

Università degli Studi di Siena  
Corso di Laurea FTA - A.A. 2014/15  
Fluidi e Termodinamica  
Esame del 2/3/2016

1) Un oggetto di alluminio (densità  $2.7 \text{ g/cm}^3$ ) di volume  $V$  contenente una cavità vuota galleggia quando è immerso in acqua, emergendo per  $1/5$  del suo volume. Quando è immerso in alcool emerge invece per  $1/7$  del suo volume. Calcolare la percentuale di alluminio di cui è composto l'oggetto e la densità dell'alcool.

2) Tre corpi di capacità termica  $C = 10 \text{ J/k}$  si trovano a temperature iniziali  $T_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 2T_1$  e  $T_3 = 3 T_1$ . Determinare la temperatura finale del sistema se i corpi sono posti in contatto termico e il sistema è isolato. Calcolare inoltre la variazione di entropia del sistema.

3) Un recipiente cilindrico rigido contiene 3 moli di gas perfetto. La base superiore del cilindro è un pistone scorrevole di massa trascurabile. La base inferiore è posta in contatto termico con una massa di ghiaccio  $M=1 \text{ g}$  alla temperatura di  $0^\circ\text{C}$ . L'esterno del recipiente si trova a pressione atmosferica.

a) Calcolare il volume iniziale del gas.

b) Il pistone viene compresso in modo reversibile fino a che tutto il ghiaccio si è sciolto. Determinare il volume finale del gas. (calore latente di fusione del ghiaccio  $\lambda=333 \text{ kJ/kg}$ )

## SOLUZIONI

### ESERCIZIO 1

L'oggetto in entrambi i casi (acqua e alcool) galleggia, quindi la forza peso è equilibrata dalla spinta di Archimede. Per la forza peso consideriamo solo il volume di Al in quanto la cavità vuota ha peso trascurabile.

$$\rho_{acqua} \left(1 - \frac{1}{5}\right) Vg - \rho_{Al} V_{Al} g = 0$$
$$\rho_{alcool} \left(1 - \frac{1}{7}\right) Vg - \rho_{Al} V_{Al} g = 0$$

Dalla prima equazione si ricava la % di volume di Al

$$\frac{V_{Al}}{V} = \frac{\rho_{acqua}}{\rho_{Al}} \frac{4}{5} = 0.296$$

Sostituendo nella seconda equazione, si ricava la densità dell'alcool

$$\rho_{alcool} = \frac{7}{6} \rho_{Al} \frac{V_{Al}}{V} = 0.93 \frac{g}{cm^3}$$

### ESERCIZIO 2

$$C(T_f - T_1) + C(T_f - T_2) + C(T_f - T_3) = 0$$

$$T_f = (T_1 + T_2 + T_3)/3 = (30 + 60 + 90)/3 = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta S = C \ln(T_f/T_1) + C \ln(T_f/T_2) + C \ln(T_f/T_3) = C \ln [T_f^3/(T_1 T_2 T_3)] = 10 \ln[(273+60)^3/(303 \cdot 333 \cdot 363)] = 0.081 \text{ J/K}$$

N.B. Le temperature sono assolute nel calcolo dell'entropia.

### ESERCIZIO 3

Dato che il gas è in contatto termico con il ghiaccio la sua temperatura è  $T_0 = 0 \text{ } ^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ . Inoltre il pistone è in equilibrio quindi la pressione iniziale è uguale a quella atmosferica  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$

$$V_0 = nR T_0/p_0 = 3 \cdot 8.31 \cdot 273/10^5 = 0.068 \text{ m}^3$$

Durante la compressione reversibile, il gas resta in equilibrio termico con il ghiaccio, quindi la sua temperatura rimane  $T_0$  finché tutto il ghiaccio non si è sciolto. Applicando il primo principio

$$dQ - pdV = 0 \quad (\text{dato che la } T \text{ non varia})$$

$$-dm \lambda - pdV = 0 \quad (dm \text{ è la quantità di ghiaccio fusa, } \lambda \text{ il calore latente})$$

Inoltre vale in ogni istante della trasformazione reversibile l'equazione dei gas perfetti  $pV = nR T_0$  che sostituita nell'equazione del primo principio dà

$$dM \lambda = -nR T_0 dV/V$$

integrando entrambi i termini si ottiene

$$M \lambda / (nR T_0) = \ln V/V_0$$

$$\text{Da cui } V = V_0 \exp [-M \lambda / (nR T_0)] = 0.068 \exp[- 333 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} / (3 \cdot 8.31 \cdot 273)] = 0.068 \exp[-0.04892] = 0.0647 \text{ m}^3$$