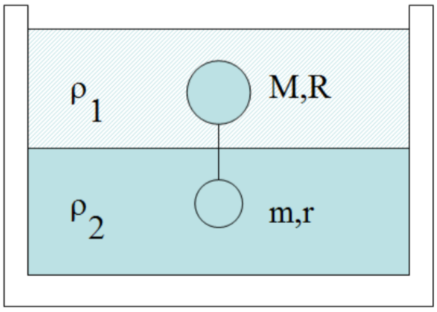
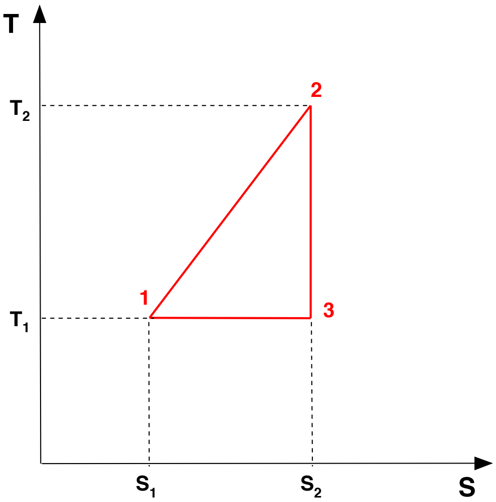
Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2015/16
Corso di Fluidi e Termodinamica
Esame del 18/11/2016

1) Un corpo rigido è composto da due sfere omogenee, la più piccola di raggio r e massa m, la più grande di raggio R e massa M, unite da una sbarretta radiale di sezione e massa trascurabili. Questo corpo è immerso in un recipiente contenente due fluidi omogenei pesanti sovrapposti, in modo che la sbarretta sia verticale e che ogni sfera sia a contatto con uno solo dei due fluidi (vedi figura), ed è abbandonato inizialmente inquiete. Si osserva che se nel fluido sottostante c'è la sfera più piccola il corpo è in equilibrio; se invece c'è quella più grande, il corpo comincia a traslare con un'accelerazione verticale ascendente di modulo a. Determinare le densità dei due fluidi, sapendo che r=7 cm, m=2.3 kg, R=11 cm, M=3.8 kg ed $a=0.6\ m/s^2$.



2) La figura rappresenta nel piano T-S il ciclo termodinamico di una mole di gas perfetto monoatomico. Sia i valori di entropia S_1 e S_2 che le temperature T_1 e T_2 sono note.
Il ciclo è percorso partendo dallo stato 1 in verso orario. Calcolare:
a) il lavoro fatto nel ciclo;
b) il rendimento del ciclo;
c) il rapporto V_1/V_3 in funzione dei dati noti.



SOLUZIONI

Esercizio 1

Il corpo rigido é soggetto al suo peso totale $(m+M)g$ e alle spinte d'Archimede che i fluidi esercitano sulle due sfere. Nelle due configurazioni si ha

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_2 g + \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_1 g - (m+M)g = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_2 g + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 g - (m+M)g = (m+M)a$$

da cui

$$r^3 \rho_2 + R^3 \rho_1 = \frac{3}{4\pi}(m+M)$$

e

$$R^3 \rho_2 + r^3 \rho_1 = \frac{3}{4\pi}(m+M)\left(1+\frac{a}{g}\right)$$

da cui si ricava

$$\rho_2 = \frac{3(m+M)}{4\pi(R^6-r^6)}\left[(1+a/g)R^3 - r^3\right] = 0.94 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_1 = \frac{3(m+M)}{4\pi(R^6-r^6)}\left[R^3 - (1+a/g)r^3\right] = 0.85 \text{ g/cm}^3$$

2) L'area del triangolo rappresenta il calore Q totale del ciclo

$Q = ½ (T_2-T_1) (S_2-S_1)$

Dato che si tratta di un ciclo il lavoro totale $L = Q$

Per calcolare il rendimento occorre conoscere il calore assorbito. Dato che la trasformazione 23 è isoentropica $Q_{23} = 0$.

$Q_{31}<0$ perché la trasformazione evolve da uno stato a maggiore entropia (3) verso uno a minore entropia (1)

$Q_{31} = T_1 (S_1-S_2)$

Q_{12} è l'area sottesa alla trasformazione 12

$Q_{12} = ½ (T_2+T_1) (S_2-S_1)$

Quindi il rendimento è $r = L/Q_{12} = (T_2-T_1) (T_2+T_1)$

Per calcolare il rapporto V_3/V_1 consideriamo la trasformazione isoterma 31 e calcoliamo l'entropia

$$S_1 - S_2 = \int_3^1 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_{31}}{T_1} = \frac{1}{T_1}\int_3^1 pdV = \frac{1}{T_1}\int_3^1 \frac{nRT_1 dV}{V} = nRlog\left(\frac{V_1}{V_3}\right)$$

$$\frac{V_1}{V_3} = e^{\frac{S_1 - S_2}{nR}}$$