Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2015/16
Corso di Fluidi e Termodinamica
Esame del 8/2/2017

1) Un disco D_1 di sezione $S = 50\ cm^2$ è appeso al soffitto; un secondo disco D_2 della stessa sezione e di massa $M=20$ g è posto quasi a contatto con il disco D_1, in modo da lasciare una piccola intercapedine tra i due. Si osserva che soffiando aria (densità $\rho = 1.3\ mg/cm^3$) nell'intercapedine, il disco D_2 aderisce al disco D_1, mentre appena si smette di soffiare il disco D_2 cade. Calcolare con quale velocità minima deve fluire l'aria nell'intercapedine fra i due dischi, perché il secondo non cada.

2) Un gas perfetto monoatomico viene riscaldato a volume costante da uno stato iniziale di equilibrio fino alla temperatura $T_1 = 233$ °C. In seguito a tale trasformazione l'entropia del gas aumenta di 3 J/K. Successivamente il gas torna alla pressione iniziale tramite una trasformazione isoterma reversibile. Calcolare il lavoro compiuto dal gas e la variazione di entropia nella seconda trasformazione.

SOLUZIONI

Esercizio 1

La corrente d'aria nell'intercapedine abbia velocità v. La pressione p di questo getto è minore di quella atmosferica, e poiché sotto il disco D_2 la pressione è quella atmosferica p_0, nasce una forza risultante diretta dal basso verso l'alto pari a

$F=(p_0 - p)\,S$
Si determina p applicando il teorema di Bernoulli, considerando l'aria ferma al di fuori dell'intercapedine

$1/2\ \rho\ v^2 + p = p_0$
da cui $p_0 - p = 1/2\ \rho\ v^2$
$F=(p_0 - p)\,S = 1/2\ \rho\ v^2\,S$

Perché il disco D_2 non cada deve essere $F >= Mg$
Quindi il valore minimo di v è
$1/2\ \rho\ v^2\,S = Mg$
v = sqrt(2 Mg/ ρ S) = 7.77 m/s

2) Lo stato iniziale sia p_0, T_0, V_0.
Dopo la trasformazione a volume costante abbiamo lo stato 1) caratterizzato da p_1, T_1=500 K, V_0
Al termine della trasformazione isoterma, il gas si trova nello stato 2) p_0, T_1, V_2
Scriviamo la formula generale dell'entropia di una trasformazione di un gas perfetto

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{nc_V}{T} dT + \int \frac{p}{T} dV = nc_V log\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nRlog\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Nella trasformazione 0->1

$$\Delta S_{0\to1} = nc_V log\left(\frac{T_f}{T_0}\right)$$
$$T_0 = T_1 \mathrm{e}^{-\left(\frac{\Delta S_{0\to1}}{nc_V}\right)}$$

Il lavoro da 0->1 è nullo (trasformazione isocora)

$$L_{1\to2} = nRT_1 log\left(\frac{V_2}{V_0}\right)$$

Utilizzando l'equazione dei gas perfetti nei 3 stai 0, 1,2 abbiamo rispettivamente

$$p_0V_0 = nRT_0$$
$$p_1V_0 = nRT_1$$

$$p_0 V_2 = nRT_1$$

Dividendo la terza equazione per la prima otteniamo

$$\frac{V_2}{V_0} = \frac{T_1}{T_0} = \mathrm{e}^{\left(\frac{\Delta S_{0\to1}}{nc_V}\right)}$$

da cui

$$L_{1\to2} = nRT_1 log\left(\frac{V_2}{V_0}\right) = nRT_1 log\left(\frac{T_1}{T_0}\right) = nRT_1 \frac{\Delta S_{0\to1}}{nc_V} = RT_1 \frac{\Delta S_{0\to1}}{c_V} = R\ 506\ \frac{3}{\frac{3}{2}R} = 1012\ J$$

$$\Delta S_{1\to2} = nRlog\left(\frac{V_2}{V_0}\right) = nR\frac{\Delta S_{0\to1}}{nc_V} = R\frac{3}{\frac{3}{2}R} = 2\ J/K$$