Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2016/17
Corso di Fluidi e Termodinamica
Esame del 2/3/2018

1) Un cilindro di altezza 10 cm galleggia in equilibrio in un recipiente aperto contenente mercurio (densità ρ_{Hg} = 13.6 g/cm^3). La parte immersa del cilindro ha altezza 5 cm. A partire da questa situazione, nel recipiente è aggiunta acqua (densità ρ_a = 1000 kg/m3) in quantità tale da coprire l'intero cilindro. Calcolare la nuova altezza della parte immersa nel mercurio, sapendo che i due liquidi sono immiscibili.

2) Un gas perfetto monoatomico alla temperatura T_0 è contenuto in un contenitore adiabatico dotato di un pistone scorrevole anch'esso adiabatico. Nella situazione iniziale di equilibrio n moli di gas occupano un volume V_0 e la pressione esterna è p_0. Successivamente, viene inserito nel recipiente un oggetto di massa m alla temperatura $T_1 > T_0$. Il gas si espande spingendo il pistone verso l'alto e raggiunge una nuova situazione di equilibrio in cui la temperatura è T_2.
Calcolare:
- il calore specifico dell'oggetto di massa m.
- la variazione di entropia del gas, dell'oggetto e del sistema.

SOLUZIONI

Esercizio 1

Inizialmente il cilindro è in equilibrio perché la forza peso è bilanciata dalla spinta di Archimede. Indicando con S la sezione del cilindro, h = 10 cm e z= 5 cm la parte immersa, si ricava la densità dell'oggetto ρ_c

$$\rho_c Shg = \rho_{Hg} Szg$$

$$\rho_c = \rho_{Hg} \frac{z}{h} = 6.8 \text{ g/cm}^3$$

Nella situazione finale, oltre alla spinta del mercurio, occorre considerare anche la spinta dell'acqua. Indichiamo con z_2 l'altezza della parte immersa nel mercurio

$$\rho_c Shg = \rho_{Hg} Sz_2 g + \rho_a S\left(h - z_2\right) g$$

$$z_2 = h \frac{\rho_c - \rho_a}{\rho_{Hg} - \rho_a} = 4.6 \text{ cm}$$

Esercizio 2

La trasformazione è isobara irreversibile.
Nello stato iniziale $p_0 V_0 = nR T_0$
All'equilibrio finale $p_0 V_2 = nR T_2$
Poiché il gas si espande $T_2 > T_0$
Inoltre $T_1 > T_2 > T_0$

$$\Delta U = Q - L$$

$$L = p_0 \Delta V = p_0 \left(V_2 - V_0\right) = nR\left(T_2 - T_0\right)$$

$$\Delta U = nc_v \left(T_2 - T_0\right) = \frac{3}{2} nR\left(T_2 - T_0\right)$$

$$Q = -Q_m = -mc_c \left(T_2 - T_1\right)$$

$$\frac{3}{2} nR\left(T_2 - T_0\right) = -mc_c \left(T_2 - T_1\right) - p_0 \Delta V = -mc_c \left(T_2 - T_1\right) - nR\left(T_2 - T_0\right)$$

$$c_c = \frac{5nR\left(T_2 - T_0\right)}{2m\left(T_1 - T_2\right)}$$

$$\Delta S_g = nc_v \ln\left(\frac{T_2}{T_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right) = \frac{3}{2}nR\ln\left(\frac{T_2}{T_0}\right) + nR\ln\left(\frac{T_2}{T_0}\right) = \frac{5}{2}nR\ln\left(\frac{T_2}{T_0}\right) > 0$$

$$\Delta S_m = mc_c \ln\frac{T_2}{T_1} < 0$$

$$\Delta S = \Delta S_m + \Delta S_g = \frac{5}{2}nR\ln\frac{T_2}{T_0} + mc_c \ln\frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = \frac{5}{2}nR\ln\frac{T_2}{T_0} + \frac{5nR\left(T_2 - T_0\right)}{2\left(T_1 - T_2\right)}\ln\frac{T_2}{T_1}$$