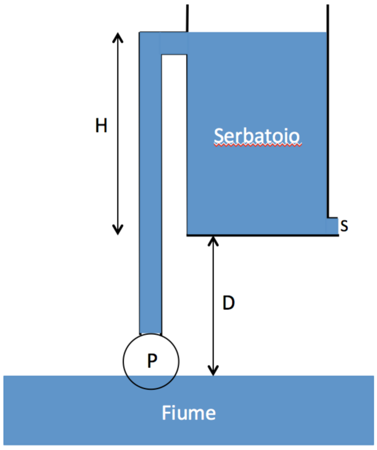
Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2015/16
Corso di Fluidi e Termodinamica
Esame del 7/9/2016

1) Il serbatoio in figura, il cui fondo si trova a quota D=2 m sul livello del fiume, ha nella parte inferiore un foro di sezione S = 4 cm^2. La pompa P aspira l'acqua dal fiume e la riversa nel serbatoio attraverso un'imboccatura posta ad altezza H=1 m dal fondo. Quale potenza deve avere la pompa di aspirazione per mantenere costante il livello H di acqua nel serbatoio?



2) Una mole di gas perfetto monoatomico compie una trasformazione reversibile durante la quale riceve calore secondo la legge $dQ = 2R\,dT$ dove R è la costante dei gas perfetti.
Scrivere l'equazione della trasformazione che lega volume e temperatura del gas, e quindi da questa ricavare la trasformazione in funzione di pressione e temperatura.
Sapendo che il gas inizialmente si trova alla pressione di 1 atm e alla temperatura di 20 °C, calcolare la pressione del gas quando avrà raggiunto la temperatura di 300°C.

3) Una macchina termica funziona con una sorgente di calore a 95°C e ha per refrigerante un blocco di ghiaccio a 0°C. La macchina sviluppa una potenza meccanica di 50 W e ha un rendimento pari al 55% del rendimento di una macchina di Carnot che operi fra le stesse temperature. Sapendo che inizialmente il blocco di ghiaccio pesava 15 kg, calcolare dopo quanto tempo si è fuso completamente.
(Il calore latente di fusione del ghiaccio è λ = 333 kJ/kg)

SOLUZIONI

Esercizio 1

Applicando il teorema di Torricelli, l'acqua esce dal serbatoio con velocità

$$v = \sqrt{2gH}$$

Quindi la portata del flusso di acqua in uscita è Q = vS

Per avere livello costante nel serbatoio, la portata nel tubo di ingresso deve essere uguale a Q.

La potenza della pompa è data da P = L/V Q
dove L/V è il lavoro per unità di volume per spostare l'acqua dal fiume all'imboccatura del serbatoio.

L/V = ρ g (H+D)

Quindi

$$P = \frac{L}{V} Q = \rho g(H + D)\, S\sqrt{2gH} = 10^3\ 9.8\ (1 + 2)\ 4\ 10^{-4}\sqrt{2\ 9.8\ 1} =\ 52\ W$$

Esercizio 2

Scriviamo il primo principio della termodinamica per una trasformazione reversibile usando l'espressione data per il calore scambiato

$$\boldsymbol{\partial Q = dU + \partial L}$$

$$\boldsymbol{2RdT = nc_V dT + pdV}$$

Utilizzando l'equazione dei gas perfetti pV = nRT, possiamo riscrivere la suddetta equazione nella forma

$$\boldsymbol{2RdT = nc_V dT + \frac{nRT}{V} dV}$$

Separiamo le variabili e integriamo

$$\boldsymbol{\frac{(2R - nc_V)}{nR} \int \frac{dT}{T} = \int \frac{dV}{V}}$$

ottenendo

$$\frac{(2R - nc_V)}{nR} ln\frac{T}{T_0} = ln\frac{V}{V_0}$$

Dato che n=1 e c_V = 3/2 R per un gas monoatomico

$$\left(2 - \frac{3}{2}\right) ln\frac{T}{T_0} = ln\frac{V}{V_0}$$

$$\frac{1}{2} ln\frac{T}{T_0} = ln\frac{V}{V_0}$$

$$\frac{V}{V_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

che è l'equazione della trasformazione cercata.
Per rispondere alla seconda parte del problema, conviene riscrivere la precedente equazione in termini di p e T, usando l'equazione dei gas perfetti

$$\frac{nRT}{p}\frac{p_0}{nRT_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

$$\frac{T}{T_0}\frac{p_0}{p} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

$$p = p_0\sqrt{\frac{T}{T_0}} = \sqrt{\frac{300 + 273}{20 + 273}} = 1.39\ atm$$

Esercizio 3

Sia Q_1 il calore assorbito dalla sorgente a temperatura T_1= 95+273 = 368 K, e Q_2 il calore ceduto al blocco di ghiaccio a temperatura T_2= 273 K
Il rendimento della macchina è il 55% del rendimento di una macchina di Carnot

$$\eta = 0.55\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = 0.142$$

Inoltre per definizione di rendimento

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{L}{Q_1} = \frac{P\ \Delta t}{Q_1}$$

dove P=50 W è la potenza meccanica della macchina. Dalla precedente equazione si ottiene il calore assorbito per unità di tempo

$$\frac{Q_1}{\Delta t} = \frac{P}{\eta}$$

Il calore ceduto per unità di tempo è

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = P - \frac{Q_1}{\Delta t} = P\left(1 - \frac{1}{\eta}\right) = 50\left(1 - \frac{1}{0.142}\right) = 302.1\ W$$

Per sciogliere tutto il blocco di ghiaccio occorre fornire calore pari a $M\lambda$.
Tale calore è uguale a Q_2 ceduto dalla macchina alla sorgente fredda.
Da ciò si ricava

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = \frac{M\lambda}{\Delta t} = 302.1\ W$$

$$\Delta t = \frac{M\lambda}{302.1} = \frac{15\ 333\ 10^3}{302.1} = 16534.3\ s = 4h\ 35'$$