## Lezione 9

Acceleratore lineare.

Moto di una particella carica relativistica in un campo magnetico.

Acceleratori circolari: ciclotrone, sincrociclotrone, sincrotrone.

Collisori

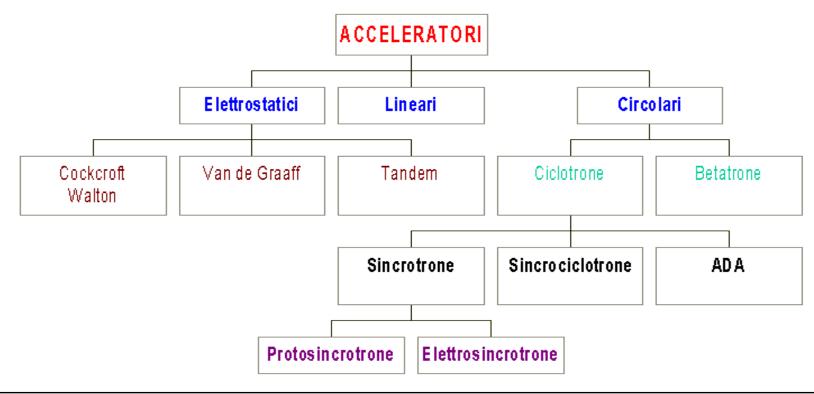
Corso di Fisica nucleare e subnucleare Paolo Maestro a.a. 2020/21 Gli acceleratori forniscono fasci di particelle cariche o ioni accelerate a energia definita.

Energie ottenibili: dal MeV al TeV

Intensità elevate: fino a 10<sup>16</sup> particelle al s che possono concentrarsi su bersagli ≲mm²

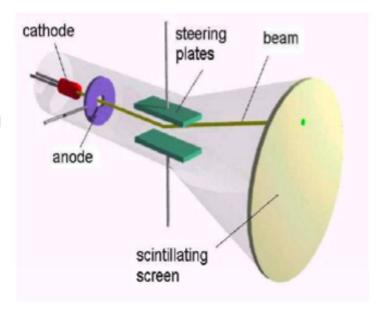
#### **Utilizzi:**

- Studio della struttura di sistemi subatomici (nuclei e particelle).
- Produzione e studio di reazioni nucleari
- Applicazioni mediche (radioterapia)
- Produzioni di radioisotopi (per uso ad esempio in medicina nucleare)



# Il primo acceleratore elettrostatico: il tubo catodico

- electrons emitted by a hot filament
- cathode: negative high voltage (~10 kV)
- anode: grounded
- steering plates
  - timebase
  - signal

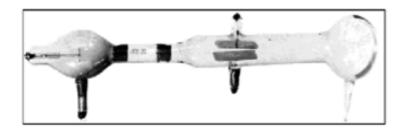


simplest example: oscilloscope

## ♦ la particella guadagna l' energia q∆V :

20 KV e' facile

100 kV molto difficile ci sono problemi di scarica

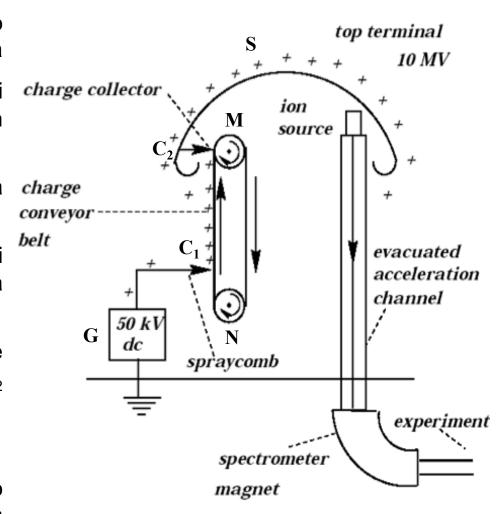


CRT of J.J. Thomson (1897)

