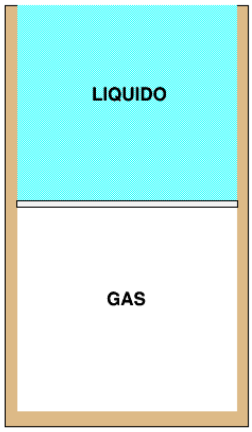
Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2013/14
Fluidi e Termodinamica
Esame del 9/12/2014

1) In un tubo orizzontale scorre un fluido ideale di densità 0.9 g/cm^3. Il diametro della sezione del tubo è 5 cm. Il tubo termina con un foro di uscita di diametro 3 cm, attraverso il quale il fluido fuoriesce in atmosfera alla velocità di 20 m/s. Calcolare la pressione nel tubo. Quale volume di liquido fuoriesce dal tubo in un minuto?

2) 3 moli di gas argon (massa atomica 40) sono contenute in un recipiente di volume 100 l alla pressione di 1 atm. Calcolare la temperatura del gas. Calcolare inoltre l'energia cinetica media e la velocità quadratica media di una molecola, e l'energia cinetica di tutto il gas (monoatomico).

3) Il recipiente cilindrico mostrato in figura contiene nel setto inferiore 2 moli di gas perfetto monoatomico. Il setto è chiuso da un pistone scorrevole di area $S=0.1\ m^2$ e massa trascurabile. La parte superiore è riempita con un liquido di densità $\rho=1\ g/cm^3$. Inizialmente il volume occupato dal gas è la metà del volume totale $V_T=0.2\ m^3$ del cilindro, e il sistema è in equilibrio termodinamico. Successivamente, il gas viene riscaldato e si espande sollevando il pistone, fino a raggiungere uno stato finale in cui il gas occupa ¾ del volume V_T, e parte dell'acqua è fuoriuscita dal cilindro. Assumendo che la trasformazione sia reversibile, si chiede di calcolare:



a) pressione e temperatura del gas nello stato iniziale e finale;
b) lavoro fatto dal gas, calore assorbito e variazione di energia interna;
c) variazione di entropia del gas.

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

Si applica Bernoulli. Indicando con p e v la pressione e velocità nel tubo (R=5/2 cm), e p' (=p_{atm}=10^5 Pa) e v' (20 m/s) la pressione e velocità all'uscita (r=3/2 cm) si ottiene

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \frac{1}{2}\rho' v'^2 + p'$$

Applicando l'equazione di continuità

$$\mathrm{v} = \frac{r^2}{R^2} v' = 7.2\ m/s$$

Sostituendo nell'equazione di Bernoulli

$$p = \frac{1}{2}\rho' v'^2 - \frac{1}{2}\rho v^2 + p' = 2.57\times 10^5\ Pa$$

In t=1 minuto = 60 s fuoriesce un volume V = Q t = v' π r^2 t = 0.85 m^3

ESERCIZIO 2

La pressione P = 1 atm = 10^5 Pa e V= 100 l = 0.1 m^3

La temperatura del gas è T= PV/nR = 10^5 10^{-1}/ (3 x 8.31) = 401.1 K

L'energia media di una molecola monoatomica è

E_K = 3/2 kT = 1.5 x 1.38 x 10^{-23} x 401.1 = 8.3 10^{-21} J

L'energia cinetica del gas è U= N E_K con N = n N_A , dove n è il numero di moli e N_A= 6.02 10^{23} è il numero di avogadro

U = E_K n N_A = 8.3 10^{-21} x 3 x 6.02 x 10^{23} = 14989.8 J

La velocità quadratica media si ricava da

½ mv^2 = 3/2 kT dove m è la massa di una molecola di argon (m=40 x 1.67 10^{-27} kg)

v = $(3\ kT/m)^{0.5}$=(3 x 1.38 x 10^{-23} x 401.1/(40 x 1.67 x 10^{-27}) $)^{0.5}$= 500 m/s

ESERCIZIO 3

La pressione si ricava dalla Legge di Stevino applicata al fluido dato che il sistema è in equilibrio

p_i = p_{atm} + ρgh/2 = 109800 Pa dove h = V_T/S = 2m è l'altezza del cilindro

p_f = p_{atm} + ρgh/4 = 104900 Pa

e la densità del fluido è 1 g/cm^3 = 1000 kg/m^3

La temperatura si ricava dalla legge dei gas perfetti

$p_i V_T/2 = n R T_i \Rightarrow T_i = p_i V_T/(2 nR) = 660.6$ K

$p_f\ 3V_T/4 = n R T_f \Rightarrow T_f = p_f\ 3V_T/(4 nR) = 946.75$ K

Dato che la trasformazione è assunta reversibile si può calcolare il lavoro come $\boldsymbol{L = \int_i^f pdV}$

Per risolvere l'integrale occorre esprimere p e V in un punto qualsiasi della trasformazione in funzione dell'altezza del liquido ancora presente nel cilindro, che indichiamo con x

$p = p_{atm} + \rho g x$
$V = S(h-x)$ dove x varia fra h/2 all'istante iniziale e h/4 nel punto finale della trasformazione

$$\boldsymbol{L = \int_i^f pdV = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{4}} (p_{atm} + \rho g x)(-S)dx = \left[-Sp_{atm}x - S\rho g \frac{x^2}{2}\right]_{h/2}^{h/4} = Sp_{atm}\frac{h}{2} + S\rho g \frac{3h^2}{32} = 10367.5\ J}$$

$\Delta U = nc_v (T_f - T_i) = 2\ 3/2\ R\ (T_f - T_i) = 7133.7$ J
$Q = \Delta U + L = 17501.2$ J

$$\Delta \boldsymbol{S = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{dU + \delta L}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{n\, c_v\, dT}{T} + \int_{V_i}^{V_f} \frac{n\, R dV}{V} = n\, c_v\ ln\frac{T_f}{T_i} + n\, R\ ln\frac{V_f}{V_i} = 15.7\ J/k}$$