

Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2013/14
Fluidi e Termodinamica
Esame del 16/6/2014

Chi non ha superato la 1° prova in itinere svolga gli esercizi 1,2,3,4.
Chi ha superato la 1° prova in itinere svolga gli esercizi 3,4,5.

- 1) Due serbatoi cilindrici A e B di sezioni rispettivamente $S_A=4 \text{ cm}^2$ e $S_B=16 \text{ cm}^2$, sono riempiti di acqua fino ad un'altezza $h_0=3 \text{ m}$. Sulle superfici dell'acqua poggiano due pistoni di massa rispettivamente $m_A = 2 \text{ kg}$ e $m_B=4 \text{ kg}$ e sezioni uguali a quelle del rispettivo serbatoio. I serbatoi comunicano fra loro tramite un tubo posto al livello delle loro basi in cui è inserito un rubinetto, inizialmente chiuso. Quando si apre il rubinetto in quale verso scorre il flusso dell'acqua? Calcolare nella situazione finale di equilibrio il livello dell'acqua in A e B.

- 2) Un recipiente contiene un liquido di densità 0.9 g/cm^3 a 15°C mantenuto alla pressione di 1.5 atm . Il recipiente è collegato ad un tubo di raggio $R=0.5 \text{ mm}$ e lunghezza $L=50 \text{ cm}$. Il liquido fuoriesce dall'altra estremità del tubo (a pressione atmosferica) al ritmo di 5 g al secondo. Calcolare il coefficiente di viscosità del liquido, assumendo un regime di flusso laminare.

- 3) Una macchina termica esegue un ciclo termodinamico reversibile lavorando con tre sorgenti a temperature $T_1= 400 \text{ K}$, $T_2=300\text{K}$ e $T_3=200 \text{ K}$. La macchina assorbe una quantità di calore $Q_1=1200 \text{ J}$ dalla sorgente T_1 e compie un lavoro $L=200 \text{ J}$.
Calcolare:
 - a) le quantità di calore scambiate con le sorgenti a temperatura T_2 e T_3
 - b) la variazione di entropia di ogni sorgente, della macchina, e dell'universo.

- 4) Una mole di idrogeno è fatta espandere a temperatura costante $T=400 \text{ K}$ dal volume $V_1 = 2 \text{ l}$ al volume finale $V_2=8 \text{ l}$ in modo reversibile. Calcolare il lavoro compiuto dal gas considerandolo reale. Le costanti dell'equazione di Van der Waals per H_2 sono $a = 0.248 \text{ atm l}^2 \text{ mole}^{-2}$ e $b = 0.0266 \text{ mole}^{-1}$. Il lavoro è maggiore o minore rispetto al caso in cui si considera il gas perfetto? Spiegare il motivo.

- 5) Calcolare l'energia cinetica media delle molecole di una mole di gas perfetto monoatomico contenuto in un recipiente di volume 1 litro alla pressione di 1 atm .

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

La pressione alla base dei due cilindri con il rubinetto chiuso è diversa.

$$p_A = p_{atm} + \frac{m_A g}{S_A} + \rho h_0 g = 178400 \text{ Pa}$$

$$p_B = p_{atm} + \frac{m_B g}{S_B} + \rho h_0 g = 153900 \text{ Pa}$$

Quindi quando si apre il rubinetto l'acqua scorre da A → B

Al raggiungimento dell'equilibrio le pressioni alla base dei due serbatoi saranno uguali

$$p_{atm} + \frac{m_A g}{S_A} + \rho h_A g = p_{atm} + \frac{m_B g}{S_B} + \rho h_B g$$

e inoltre dato che la massa dell'acqua si conserva

$$\rho S_A h_A + \rho S_B h_B = \rho S_A h_0 + \rho S_B h_0$$

Mettendo a sistema le due equazioni si ricava

$$h_B = h_0 + \frac{m_A S_B - m_B S_A}{\rho S_B (S_A + S_B)} = 3.5 \text{ m}$$

$$h_A = h_0 - \frac{m_A S_B - m_B S_A}{\rho S_A (S_A + S_B)} = 1 \text{ m}$$

ESERCIZIO 2

Applichiamo equazione di Poiseuille $Q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \eta L}$

La portata si calcola come $Q = 5 \text{ g/s} \cdot 1/0.9 \text{ cm}^3/\text{g} = 5/9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 Q L} = 4.4 \cdot 10^{-4} \text{ Pa s}$$

ESERCIZIO 3

Applicando il teorema di Carnot

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0$$

Inoltre dal 1° principio applicato ad un ciclo

$$L = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Mettendo a sistema le due equazioni

$$Q_2 = L - Q_1 - Q_3$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{L - Q_1 - Q_3}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0$$

$$\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2}\right) Q_3 = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{L - Q_1}{T_2}$$

$$Q_3 = \frac{T_3 T_2}{T_2 - T_3} \left(-\frac{Q_1}{T_1} - \frac{L - Q_1}{T_2}\right) = 200 \text{ J}$$

e sostituendo $Q_2 = L - Q_1 - Q_3 = -1200 \text{ J}$

La variazione di entropia della macchina è nulla essendo reversibile.
La variazione di ciascuna sorgente

$$\begin{aligned} \Delta S_1 &= -\frac{Q_1}{T_1} = -3 \text{ J/K} \\ \Delta S_2 &= -\frac{Q_2}{T_2} = +4 \text{ J/K} \\ \Delta S_3 &= -\frac{Q_3}{T_3} = -1 \text{ J/K} \end{aligned}$$

La variazione di entropia dell'universo è nulla, dato che si tratta di trasformazioni reversibili in un sistema isolato. Si può anche verificare facendo la somma delle variazioni.

ESERCIZIO 4

Per un trasformazione reversibile

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$$

Equazione Van der Waals

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

Per fare il calcolo dell'integrale del lavoro, ricaviamo p in funzione di V . T è costante in isoterma

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2 a}{V^2}$$

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \left[\frac{nRT}{V-nb} - \frac{n^2 a}{V^2} \right] dV =$$

$$= nRT \log \left(\frac{V_2-nb}{V_1-nb} \right) + a n^2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = 6715.15 \text{ J}$$

Per il calcolo trasformare a in unità di misura del SI $a=0.0248 \text{ Pa m}^3/\text{mole}$

Nel caso di gas perfetto $L = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT \log \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = 4608 \text{ J}$

Il lavoro è minore che nel caso del gas perfetto perché nel caso reale deve essere fatto lavoro anche contro le forze intermolecolari.

ESERCIZIO 5

Dalla teoria cinetica dei gas, l'energia cinetica media di una molecola è

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT$$

Inoltre $PV = NkT$

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3 PV}{2 N}$$

ma il numero di molecole è il prodotto del numero di moli n per il numero di Avogadro $N = n N_A$

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3 PV}{2 n N_A} = 0.25 \times 10^{-21} \text{ J}$$