

Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2014/15
Corso di Fluidi e Termodinamica
Prova in itinere del 3/6/2015

*Chi non ha superato la 1° prova in itinere svolga gli esercizi 1 e 2, e uno a scelta fra 3 e 4.
Chi ha superato la 1° prova in itinere svolga gli esercizi 2 (escluso punto c), 3 e 4.*

- 1) L'acqua di un fiume di portata $100 \text{ m}^3/\text{s}$ si versa in un lago con una cascata di 90 m di altezza. Calcolare la velocità con cui l'acqua entra nel lago e la potenza generata dalla cascata d'acqua, sapendo che la sezione del fiume è 15 m^2 .
- 2) Un cubetto di ghiaccio alla temperatura di 0°C è immerso in un bicchiere che contiene 200 cc di acqua alla temperatura di 10°C .
 - a) Quale deve essere la massa del cubetto per fare diminuire di 2°C la temperatura dell'acqua? (Assumere che non ci siano scambi di calore con l'ambiente circostante e il bicchiere).
 - b) Calcolare la variazione di entropia del ghiaccio, dell'acqua, e del sistema acqua-ghiaccio.
 - c) Supponendo che, quando il cubetto è immerso nell'acqua e vi galleggia, il livello dell'acqua raggiunga esattamente l'orlo del bicchiere, descrivere cosa succede quando il ghiaccio fonde completamente. L'acqua esce dal bicchiere oppure no? Giustificare la risposta.
- 3) Un gas perfetto biatomico inizialmente alla pressione p_0 , si espande reversibilmente fino ad un volume finale doppio di quello iniziale V_0 . Calcolare il lavoro compiuto assumendo due differenti trasformazioni: isoterma e adiabatica.
Calcolare inoltre la variazione di energia interna e il calore scambiato in ciascuna trasformazione.
- 4) Una centrale termoelettrica brucia 300 kg di gasolio all'ora per surriscaldare il vapore che fa funzionare le turbine. Il vapore è successivamente raffreddato da condensatori che cedono calore ad un fiume nelle vicinanze della centrale. Il fiume ha una portata di $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ e la temperatura media dell'acqua è 7°C quando la centrale non è in funzione. Calcolare:
 - a) la quantità di calore per unità di tempo prodotta dalla combustione del gasolio e assorbita dal vapore;
 - b) la massima quantità di calore per unità di tempo che può essere ceduta al fiume, sapendo che per non distruggere il suo ecosistema la temperatura dell'acqua non deve superare di più di 1°C la sua temperatura media.
 - c) la potenza erogata dalla centrale e il suo rendimento.

Dati utili

- Calore specifico dell'acqua: $4186 \text{ J}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$
- Calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda = 333 \text{ kJ}/\text{kg}$
- Densità dell'acqua: $1 \text{ kg}/\text{dm}^3$
- Potere calorifico del gasolio: $40 \text{ MJ}/\text{kg}$. Il potere calorifico è la quantità di calore prodotto dalla combustione completa della massa unitaria del combustibile.

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dV} \frac{dV}{dt} = \frac{dL}{dV} Q$$

SOLUZIONI

1) La velocità del fiume prima della cascata è $v_i = Q/S = 100/15 = 6.66 \text{ m}^3$
 La velocità finale si ricava dal teorema di Bernoulli

$$\frac{1}{2} \rho v_i^2 + \rho gh = \frac{1}{2} \rho v_f^2$$

$$\rightarrow \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$\sqrt{v_i^2 + 2gh} = v_f = 42.5 \text{ m/s}$$

La potenza generata dalla cascata è

$$\left(\frac{1}{2} \rho v_i^2 + \rho gh \right) Q = P = 9 \cdot 10^7 \text{ W}$$

2) $m_{\text{acq}} c (t_f - t_i) = m_{\text{gh}} \lambda + m_{\text{gh}} c t_f$

$$m_{\text{acq}} = 0.2 \text{ kg}$$

$$t_f = 8 \text{ }^\circ\text{C} \quad t_i = 10 \text{ }^\circ\text{C} \quad t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$m_{\text{gh}} = [m_{\text{acq}} c (t_f - t_i)] / [\lambda + c t_f] = 4.57 \text{ g}$$

$$\Delta S_{\text{acq}} = m_{\text{acq}} c \ln (T_f/T_i) = 0.2 \cdot 4186 \ln[(273+8)/(273+10)] = -5.9376 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{gh}} = m_{\text{gh}} c \ln (T_f/T_0) + m_{\text{gh}} \lambda / T_0 = 0.00457 \cdot 4186 \ln[(273+8)/(273)] + 0.00457 \cdot 333000/273 = 6.1269 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{acq}} + \Delta S_{\text{gh}} = 0.1892 \text{ J/K}$$

d) Quando il cubetto galleggia il suo peso è bilanciato dalla spinta di Archimede

$$\rho_{\text{gh}} V_{\text{gh}} = \rho_{\text{acq}} V_{\text{imm}}$$

dove V_{imm} è il volume immerso del cubetto di ghiaccio, e V_{gh} il suo volume totale

Dopo la fusione del ghiaccio, il volume dell'acqua risultante V' è minore di V_{gh} ma la massa si conserva. Quindi $\rho_{\text{gh}} V_{\text{gh}} = \rho_{\text{acq}} V'$

Confrontando le due equazioni risulta che $V_{\text{imm}} = V'$

cioè il volume di acqua da fusione del ghiaccio è uguale al volume della parte immersa di ghiaccio prima della fusione. Pertanto il livello dell'acqua nel bicchiere non cambia.

3) trasformazione da $p_0 V_0$ a $2V_0$

Non si conoscono né il numero di moli né la temperatura iniziale.

Poiché le trasformazioni sono reversibili si può calcolare il lavoro come

$$L = \int_{V_0}^{2V_0} p dV$$

Adiabatica $pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma$ dove $\gamma = 7/5$

$$L_{adiab} = \int_{V_0}^{2V_0} p dV = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{p_0 V_0^\gamma}{V^\gamma} dV = \left[\frac{p_0 V_0^\gamma}{1-\gamma} V^{1-\gamma} \right]_{V_0}^{2V_0} = \frac{p_0 V_0}{1-\gamma} [2^{1-\gamma} - 1] = \frac{5 p_0 V_0}{2} [1 - 2^{-2/5}]$$

Isoterma $pV = p_0 V_0$

$$L_{isot} = \int_{V_0}^{2V_0} p dV = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{p_0 V_0}{V} dV = p_0 V_0 \ln(V) \Big|_{V_0}^{2V_0} = p_0 V_0 \ln 2$$

4) La quantità di calore per unità di tempo assorbita dal vapore che è il fluido della macchina termica, è

$$P_c = Q/t = 300 \times 40/3600 = 3.33 \text{ MJ/s}$$

La massima quantità di calore ceduta al fiume per unità di tempo è

$$P_f = 0.5 \times 1000 \times 4186 \times 1^\circ\text{C} = 2.093 \text{ MJ/s}$$

La potenza erogata dalla centrale è $P = P_c - P_f = 1.237 \text{ MJ/s}$

Il rendimento $r = 1 - P_f/P_c = 37.1\%$