

Università degli Studi di Siena  
Corso di Laurea FTA e Matematica - A.A. 2012/13  
Corso di Fluidi e Termodinamica  
Esame del 3/2/2014

1) Un blocco di alluminio di massa  $m_1 = 0.1$  kg e alla temperatura di  $T_1 = 580$  K viene immerso in un recipiente di vetro di massa  $m_2 = 0.2$  kg ed avente temperatura pari a  $T_2 = 300$  K. Il recipiente di vetro contiene una massa di acqua pari a  $m_3 = 0.5$  kg alla temperatura di 300 K. Trascurando gli scambi di calore con l'ambiente esterno, determinare la temperatura di equilibrio del sistema e la variazione di entropia dell'universo. I calori specifici dell'alluminio, del vetro e dell'acqua sono rispettivamente  $c_1 = 896$  J/(kg K),  $c_2 = 630.4$  J/(kg K) e  $c_3 = 4187$  J/(kg K).

2) Due moli di gas ideale, inizialmente nello stato 1, vengono messi a contatto termico con un serbatoio a temperatura di 800 K e raggiungono mediante una trasformazione isocora irreversibile uno stato termodinamico 2 ( $T_2 = 800$  K). Tramite una espansione isoterma reversibile il gas raggiunge lo stato 3 tale che  $V_3 = 2V_2$ . Successivamente, il gas viene riportato allo stato 1 mediante una trasformazione isobara reversibile. Determinare tutti i calori scambiati per ogni trasformazione e calcolare il rendimento del ciclo. Quanto vale il lavoro lungo la trasformazione 3-1 ?

3) Un inesperto sommozzatore in piscina, mentre si trova alla profondità  $L$ , si riempie i polmoni d'aria inspirando a fondo dalle sue bombole. Abbandona poi le bombole e risale in superficie senza espiare gradatamente l'aria. Arrivato a galla, la differenza fra la pressione interna nei suoi polmoni e la pressione esterna che preme su di lui è 9.3 kPa. Qual è la profondità  $L$  da cui era partito ?

## SOLUZIONI

1)

Il calore ceduto dal blocco di alluminio ( $Q_1$ ) sarà pari alla somma del calore assorbito dal vetro ( $Q_2$ ) e del calore assorbito dall'acqua ( $Q_3$ ), ossia:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

con

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_1 - T_e)$$

$$Q_2 = m_2 c_2 (T_e - T_2)$$

$$Q_3 = m_3 c_3 (T_e - T_3)$$

Bisogna dunque risolvere la seguente equazione di primo grado rispetto a  $T_e$ :

$$m_1 c_1 (T_1 - T_e) = m_2 c_2 (T_e - T_2) + m_3 c_3 (T_e - T_3)$$

e risulta:

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + (m_2 c_2 + m_3 c_3) T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3} = 310,86 K$$

Passiamo ora al calcolo della variazione di entropia dell'universo. Essa viene data dalla somma della variazione di entropia del sistema e della variazione di entropia dell'ambiente esterno, che nel nostro caso vale zero. Quindi

$$\Delta S_U = \Delta S_{sist} + \Delta S_{amb} = \Delta S_{sist}$$

e la variazione di entropia del sistema è composta da tre parti: la prima dall'alluminio che cede calore ( $\Delta S_1$ ), la seconda dal vetro che assorbe una parte di calore ( $\Delta S_2$ ) e la terza dall'acqua che assorbe del calore ( $\Delta S_3$ ):

$$\Delta S_{sist} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$$

dove

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_e} \frac{m_1 c_1 dT}{T} = m_1 c_1 \ln\left(\frac{T_e}{T_1}\right) = -55,6 J/K$$

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_2}^{T_e} \frac{m_2 c_2 dT}{T} = m_2 c_2 \ln\left(\frac{T_e}{T_2}\right) = 4,48 J/K$$

$$\Delta S_3 = \int_{T_2}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_2}^{T_e} \frac{m_3 c_3 dT}{T} = m_3 c_3 \ln\left(\frac{T_e}{T_2}\right) = 74,45 J/K$$

e la variazione di entropia dell'universo vale:

$$\Delta S_U = -55,6 J/K + 4,48 J/K + 74,45 J/K = 23,05 J/K$$

2) Scriviamo i valori delle variabili termodinamiche nei 3 stati

Stato 2  $p_2$   $T_2$   $V_2$

Stato 1  $p_1$   $T_1$   $V_1=V_2$  (isocora)

Stato 3  $p_3=p_1$  (isobara 3->1)  $T_3=T_2$  (isoterma 2->3)  $V_3 = 2 V_2$  (dato)

Lungo la isoterma rev.  $p_2 V_2 = p_3 V_3$  da cui  $p_3=p_1=p_2$   $V_2/V_3 = p_2/p_3$

Lungo la isobara rev.  $V_1/V_3 = T_1/T_3 \rightarrow V_2/V_3 = T_1/T_2 \rightarrow T_1 = T_2/2 = 400$  K

$$Q(2 \rightarrow 3) = L(2 \rightarrow 3) = n R T_2 \ln (V_3/V_2) = 2 R 800 \ln 2 \text{ J}$$

$$Q(1 \rightarrow 2) = DU(1 \rightarrow 2) = n c_v (T_2 - T_1) = 2 \cdot 3/2 R \cdot 400 \text{ J}$$

$$Q(3 \rightarrow 1) = n c_p (T_1 - T_3) = -2 \cdot 5/2 R \cdot 400 \text{ J}$$

$$L_{tot} = Q(1 \rightarrow 2) + Q(2 \rightarrow 3) + Q(3 \rightarrow 1) = 800 R (2 \ln 2 + 3/2 - 5/2)$$

$$Q_{ass} = Q(1 \rightarrow 2) + Q(2 \rightarrow 3) = 800 R (2 \ln 2 + 3/2)$$

$$Rend = L_{tot}/Q_{ass} = (2 \ln 2 - 1)/(2 \ln 2 + 3/2) = 0.1338$$

$$L(1 \rightarrow 2) = 0 \text{ isocora}$$

$$L(2 \rightarrow 3) = Q(2 \rightarrow 3) \text{ isoterma}$$

$$L(3 \rightarrow 1) = L_{tot} - L(2 \rightarrow 3) - L(1 \rightarrow 2) = L_{tot} - Q(2 \rightarrow 3) = 800 R (2 \ln 2 - 1) - 800 R 2 \ln 2 = -800 R$$

3)

La pressione esterna dell'acqua a **profondità L** è pari alla pressione all'interno dei polmoni

$$p = p_0 + \rho g L \text{ dove}$$

$$p_0 = 10^5 \text{ Pa pressione atmosferica } \rho = 998 \text{ kg/m}^3 \approx 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ densità dell'acqua}$$

in superficie:  $p = p_0$  e la differenza di pressione fra aria nei polmoni e esterno è:

$$\Delta p = p - p_0 = \rho g L \text{ [il sommozzatore } \mathbf{NON} \text{ ha infatti espulso l'aria dai polmoni risalendo in superficie]}$$

$$L = \Delta p / \rho g = 0.95 \text{ m}$$