

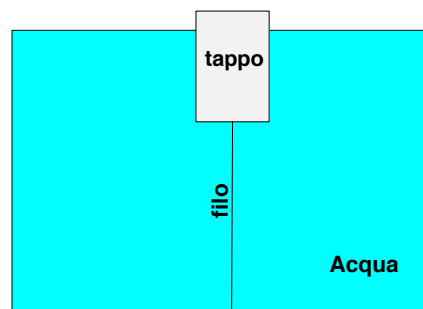
Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2014/15
Corso di Fluidi e Termodinamica
Esame del 13/7/2015

1) Una tappo cilindrico di altezza $h=2$ cm, superficie di base $S=0.75$ cm² e densità $\rho_L=0.7$ g/cm³, è immerso in acqua legato con un filo inestensibile al fondo del recipiente, come mostrato in figura.

a) Calcolare di quanto è immerso il cilindro sapendo che la tensione del filo è 10^{-3} N.

b) Ad un certo istante $t=0$, il filo viene tagliato. Di quanto sarà immerso il tappo nella nuova posizione di equilibrio?

c) Scrivere l'equazione del moto del tappo per $t>0$ e calcolare il periodo delle piccole oscillazioni. (considerare per semplicità il tappo come un punto materiale e trascurare la resistenza dell'acqua).



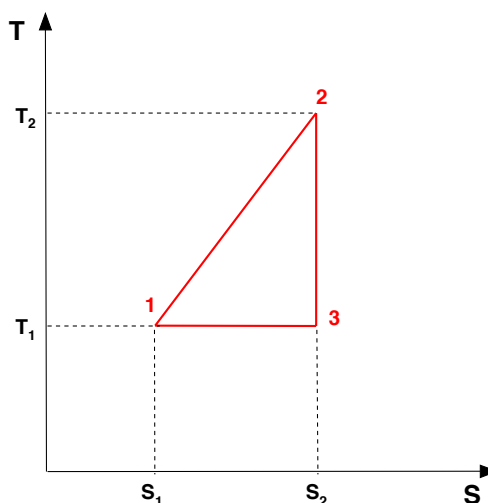
2) La figura rappresenta nel piano T-S il ciclo termodinamico di una mole di gas perfetto monoatomico. Sia i valori di entropia S_1 e S_2 che le temperature T_1 e T_2 sono note.

Il ciclo è percorso partendo dallo stato 1 in verso orario. Calcolare:

a) il lavoro fatto nel ciclo;

b) il rendimento del ciclo;

c) il rapporto V_1/V_3 in funzione dei dati noti.



SOLUZIONI

1)

a) Il tappo è in equilibrio quindi la risultante della tensione del filo, della forza peso e della spinta di Archimede è nulla.

$$\begin{aligned}T + F_p + F_A &= 0 \\T + \rho_L Shg - \rho Shgf &= 0\end{aligned}$$

dove ρ è la densità dell'acqua, e f la frazione del volume immerso.

$$f = \frac{T}{\rho Shg} + \frac{\rho_L}{\rho} = \frac{10^{-3}}{10^3 \cdot 0.75 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 9.8} + \frac{700}{10^3} = 0.768$$

b) Se il filo viene tagliato, la posizione di equilibrio del tappo è quella per cui la forza peso è uguale alla spinta di Archimede

$$\rho_L Shg - \rho Shgf' = 0$$

$$f' = \frac{\rho_L}{\rho} = 0.7$$

c) Sia x lo spostamento del baricentro tappo dalla superficie del liquido

$$m\ddot{x} = mg - \rho Sxg$$

$$m = \rho_L Sh$$

$$\ddot{x} = g - \frac{\rho g}{\rho_L h} x$$

Poiché l'accelerazione è proporzionale allo spostamento x e diretta nel verso opposto, il moto è armonico con pulsazione

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho g}{\rho_L h}}$$

e periodo $T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_L h}{g\rho}} = 0.237 \text{ s}$

2) L'area del triangolo rappresenta il calore Q totale del ciclo

$$Q = \frac{1}{2} (T_2 - T_1) (S_2 - S_1)$$

Dato che si tratta di un ciclo il lavoro totale $L = Q$

Per calcolare il rendimento occorre conoscere il calore assorbito. Dato che la trasformazione 23 è isoentropica $Q_{23} = 0$.

$Q_{31} < 0$ perché la trasformazione evolve da uno stato a maggiore entropia (3) verso uno a minore entropia (1)

$$Q_{12} = T_1 (S_1 - S_2)$$

Q_{12} è l'area sottesa alla trasformazione 12

$$Q_{12} = \frac{1}{2} (T_2 + T_1) (S_2 - S_1)$$

Quindi il rendimento è $r = L/Q_{12} = (T_2 - T_1) / (T_2 + T_1)$

Per calcolare il rapporto V_3/V_1 consideriamo la trasformazione isoterma 31 e calcoliamo l'entropia

$$S_1 - S_2 = \int_3^1 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_{31}}{T_1} = \frac{1}{T_1} \int_3^1 p dV = \frac{1}{T_1} \int_3^1 \frac{nRT_1 dV}{V} = nR \log \left(\frac{V_1}{V_3} \right)$$

$$\frac{V_1}{V_3} = e^{\frac{S_1 - S_2}{nR}}$$