Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2013/14
Fluidi e Termodinamica
Esame del 8/9/2014

1) Sul fianco di una nave si apre una falla di area 80 cm^2 ad una profondità di 3 metri sotto il livello di immersione. Quale forza deve esercitare un tappo per chiudere la falla? La densità dell'acqua marina è 1.03 g/cm^3.

2) Alla quota di 200 km sulla superficie terrestre si misurano circa 2000 molecole di azoto per ogni m^3, alla temperatura di 5 °C. Determinare la pressione dell'azoto atmosferico a tale altezza. Calcolare inoltre l'energia cinetica media di una molecola e la velocità quadratica media.

3) Calcolare il rendimento di un ciclo reversibile di un gas perfetto monoatomico costituito da due trasformazioni adiabatiche tra gli stati A→B e C→D e due trasformazioni isobare B→C e D→A, conoscendo le temperature T_c = 500 K e T_D=300 K e sapendo che $T_A<T_D$. Dire inoltre in quale trasformazione del ciclo la variazione di entropia è massima, giustificando la risposta.

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

La pressione dell'acqua marina sul tappo è $p_{atm} + \rho g h$

Sul tappo all'interno dello scafo agisce la forza F e la pressione atmosferica.

Quindi $F + p_{atm}S > (p_{atm} + \rho g h)S$
$F > \rho\, ghS = 242.3$ N

ESERCIZIO 2

Il numero di moli di azoto in 1 m^3 è

$n = N/N_A$

dove $N = 2000$ e $N_A = 6.02\ 10^{23}$ è il numero di avogadro.

$pV = n\,R\,T$

$p = N/N_A\ R\,T/V = 2\ 10^3\ /\ (6.02\ 10^{23})\ 8.31\ (5+273)/1 = 7.67\ 10^{-18}$ Pa $= 7.67\ 10^{-23}$ atm

L'energia media di una molecola monoatomica è
$U = 5/2\ kT = 2.5\ 1.38\ 10^{-23}\ 278 = 9.6\ 10^{-21}$ J

La velocità quadratica media si ricava da

$½\ mv^2 = 5/2\ kT$ dove m è la massa di una molecola di azoto ($m=14x\ 1.67\ 10^{-27}$ kg)

$v = (5\ kT/m)^{0.5} = (5\ 1.38\ 10^{-23}\ 278/14/(1.67\ 10^{-27}))^{0.5} =$ 900 m/s

ESERCIZIO 3

A→B adiabatica	$Q_{AB}=0$	$L_{AB} = -U_{AB} = -n\,c_v\,(T_B-T_A)$
B→C isobara	$Q_{BC} = n\,c_p\,(T_C-T_B)$	$L_{BC} = Q_{BC}-U_{BC} = n\,(c_p-c_v)\,(T_C-T_B)$
C→D adiabatica	$Q_{CD}=0$	$L_{CD} = -U_{CD} = -n\,c_v\,(T_D-T_C)$
D→A isobara	$Q_{DA} = n\,c_p\,(T_A-T_D)$	$L_{DA} = Q_{DA}-U_{DA} = n\,(c_p-c_v)\,(T_A-T_D)$

$T_C > T_D$ $\quad T_D\,V_D^{\,g-1} = T_C\,V_C^{\,g-1}$ => $V_D > V_C$

Nelle adiabatiche
$p_A\,V_A^{\,g} = p_B\,V_B^{\,g}$
$p_D\,V_D^{\,g} = p_c\,V_C^{\,g}$

ma
$p_A = p_D$ isobara
$p_C = p_B$ isobara

dividendo $V_A / V_D = V_B / V_C$

$T_B / T_C = V_B / V_C = V_A / V_D$

$T_A / T_D = V_A / V_D = V_B / V_C$

da cui $T_B / T_C = T_A / T_D$

Se $T_A < T_D \Rightarrow T_B < T_C$ quindi $Q_{BC} > 0$ e $Q_{DA} < 0$

$R = L/Q_{BC} = (L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA}) / Q_{BC} = (T_C + T_A - T_B - T_D)/(T_C - T_B) =$

$[T_C (1 - T_B/T_C) - T_D (1 - T_A/T_D)] / [T_C (1 - T_B/T_C)] = 1 - T_D/T_C = 1 - 300/500 = 40\%$

La variazione di entropia $\Delta S_{AB} = \Delta S_{CD} = 0$

Nelle isobare vale

$$\Delta \boldsymbol{S} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{n\, c_p\, dT}{T} = n\, c_p\ ln \frac{T_f}{T_i}$$

quindi la variazione è positiva in BC perché $T_C > T_B$ mentre è negativa in DA.