### Acceleratore di Van de Graaff

- Elettrodo S a forma di sfera cava di diametro di alcuni metri sorretto ad alcuni metri da terra
- Due rulli M e N su cui si muove una cinghia di charge collector un buon isolante. Il rullo N è azionato da un motore.
- Il generatore G mantiene un d.d.p. tra C<sub>1</sub> e la charge cinghia di alcune migliaia di Volt

  conveyo
- La punta C<sub>1</sub> acquista cariche e la cinghia si carica +. Le cariche + sono trasportate dalla cinghia
- Sul collettore di carica C<sub>2</sub> sono indotte cariche
   che sfuggono poi dalla punta C<sub>2</sub> neutralizzando la carica della cinghia
- S si carica + per induzione elettrostatica
- La sorgente di ioni è posta all'interno dell'elettrodo cavo e la tensione viene ripartita con un partitore di tensione, lungo il tubo a vuoto in cui viene accelerato il fascio.



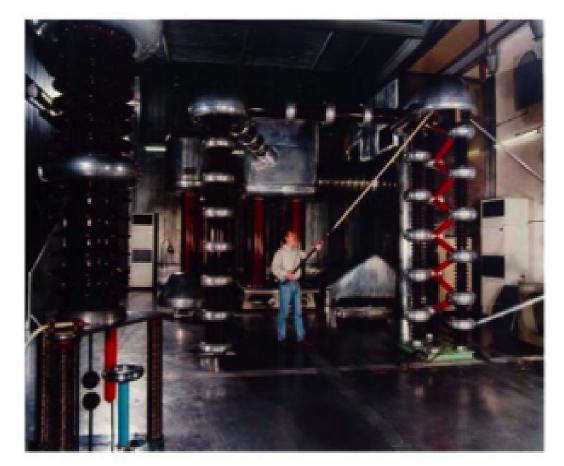
### Acceleratore di Van de Graaff

#### Utilizzo oggi degli acceleratori elettrostatici:

- iniettori di particelle preaccelerate per acceleratori di maggiori energie
- studio delle reazioni nucleari a bassa energia
- produzione, mediante reazioni nucleari, fasci di neutroni veloci e di raggi X penetranti.

#### Caratteristiche:

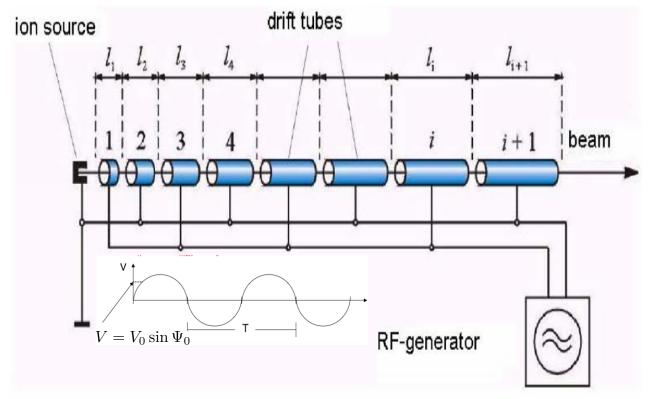
- fascio continuo di ioni a E<sub>max</sub>~12 MeV
- dE/E piccolo in quanto tutti gli ioni sono sottoposti alla stessa accelerazione
- · stabile su lunghi periodi di tempo
- consente di variare con continuità l'energie delle particelle su un ampio intervallo
- possibilità di cambiare il tipo di particelle da accelerare cambiando il gas da ionizzare



$$V = \frac{Q}{C} \approx 12MV$$

$$E = qV = \frac{1}{2}mv^2 = 12MeV$$

#### **Acceleratore lineare**



Inventato da Wideroe (1928)

I tubi sono connessi a polarità alternate.

Le particelle sono schermate dal campo elettrico all'interno dei tubi (gabbia di Faraday), e quindi si muovono a velocità costante nelle cavità.

