Lezione n.2

Esercizio n.1

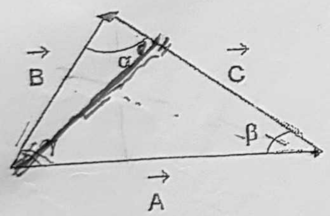
Siano $\hat{u}_1$ e $\hat{u}_2$ due vettori unitari nel piano (x, y). Detti rispettivamente α e β gli angoli formati da ciascun vettore con l'asse x, verificare le due identità trigonometriche

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

Utilizzando il prodotto scalare $\hat{u}_1 \cdot \hat{u}_2$.

Esercizio n.2

Dato un triangolo piano ABC si dimostri il teorema dei seni:



$$\frac{|\vec{A}|}{\sin\alpha} = \frac{|\vec{B}|}{\sin\beta} = \frac{|\vec{C}|}{\sin\gamma}$$

Suggerimento: si consideri l'identità $\vec{C} \times \vec{A} = \vec{B} \times \vec{A}$ dove è $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A}$.

Esercizio n.3

Dati i vettori A = (1, 1, 1) e B = (-1, -1, 2), determinare le componenti del vettore $\vec{C} = \hat{u}_A \times \hat{u}_B$ dove è $\hat{u}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$ e $\hat{u}_B = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$. Verificare che C è unitario e giace sul piano (x, y).

Esercizio n.4

Determinare l'equazione vettoriale della retta passante per i due punti A e B individuati dai vettori OA = A e OB = B in un riferimento cartesiano ortogonale.

Esercizio n.5

Determinare l'equazione vettoriale del piano passante per i tre punti non allineati A, B, C.

Esercizio n.6

Dimostrare l'identità di Lagrange:

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{C}\times\vec{D}\right)=\left(\vec{A}\cdot\vec{C}\right)\left(\vec{B}\cdot\vec{D}\right)-\left(\vec{A}\cdot\vec{D}\right)\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)$$