

Università degli Studi di Siena
Corso di Laurea FTA - A.A. 2011/12
Fluidi e Termodinamica
Esame del 5/9/2012

1) Un pallone aereostatico (o mongolfiera) è, come noto, un pallone gonfiato di gas più leggero dell'aria e che perciò vola galleggiando nell'aria. Il tipo più semplice usa aria calda, ora ottenuta in genere con un bruciatore a gas liquido.

Calcolare la temperatura minima T_{\min} dell'aria necessaria per far salire un pallone di raggio $R = 6$ m e di massa $M = 130$ kg, se la temperatura dell'aria ambiente è $T_{\text{amb}} = 20$ °C (densità dell'aria a 20 °C è 1.2 kg/m³).

Calcolare inoltre la quantità di gas liquido che si è dovuta usare per scaldare l'aria, sapendo che 1 kg di gas liquido, bruciando, fornisce 10000 kcal di calore.

(Si consideri l'aria come un gas perfetto biatomico di peso molecolare $m = 29$ g/mol)

2) Due corpi di capacità termica costante C sono inizialmente ad una temperatura T_i , e sono collegati mediante una macchina termica ciclica. Si vuole raffreddare il primo dei due corpi ad una temperatura finale $T_1 < T_i$, e si trova che per farlo è necessario fare un lavoro W .

a) Supponendo di conoscere W calcolare T_2 .

b) Supponendo che la macchina termica sia reversibile, calcolare $W = W_R$.

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

Calcolo della temperatura minima T_{\min} dell'aria necessaria per far salire il pallone:

Calcolo della forza peso del volume dell'aria spostata dal pallone:

$$F_{p \text{ aria spostata}} = m_{\text{aria spostata}} \cdot g = \rho_{\text{aria spostata}} \cdot V_{\text{aria spostata}} \cdot g = \rho_{\text{aria spostata}} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot g$$

Calcolo della forza peso del pallone e del suo carico:

$$F_{p \text{ pallone}} = m_{\text{pallone}} \cdot g = M \cdot g$$

Calcolo della forza peso dell'aria contenuta all'interno del pallone:

$$F_{p \text{ aria pallone}} = m_{\text{aria pallone}} \cdot g$$

In condizioni di equilibrio:

$$F_{p \text{ aria spostata}} = F_{p \text{ pallone}} + F_{p \text{ aria pallone}}$$

$$\rho_{\text{aria spostata}} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot g = M \cdot g + m_{\text{aria pallone}} \cdot g$$

$$m_{\text{aria pallone}} = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot \rho_{\text{aria spostata}} - M \cdot g = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 \cdot 1,2 - 130 = 956 \text{ kg}$$

Il numero di moli n corrispondenti alla massa d'aria contenuta all'interno del pallone sono:

$$n = \frac{m_{\text{aria pallone}}}{m} = \frac{956}{29 \cdot 10^{-3}} = 33 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

Dalla legge sui gas perfetti è possibile calcolare la temperatura T_{\min} :

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$T_{\min} = \frac{P \cdot V}{n \cdot R} = \frac{P \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3}{n \cdot R} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3}{33 \cdot 10^3 \cdot 8,315} = 334 \text{ K}$$

Calcolo della quantità di gas liquido che si è dovuta usare per scaldare l'aria

La quantità di calore somministrata all'aria contenuta all'interno del pallone è:

$$\Delta Q = \frac{7}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{7}{2} \cdot 33 \cdot 10^3 \cdot 8,315 \cdot (334 - 293) = 39376 \cdot 10^3 \text{ J} = \frac{39376 \cdot 10^3}{4186} = 9406 \text{ kcal}$$

Ora è possibile calcolare la quantità di combustibile utilizzato:

$$\Delta Q : x = 10000 : 1$$

$$x = \frac{\Delta Q}{10000} = \frac{9406}{10000} = 0,94 \text{ kg}$$

Esercizio 2

Domanda 1 Se Q_1 è il calore estratto dal primo corpo, e Q_2 quello fornito al secondo, dal primo principio abbiamo

$$Q_2 - Q_1 = W$$

ma d'altra parte

$$\begin{aligned} Q_2 &= C(T_2 - T_i) \\ Q_1 &= -C(T_1 - T_i) \end{aligned}$$

e quindi

$$W = C(T_1 + T_2 - 2T_i)$$

da cui

$$T_2 = \frac{W}{C} + 2T_i - T_1 \quad (1)$$

Domanda 2 Se la macchina è reversibile l'entropia del sistema non è cambiata. Quest'ultima si scrive come

$$dS = -\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2}$$

ed integrando

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_{T_i}^{T_1} \frac{CdT'}{T'} + \int_{T_i}^{T_2} \frac{CdT'}{T'} \\ &= C \log \frac{T_1 T_2}{T_i^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Quindi

$$T_2 = \frac{T_i^2}{T_1}$$

e

$$W_R = CT_i \left(\frac{T_1}{T_i} + \frac{T_i}{T_1} - 2 \right) \equiv CT_i \left(x + \frac{1}{x} - 2 \right) \quad (3)$$

con $x = T_1/T_i$.