

Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2013/14
Fluidi e Termodinamica
Esame del 4/2/2015

1) Un'autoclave pompa $0.1 \text{ m}^3/\text{min}$ di acqua dal pian terreno di una casa, attraverso un tubo di diametro 5 cm, fino al primo piano posto ad un'altezza $h=5 \text{ m}$. L'acqua fuoriesce da un rubinetto aperto di diametro 2 cm. Calcolare la pressione di immissione dell'acqua nell'impianto, e la potenza sviluppata dalla pompa.

2) Un recipiente cilindrico di area di base $S= 20 \text{ dm}^2$ e altezza $h=15 \text{ cm}$ contiene 3 moli di gas Neon (gas perfetto monoatomico, massa atomica 20.2). La velocità quadratica media delle molecole è 600 m/s . Il gas si espande adiabaticamente e in modo reversibile fino a che una delle basi del cilindro, che funziona come un pistone scorrevole, raggiunge un'altezza pari a 0.4 m . Qual è il lavoro fatto dal gas durante l'espansione?

Successivamente, il recipiente è posto in contatto con un termostato per mantenere la temperatura del gas costante. Una mole di gas è fatta fuoriuscire dal recipiente. Quindi il gas è compresso fino a ritornare al volume iniziale. Calcolare il calore scambiato dal gas e la variazione di entropia.

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

Applichiamo il teorema di Bernoulli

$$\frac{1}{2} \rho v_i^2 + p_i = \frac{1}{2} \rho v_u^2 + p_u + \rho gh$$

dove l'indice i indica la pressione e velocità all'ingresso dell'impianto (autoclave), e u all'uscita (rubinetto).

p_u = pressione atmosferica dato che il rubinetto è aperto = 10^5 Pa

Q = portata dell'impianto = $0.1 \text{ m}^3/\text{min} = 0.1/60 \text{ m}^3/\text{s} = 0.00166 \text{ m}^3/\text{s}$

Dall'equazione di continuità

$$Q = S_i v_i = S_f v_f$$

$$v_i = Q/S_i = 0.00166 / 3.14 (0.05/2)^2 = 0.85 \text{ m/s}$$

$$v_u = Q/S_f = 0.00166 / 3.14 (0.02/2)^2 = 5.29 \text{ m/s}$$

Sostituendo nell'equazione di Bernoulli ($\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$)

$$p_i = \frac{1}{2} \rho v_u^2 - \frac{1}{2} \rho v_i^2 + p_u + \rho gh = 162631 \text{ Pa}$$

La potenza sviluppata dalla pompa è $P = L/t = L/V \cdot V/t = L/V \cdot Q$

dove $L/V = \frac{1}{2} \rho v_u^2 - \frac{1}{2} \rho v_i^2 = p_i - p_u - \rho gh$

$$P = Q(p_i - p_u - \rho gh) = 22.6 \text{ W}$$

ESERCIZIO 2

Il volume iniziale del cilindro è $V = Sh = 0.2 \cdot 0.15 = 0.03 \text{ m}^3$

La temperatura del gas si ricava dalla teoria cinetica

$$\frac{3}{2} k T = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$$

$$m \text{ è la massa di un atomo di Ne } m = 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot 20.2 = 3.35 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$T = m/3 \langle v^2 \rangle / k = 3.35 \cdot 10^{-26} \cdot 600^2 / (3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}) = 291.3 \text{ K}$$

La pressione iniziale si ricava dalla legge dei gas perfetti

$$p = n RT/V = 3 \cdot 8.31 \cdot 291.3 / 0.03 = 242070 \text{ Pa}$$

Dopo l'espansione, il volume $V_f = 0.2 \cdot 0.4 = 0.08 \text{ m}^3$

Per ricavare la pressione finale si applica la formula delle trasformazioni adiabatiche reversibili con $\gamma = c_p/c_v = 5/3$

$$p_f V_f^\gamma = p V^\gamma$$

$$p_f = p (V/V_f)^{\gamma} = 242070 (0.15/0.4)^{5/3} = 47205 \text{ Pa}$$

$$T = p_f V_f / (nR) = 47205 \cdot 0.08 / (3 \cdot 8.31) = 151.5 \text{ K}$$

$$L = -\Delta U = -n c_v (T_f - T_i) = -3 \cdot 3/2 R (T_f - T_i) = -3 \cdot 1.5 \cdot 8.31 (151.5 - 291.3) = 5227.8 \text{ J}$$

Dopo che la quantità di gas diminuisce, la pressione varia. Indicando il numero di moli
 $n_f = n - 1 = 2$

$$p_3 = n_f R T_f / V_f = 2 \cdot 8.31 \cdot 151.5 / 0.08 = 31474 \text{ Pa}$$

Al termine della compressione (a T costante)

$$p_4 = n_f R T_f / V = 2 \cdot 8.31 \cdot 151.5 / 0.03 = 83931 \text{ Pa}$$

$$\Delta U = Q - L = 0 \quad Q = L$$

$$L = \int p dV = \int_{V_f}^V \frac{nRT}{V} dV = n R T \ln \frac{V}{V_f} = 2 \cdot 8.31 \cdot 151.5 \ln \left(\frac{0.03}{0.08} \right) = -2469.66 \text{ J}$$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{\Delta Q}{T_f} = \frac{-2469.66}{151.5} = -16.3 \text{ J/K}$$