

Università degli Studi di Siena  
Corso di Laurea FTA - A.A. 2015/16  
Corso di Fluidi e Termodinamica  
Esame del 13/7/2016

- 1) Un sistema di irrigazione pompa  $0.25 \text{ m}^3/\text{min}$  di acqua da un canale, attraverso un tubo di raggio  $3 \text{ cm}$ , fino ad un terreno posto ad un'altezza  $h=8 \text{ m}$  rispetto al canale. L'acqua fuoriesce da un rubinetto aperto di raggio  $1 \text{ cm}$ . Calcolare la pressione di immissione dell'acqua nell'impianto di irrigazione, e la potenza sviluppata dalla pompa.
  
- 2) Una mole di gas perfetto monoatomico occupa inizialmente un volume  $V_0$  alla temperatura  $T_0=300 \text{ K}$ . Il gas si espande fino a raddoppiare il suo volume seguendo una trasformazione reversibile di equazione  $p(V) = a \exp(-V/V_0)$ , con  $a$  costante. Si calcoli
  - a) la temperatura finale del gas;
  - b) il calore scambiato nella trasformazione.Esprimere i risultati in funzione di  $T_0$ , eliminando la dipendenza da  $a$  e  $V_0$ ; in tal modo è possibile calcolarne il valore numerico.
  
- 3) Una macchina termica scambia calore con tre sorgenti a temperatura  $T_1=200 \text{ K}$ ,  $T_2=300 \text{ K}$  e  $T_3=600 \text{ K}$ . In un numero intero di cicli, la macchina compie un lavoro  $L=1800 \text{ J}$  assorbendo una quantità di calore  $Q_3=3000 \text{ J}$  dalla sorgente a temperatura  $T_3$  e cedendo  $|Q_2|=400 \text{ J}$  alla sorgente  $T_2$ . Determinare:
  - il calore  $Q_1$  scambiato con la sorgente a temperatura  $T_1$ , specificando se è assorbito o ceduto;
  - se la macchina è reversibile o irreversibile;
  - il rendimento della macchina.

## SOLUZIONI

### ESERCIZIO 1

Applichiamo il teorema di Bernoulli

$$\frac{1}{2}\rho v_i^2 + p_i = \frac{1}{2}\rho v_u^2 + p_u + \rho gh$$

dove l'indice i indica la pressione e velocità all'ingresso dell'impianto (autoclave), e u all'uscita (rubinetto).

$p_u$  = pressione atmosferica dato che il rubinetto è aperto =  $10^5$  Pa

Q = portata dell'impianto =  $0.25 \text{ m}^3/\text{min} = 0.25/60 \text{ m}^3/\text{s} = 0.004166 \text{ m}^3/\text{s}$

Dall'equazione di continuità

$$Q = S_i v_i = S_f v_f$$

$$v_i = Q/S_i = 0.004166 / [3.14 (0.03)^2] = 1.474 \text{ m/s}$$

$$v_u = Q/S_f = 0.004166 / [3.14 (0.01)^2] = 13.266 \text{ m/s}$$

Sostituendo nell'equazione di Bernoulli ( $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ )

$$p_i = \frac{1}{2}\rho v_u^2 - \frac{1}{2}\rho v_i^2 + p_u + \rho gh = 265307 \text{ Pa}$$

La potenza sviluppata dalla pompa è  $P = L/t = L/V \cdot V/t = L/V \cdot Q$

dove  $L/V = \frac{1}{2}\rho v_u^2 - \frac{1}{2}\rho v_i^2 = p_i - p_u - \rho gh$

$$P = Q(p_i - p_u - \rho gh) = 362 \text{ W}$$

2) Usiamo l'equazione  $p(V)$  per ricavare la pressione nello stato iniziale

$$p_0 = a e^{-\frac{V_0}{V_0}} = \frac{a}{e}$$

e nello stato finale (volume  $2V_0$ )

$$p_f = a e^{-\frac{2V_0}{V_0}} = \frac{a}{e^2} = \frac{p_0}{e}$$

Utilizziamo l'equazione dei gas perfetti nei due stati

$$p_0 V_0 = nRT_0$$

$$p_f 2V_0 = nRT_f$$

ottenendo

$$p_0 = \frac{nRT_0}{V_0}$$

$$T_f = \frac{p_f 2V_0}{nR} = \frac{2V_0 p_0}{enR} = \frac{2}{e} T_0 = 220.7 \text{ K}$$

Calcoliamo ora il lavoro utilizzando il primo principio della termodinamica

$$Q = \Delta U + L$$

$$L = \int_{V_0}^{2V_0} p dV = \int_{V_0}^{2V_0} a e^{-\frac{V}{V_0}} dV = -aV_0(e^{-2} - e^{-1}) = V_0 \left( \frac{a}{e} - \frac{a}{e^2} \right) = p_0 V_0 \left( 1 - \frac{1}{e} \right) = nRT_0 \left( 1 - \frac{1}{e} \right)$$

$$\Delta U = n c_V (T_f - T_0) = n c_V T_0 \left( \frac{2}{e} - 1 \right) = \frac{3}{2} nRT_0 \left( \frac{2}{e} - 1 \right)$$

$$Q = \Delta U + L = \frac{3}{2} nRT_0 \left( \frac{2}{e} - 1 \right) + nRT_0 \left( 1 - \frac{1}{e} \right) = nRT_0 \left( \frac{2}{e} - \frac{1}{2} \right) = 588 \text{ J}$$

$$3) \quad L = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = L - Q_2 - Q_3 = 1800 - (-400) - 3000 = -800 \text{ J}$$

dove  $Q_2$  è preso con il segno  $-$  perché è calore ceduto dalla macchina.  
 $Q_1 < 0$  quindi è anch'esso calore ceduto.

Il rendimento è dato dal rapporto fra il lavoro compiuto e il calore assorbito  $Q_3$   
 $\text{Rend} = L/Q_3 = 1800/3000 = 0.6$

Per capire se la macchina è reversibile o irreversibile calcoliamo la quantità

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3}$$

che in base al teorema di Clausius sappiamo deve essere  $< 0$  per una macchina irreversibile e  $= 0$  per una reversibile.

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = \frac{-800}{200} + \frac{-400}{300} + \frac{3000}{600} = -4 - \frac{4}{3} + 5 = -\frac{1}{3} < 0$$

quindi la macchina è irreversibile.