Le particelle sono accelerate fra un tubo e l'altro. Nel caso di elettroni, ciò è possibile se all'uscita di un tubo l'elettrone "vede" una tensione positiva sull'elettrodo affacciato e negativa sul'elettrodo da cui esce. Viceversa per particelle cariche positive.

Affinché l'elettrone venga accelerato all'uscita di ciascun tubo è necessario che il tempo di attraversamento di ogni tubo t sia t=T/2, dove T è il periodo della tensione alternata a RF applicata al tubo (T= $2\pi/\omega$ ).

$$\frac{1}{2}m_e v_1^2 = eV \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}}$$
 Velocità alla prima gap

$$\frac{1}{2}m_e v_2^2 - \frac{1}{2}m_e v_1^2 = eV$$

$$\frac{1}{2}m_e v_2^2 = 2eV \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{4eV}{m_e}}$$
 Velocità alla seconda gap

$$V = V_0 \sin \Psi_0$$

 $\Psi_0$ : fase della RF vista dalla particelle quando attraversa la gap fra due tubi.

$$v_i = \sqrt{i \frac{2eV}{m_e}}$$

$$L_i = v_i t = v_i \frac{T}{2} = \sqrt{i \frac{2eV}{m_e}} \frac{T}{2}$$

Velocità alla gap i-esima

Lunghezza del tubo i-esimo.

Poichè ad ogni accelerazione v<sub>i</sub> aumenta→ L<sub>i</sub> deve aumentare con v per mantenere la sincronizzazione con la RF.

Quando  $v=c \rightarrow L = costante$ 

 $E_{max} = neV$ 

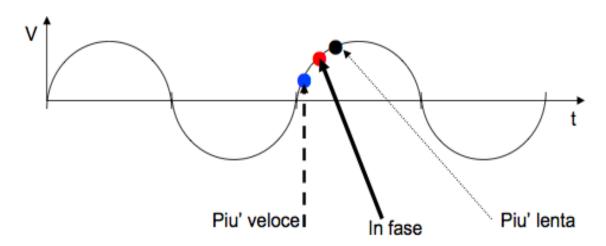
Energia massima della particella dopo n tubi



## Stabilità di fase

La sincronizzazione fra particelle e RF si può perdere per:

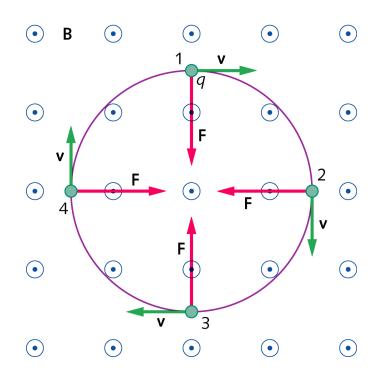
- imprecisioni meccaniche dell'acceleratore
- diverse velocità iniziali delle particelle
- instabilità della RF
- urti con le molecole residue nei tubi a vuoto



Stabilità di fase: la particella più veloce (lenta) arriva prima (dopo) nella gap di quella in fase e vede un potenziale minore (maggiore), quindi è meno (più) accelerata di quella in fase.

In tal modo le particelle tendono ad essere impacchettate e non perdere la sincronia.

# Moto di una carica in un campo magnetico



 $T, v, \omega$  non dipendono da v (v << c) Particelle con uguale q/m compiono un giro nello stesso tempo.

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

se  $v \perp B$  (uniforme e costante)  $\rightarrow L=0 \rightarrow |v|$ costante → Moto circolare uniforme

$$m\frac{v^2}{R} = q v B$$

Forza centripeta

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Raggio dell'orbita

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{q B}$$

Periodo

$$v = \frac{1}{T} = \frac{q B}{2 \pi m} = \frac{\omega}{2\pi}$$
 Frequenza, pulsazione

#### Caso relativistico

$$rac{dec{p}}{dt} = qec{v} imesec{B}$$

$$\frac{d\left(m\gamma\vec{v}\right)}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$m\gamma \frac{d\vec{v}}{dt} + m\frac{d\gamma}{dt}\vec{v} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Come nel caso classico, poiché la forza di Lorentz non fa lavoro, non c'e' variazione di energia cinetica e quindi il modulo di v è costante  $\rightarrow$  d $\gamma$ /dt=0 . Pertanto:

$$\frac{d\gamma}{dt} = 0$$

e l'equazione del moto si riduce a

$$m\gamma \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

che descrive un moto circolare uniforme.

