

Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2016/17
Corso di Fluidi e Termodinamica
Prova in itinere del 26/4/2017

- 1) Determinare la potenza di una pompa che solleva acqua da una profondità di 3.5 m con una portata di 200 l/min e la immette in un tubo di diametro 5 cm.
- 2) Un cilindro di densità ρ_c e area di base $S=40 \text{ cm}^2$ galleggia immerso per il 20% della sua altezza $h=5 \text{ cm}$ in un recipiente contenente acqua. Calcolare la densità ρ_c e il lavoro che occorre compiere per immergere completamente il cilindro.
- 3) Approssimando l'aorta di un adulto a riposo come un cilindro lungo $L = 30 \text{ cm}$ di raggio $R = 9 \text{ mm}$, si calcoli la caduta di pressione nel sangue quando attraversa l'aorta. Si assuma la viscosità del sangue $\eta = 0.0475 \text{ Poise}$ e la portata $Q=83 \text{ cm}^3/\text{s}$.
- 4) In un tubo di raggio $R=2.5 \text{ cm}$ scorre dell'acqua con velocità 5 m/s. In un punto il tubo fa un gomito a 90° . Determinare direzione e modulo della forza esercitata dal fluido sul gomito.

SOLUZIONI

3)

$$\Delta p = \frac{8\eta L Q}{\pi R^4} = \frac{8 \times 4.75 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} \times 0.3 \text{ m} \times 83 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \times (9 \cdot 10^{-3} \text{ m})^4} = 45.9 \text{ Pa} \approx 0.3 \text{ Torr};$$

2) $Q = 200 \text{ l/min} = 3.33 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

$d = 0.05 \text{ m}$

$h = 3.5 \text{ m}$

Applichiamo il teorema di Bernoulli considerando il punto di ingresso dell'acqua nel tubo e un punto alla profondità a cui pesca la pompa, in cui la velocità è nulla e la pressione è p_p

$$p_p = 1/2 \rho v^2 + \rho g h + p$$

Il lavoro fatto dalla pompa serve a sollevare l'acqua e a conferirle energia cinetica. La potenza della pompa è

$$P = Q(p_p - p) = 1/2 Q \rho v^2 + \rho g h Q$$

$$v = \frac{Q}{S} = Q \pi^{-1} \left(\frac{d}{2}\right)^{-2}$$

$$P = 1/2 Q^3 \rho \pi^{-2} \left(\frac{d}{2}\right)^{-4} + \rho g h Q = 119 \text{ W}$$

4) La forza esercitata dal flusso di acqua sul gomito si ricava dal teorema dell'impulso

$$\vec{F} \Delta t = \Delta m (\vec{v}_{OUT} - \vec{v}_{IN})$$

La velocità dell'acqua è la stessa in modulo sia all'entrata che all'uscita del gomito, ma la sua direzione cambia di 90° . Indichiamo con v il modulo della velocità.

Δm è la massa d'acqua del volumetto che si sposta con velocità v in Δt

$$\Delta m = \rho S v \Delta t$$

Che sostituito nella prima equazione dà

$$\vec{F} = \rho S v (\vec{v}_{OUT} - \vec{v}_{IN})$$

La differenza fra parentesi è fra due vettori della velocità uguali in modulo e perpendicolari. Pertanto la loro risultante è un vettore di modulo $\sqrt{2}v$ e inclinato di 45° . La forza che il flusso d'acqua esercita sul gomito è inclinata di 45° rispetto al gomito e modulo

$$F = \sqrt{2} \rho S v^2 = \sqrt{2} \rho \pi R^2 v^2 = \sqrt{2} 10^3 \pi (2.5 \cdot 10^{-2})^2 5^2 = 69.4 \text{ N}$$

2) La densità del cilindro si ottiene uguagliando la forza peso alla spinta di Archimede

$$\rho_c S h g = \rho_{H_2O} S 0.2 h g$$

$$\rho_c = 0.2 \rho_{H_2O} = 0.2 \text{ g/cm}^3$$

Per immergere il cilindro occorre applicare in ogni istante una forza uguale e opposta alla spinta di Archimede, che aumenta via via che il cilindro si immerge. Tale forza esterna F si va a sommare alla forza peso e alla spinta di Archimede, in modo che la risultante sia nulla

$$F + mg - \rho_{H_2O} S g x = F + \rho_c S h g - \rho_{H_2O} S g x = 0$$

dove x è la altezza della parte immersa del cilindro e varia nel tempo. Quindi la forza esterna è

$$F = -\rho_c S h g + \rho_{H_2O} S g x$$

Il lavoro della forza esterna è

$$L = \int_{0.2h}^h F dx = -\rho_c S h g \int_{0.2h}^h dx + \rho_{H_2O} S g \int_{0.2h}^h x dx$$

$$L = -\rho_c S g h^2 \left(1 - \frac{2}{10}\right) + \rho_{H_2O} S g h^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{200}\right) = 0.031 \text{ J}$$