text{dis. Clausius}$$



$$\delta Q_1 = -C\, dT_1'$$
$$\delta Q_2 = -C\, dT_2'$$

calore ceduto da A tra T_1' e $T_1' + dT_1'$

$$C\left(T_1' + dT_1' - T_1'\right) = C\, dT_1'$$

$$-\frac{C\, dT_1'}{T_1'} - C\frac{dT_2'}{T_2'} \leq 0$$

$$C\int_{T_0}^{T_1} \frac{dT_1'}{T_1'} + C\int_{T_0}^{T_2} \frac{dT_2'}{T_2'} \geq 0 \Rightarrow C \ln \frac{T_1 T_2}{T_0^2} \geq 0 \Rightarrow T_2 \geq \frac{T_0^2}{T_1}$$

$$\mathcal{L} = Q_1 + Q_2 = -C(T_1 - T_0) - C(T_2 - T_0) =$$
$$= CT_1 - 2CT_0 + CT_2$$

$$\mathcal{L}_{MIN} = C\left(T_1 - 2T_0 + \frac{T_0^2}{T_1}\right) = \frac{C}{T_1}(T_1 - T_0)^2$$

$$\varepsilon = \frac{|Q_1|}{\mathcal{L}_{MIN}} = \frac{C\,|T_1 - T_0|}{\frac{C}{T_1}(T_1 - T_0)^2} = \frac{T_1}{|T_1 - T_0|}$$