La velocità è legata al raggio R dalla relazione  $v=\omega R$  e sostituendo si ottiene

$$m\gamma\omega^2 R = q\omega RB$$

$$\omega = \frac{qB}{m\gamma} = \frac{qB}{m}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Nel caso relativistico la pulsazione (e quindi il periodo T) non è costante come nel caso classico, ma dipende dalla velocità. Il raggio si ricava in modo analogo:

$$m\gamma \frac{v^2}{R} = qvB$$
$$m\gamma \frac{v}{R} = qB$$
$$\frac{p}{R} = qB$$

$$R = \frac{p}{qB}$$

## Acceleratori circolari

➤ Limite degli acceleratori lineari: ogni tubo è usato una sola volta nel processo di accelerazione → Per ottenere energie alte serve un acceleratore molto lungo.

SLAC (Stanford Linear Accelerator): 3 km di lunghezza, 10<sup>5</sup> stadi acceleranti.

Energia max degli elettroni: 50 GeV

Per superare questo svantaggio, sono stati sviluppati gli acceleratori circolari in cui le particelle passano più volte attraverso una stessa stazione di accelerazione.

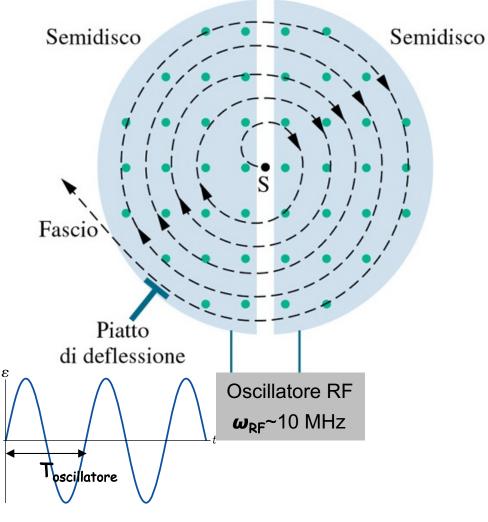
Le particelle vengono accelerate percorrendo orbite:

a spirale → ciclotroni, sincrociclotroni

chiuse > sincrotroni

#### Inventato da Lawrence nel 1929

## **Ciclotrone**

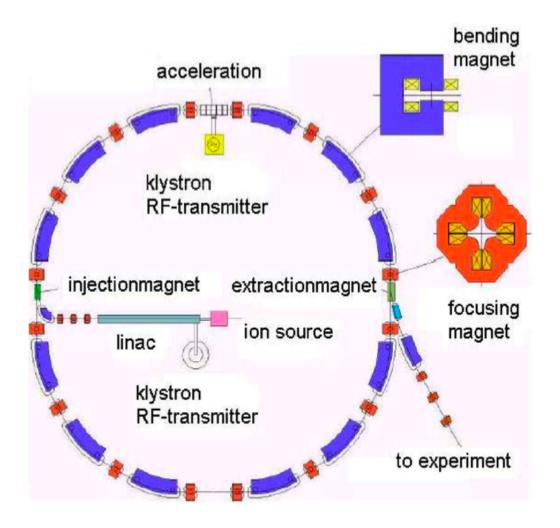


- ightharpoonup Semidischi D di rame, cavi immersi in campo B uniforme e  $\perp$  di intensità ~1-2 T
- ➤Oscillatore applica d.d.p. alternata ai D
- Sorgente S inietta protoni.
  - accelerati nell'intercapedine
  - traiettoria circolare in B con R = mv/qB
     e periodo T indipendente da v
- $\succ$  Condizione di risonanza:  $\omega = \omega_{RF}$ 
  - ⇒ Protone in circolo è in sincronia con oscillazioni della d.d.p. applicata ai D
- Traiettoria a spirale verso esterno
- Protone acquista energia ad ogni attraversamento dell'intercapedine
- Funziona fino ad energie ~50 MeV

