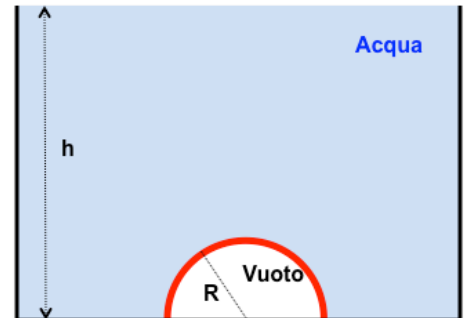


- 1) Una ventosa di massa  $M$  è costituita da un guscio semisferico di raggio  $R$  e spessore trascurabile. La ventosa è collocata sul fondo di una vasca d'acqua profonda  $h > R$ . Una volta estratta l'acqua dall'interno del guscio, come mostrato in figura, la ventosa aderisce al fondo. Spiegare il motivo. Calcolare quale forza deve essere applicata alla ventosa per staccarla dal fondo della vasca.



- 2) In un processo industriale una lastra metallica è investita da un getto d'acqua che fuoriesce dall'estremità di un tubo orizzontale di sezione  $S = 20 \text{ cm}^2$ . Sapendo che all'altra estremità l'acqua è pompata nel tubo alla pressione di 3 atm, calcolare la velocità di uscita del getto e la forza che deve essere applicata alla lamina per impedire che il getto d'acqua la sposti. Si consideri l'acqua come un fluido ideale e si assuma che il getto si smorzi completamente nell'impatto con la lamina.
- 3) In un oleodotto di raggio 30 cm e lungo 100 km scorrono 160 l/s di petrolio (densità  $0.8 \text{ g/cm}^3$ ). Sapendo che la perdita di carico è 10 atm, calcolare il coefficiente di viscosità. Assumendo che il numero di Reynolds del tubo sia 1500, calcolare la massima differenza di pressione ammissibile fra le estremità del condotto per avere ancora un flusso laminare.

## SOLUZIONI

1) In ogni punto della superficie esterna della calotta sferica la forza di pressione è diretta radialmente e verso il basso. La somma delle forze di pressione in ogni punto del guscio ha componente orizzontale nulla, mentre la componente verticale è diretta verso il basso e si va a sommare alla forza peso. Dato che l'interno del guscio è vuoto (quindi non ci sono forze di pressione), il guscio è spinto verso il basso dalla risultante delle forze di pressione applicate alla calotta esterna e della forza peso. Per staccare la ventosa dal fondo occorre quindi applicare una forza uguale e diretta verso l'alto.

$$F = -(Mg + F_p)$$

dove  $F_p$  è la risultante delle forze di pressione. Il calcolo di  $F_p$  è complicato. Occorre calcolare la componente verticale della forza di pressione agente su un elemento infinitesimo di superficie del guscio e quindi integrare su tutta la calotta.

Osserviamo però che se la calotta fosse chiusa (cioè avesse la base) su di essa agirebbe la spinta di Archimede  $F_A$  diretta verso l'alto. In questa situazione invece occorre sottrarre a  $F_A$  la spinta sulla base della calotta, in quanto essa è aperta. Quindi

$$F_p = \frac{2}{3}\pi\rho R^3 - (p_{Atm} + \rho gh)\pi R^2 = \pi\rho R^2 \left(\frac{2}{3}R - h\right) - p_{Atm} \pi R^2 < 0 \quad (\text{cioè diretta verso il basso})$$

$$F = Mg - \pi\rho R^2 \left(\frac{2}{3}R - h\right) + p_{Atm} \pi R^2$$

2) Appliciamo Bernoulli, considerando che la pressione in uscita è uguale alla pressione atmosferica e che l'acqua pompata a 3 atm abbia velocità iniziale nulla.

$$p = \frac{1}{2}\rho v^2 + p_{Atm}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p - p_{Atm})} = 20 \text{ m/s}$$

$$F = \rho S v^2 = 800 \text{ N}$$

$$3) Q = 160 \text{ l/s} = 0.16 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R = 0.3 \text{ m}$$

$$\Delta p = 10 \text{ atm} = 10^6 \text{ Pa}$$

$$\rho = 0.8 \text{ g/cm}^3 = 800 \text{ kg/m}^3$$

$$L = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$$

$$\eta = \frac{\Delta p \pi R^4}{8LQ} = 0.2 \text{ Pa s}$$

$$v_c = \frac{N_R \eta}{\rho R} = 1.25 \text{ m/s}$$

$$\Delta p = \frac{8\eta L v_c}{R^2} = 2.22 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$