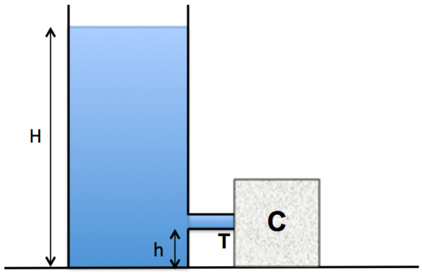
Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2016/17
Corso di Fluidi e Termodinamica
Esame del 7/7/2017

1) Nel serbatoio rappresentato in figura il livello dell'acqua è mantenuto costante a H=10 m. Il getto che esce dal tubo cilindrico T (di sezione S e posto a quota h = 1 m) colpisce perpendicolarmente una faccia di un cubo C di massa M=15 kg, appoggiato su una superficie orizzontale scabra con coefficiente di attrito statico μ=0.6. Supponendo che il getto non rimbalzi indietro, qual è il valore minimo di S perché il cubo sia spostato dal getto di acqua?



2) Un recipiente cilindrico di sezione S=25 cm^2 contiene una massa compatta di ghiaccio a 0 °C. Dopo un certo tempo si osserva che tutto il ghiaccio si è trasformato in acqua a 10 °C. Il livello dell'acqua nel recipiente è sceso di h=2 cm rispetto al livello iniziale del ghiaccio. Calcolare la quantità di calore assorbita nella trasformazione e la variazione di entropia del sistema.
[Densità del ghiaccio ρ_g = 0.916 g/cm^3, densità dell'acqua ρ_a=1000 kg/m^3, calore latente di fusione del ghiaccio è λ_f= 333 kJ/kg, calore specifico dell'acqua c=4186 J/kg)

3) In un recipiente cilindrico chiuso superiormente da un pistone scorrevole è contenuto un gas perfetto monoatomico la cui temperatura è in equilibrio con quella dell'ambiente esterno T. Spostando il pistone si vuole ridurre il volume del gas ad 1/8 di quello iniziale.
Se si comprime lentamente il gas mantenendo la temperatura costante, esso cede all'ambiente una quantità di calore Q_1.
Se invece si comprime lentamente e in modo adiabatico il gas, lasciandolo successivamente raffreddare fino a tornare alla temperatura ambiente T, esso cede una quantità di calore Q_2.
Calcolare il rapporto Q_2/Q_1.

SOLUZIONI

Esercizio 1

Affinché il cubo C sia messo in movimento, la forza F esercitata dal getto deve essere maggiore della reazione di attrito al momento del distacco, cioè deve soddisfare la relazione

$$F \geq \mu Mg$$

Calcoliamo F. Detta dm la massa infinitesima di acqua che esce da T con velocità v nel tempo dt, per definizione di portata abbiamo

$$dm = S\rho v\, dt$$

dove ρ è la densità dell'acqua e S la sezione del tubo T.
Per il teorema di Torricelli

$$v = \sqrt{2g(H-h)}$$

La quantità di moto vdm del getto d'acqua è completamente trasferita al corpo C, dato che l'acqua non rimbalza sulla faccia del cubo.
Tale quantità di moto è uguale all'impulso trasmesso a C nel tempo dt

$$Fdt = vdm = S\rho v^2\, dt \Rightarrow F = S\rho v^2$$

Sostituendo nella disuguaglianza iniziale

$$F \geq \mu Mg$$
$$S\rho v^2 \geq \mu Mg$$
$$S \geq \frac{\mu Mg}{\rho v^2} = \frac{\mu M}{2\rho(H-h)} = \frac{0.6 \times 15}{2 \times 10^3 \times 9} = 5\ \text{cm}^2$$

Esercizio 2
Il calore assorbito dal sistema per sciogliere il ghiaccio e quindi portare l'acqua a 10° C è

$$Q = m\lambda + mc\left(T_f - T_i\right)$$

La massa m del ghiaccio che è uguale alla massa di acqua, è incognita.
La massa è legata ai volumi di acqua e ghiaccio (che sono diversi) dalla relazione

$$m = V_g\rho_g = V_a\rho_a$$

Sappiamo che il livello dell'acqua nel cilindro diminuisce di h rispetto al livello del ghiaccio, cioè

$$V_a = V_g - Sh$$

che sostituita nell'equazione precedente dà

$$V_g \rho_g = \left(V_g - Sh\right)\rho_a$$

$$V_g = \frac{Sh}{\rho_a - \rho_g}\rho_a = \frac{25\times10^{-4}\times0.02}{1000-916}1000 = 595\ \mathrm{cm}^3$$

Quindi la massa è

$$m = V_g \rho_g = 916\times595\times10^{-6} = 0.545\ \mathrm{kg}$$

$$Q = m\lambda + mc\left(T_f - T_i\right) = 0.545\times333\times10^3 + 0.545\times4186\times10 = 204298\ \mathrm{J}$$

Calcoliamo la variazione di entropia, dove abbiamo tenuto conto della variazione di volume nel passaggio di stato che avviene a pressione atmosferica.

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T_0} + \int_{T_0}^{T_1} \frac{mc\,dT}{T} + \frac{p_0 \Delta V}{T_0}$$

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T_0} + mc\ln\frac{T_1}{T_0} - \frac{p_0 Sh}{T_0} = \frac{0.545\times333\times10^3}{273} + 0.545\times4186\times\ln\frac{283}{273} - \frac{10^5\times25\times10^{-4}\times0.02}{273}$$

$$\Delta S = 664.78 + 82.07 - 0.018 = 746.83\ \mathrm{J/K}$$

Si vede che il termine dovuto alla variazione di volume è trascurabile.

Esercizio 3

Q_1 è il calore ceduto in un' isoterma reversibile a temperatura T.
Dal primo principio

$$Q_1 = L_1 = \int_{V_0}^{V_0/8} p\,dV = nRT\int_{V_0}^{V_0/8}\frac{dV}{V} = nRT\ln\frac{1}{8}$$

Nel caso di una compressione adiabatica reversibile, la temperatura del gas varia secondo la legge

$$T\,V_0^{\gamma-1} = T_f\,V_f^{\gamma-1} = T_f\left(\frac{V_0}{8}\right)^{5/3-1}$$

$$T_f = T8^{2/3} = 4T$$

Nella compressione adiabatica non c'e' scambio di calore.
Al termine della compressione il gas torna impiegando un certo tempo, in equilibrio con l'ambiente circostante, quindi a temperatura T. Tale trasformazione avviene a volume costante.

Il calore Q_2 che cede è

$$Q_2 = nc_v\left(T - T_f\right) = -3nc_vT$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{-3nc_vT}{-nRT\ln 8} = \frac{3\times\frac{3}{2}R}{R\ln 8} = \frac{9}{2\ln 8} = 2.16$$