### **Sincrociclotrone**

- Ad energie relativistiche la pulsazione della particella  $\omega$  non è più costante varia con la sua velocità  $\rightarrow$  la pulsazione della radiofrequenza  $\omega_{RF}$  va accordata  $\omega$
- Nel sincrociclotrone si ottiene ciò diminuendo  $\omega_{\mathsf{RF}}$  durante il ciclo di accelerazione seguendo la variazione di  $\omega$
- Si possono accelerare protoni e ioni fino a circa 500 MeV.
- Gli elettroni sono subito relativistici e quindi il ciclotrone non funziona
- Per avere energie maggiori occorre aumentare R → B uniforme su grande superficie
   → Massa e dimensioni del magnete enormi → Costi proibitivi e difficoltà tecniche →
   Per superare queste difficoltà sono stati sviluppati i sincrotroni

#### **Sincrotrone**



- ➤ Più magneti curvanti e focalizzanti lungo la traiettoria delle particelle.
- Particelle si muovono in camera a vuoto a forma di ciambella
- Orbita circolare con R costante
- Cavità RF: campo elettrico alternato accelera le particelle.
- > Funziona in tre fasi:
  - iniezione (da acc. lineare)
  - accelerazione
  - estrazione

Primi proto-sincrotroni a Berkeley:

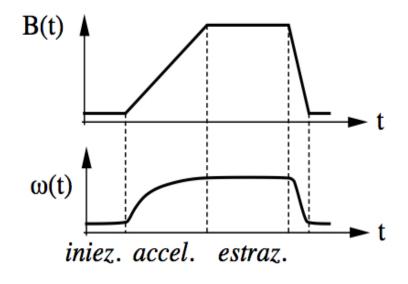
1951 Cosmotron 3 GeV p

1955 Bevatron 6 GeV p

Nella fase di accelerazione, all' aumentare dell' impulso p viene aumentato B(t) per mantenere le particelle sulla circonferenza di raggio R

$$B=\frac{p}{q\,R}$$
 
$$\omega=\frac{qB}{m\gamma}=\frac{qB\beta c}{p}=\frac{\beta c}{R}$$
 
$$\frac{\omega_{RF}=\omega}{\cos(\alpha + \beta c)}$$
 condizione di risonanza

Nei proto-sincrotroni  $\omega_{RF}$  deve essere variata durante la fase di accelerazione.

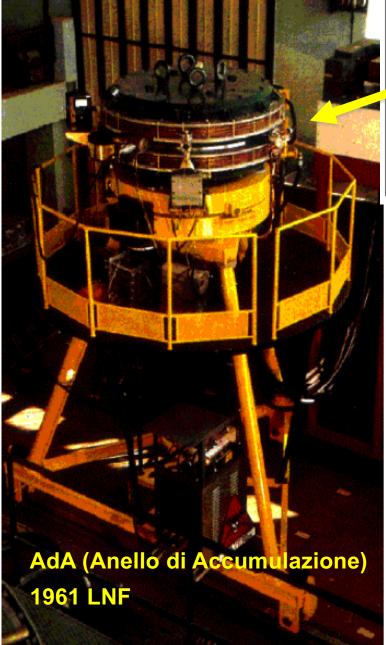


Particelle compiono fino a  $10^5$  giri prima di raggiungere  $E_{MAX} = \frac{1}{2} \text{ m } \omega^2 \text{ R}^2$ 

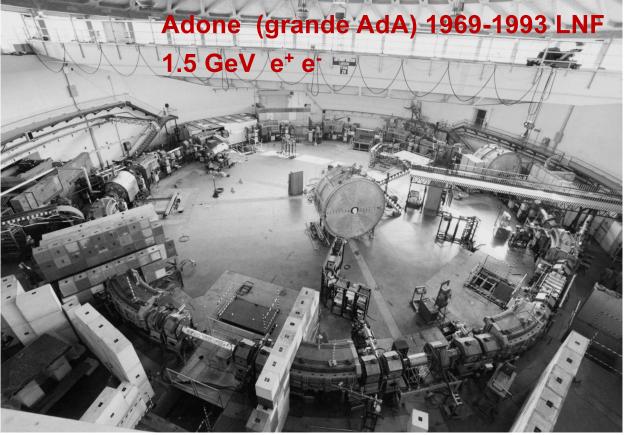
Al valore max di B → estrazione

Negli elettro-sincrotroni, elettroni iniettati di pochi MeV sono già relativistici  $\rightarrow \beta = 1$   $\rightarrow \omega = \frac{c}{R}$  è costante e quindi  $\omega_{\rm RF}$  non deve essere variata.

# AdA: il primo collisore elettrone - positrone



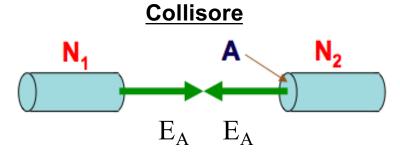
Peso magnete	8.5 t
diametro	160 cm
Freq. cavita'	147.2 MHz
Energia fascio	200 MeV



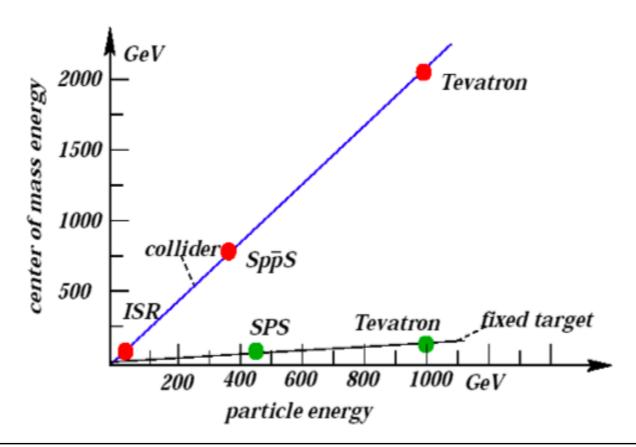
# Energia nel centro di massa



$$\sqrt{s} = \sqrt{2m_B E_A}$$

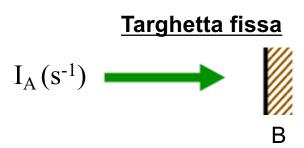


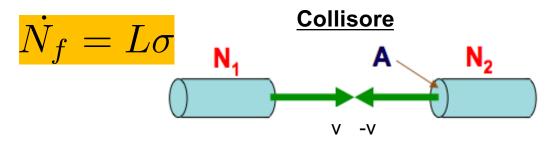
$$\sqrt{s} = 2E_A$$



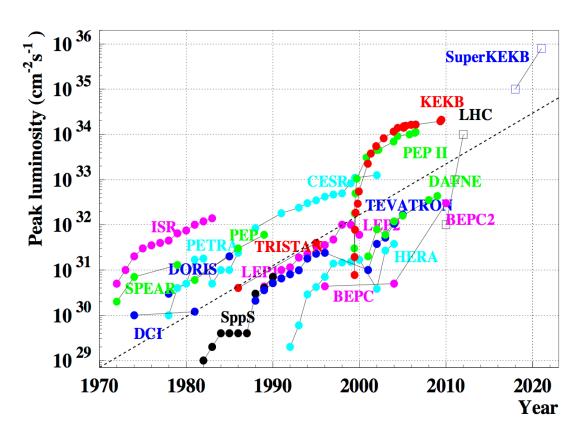
Per la dimostrazione, vedi Slide E1 Es. 5

#### Luminosità





$$L = \phi_A N_B = n_A v_A N_B$$

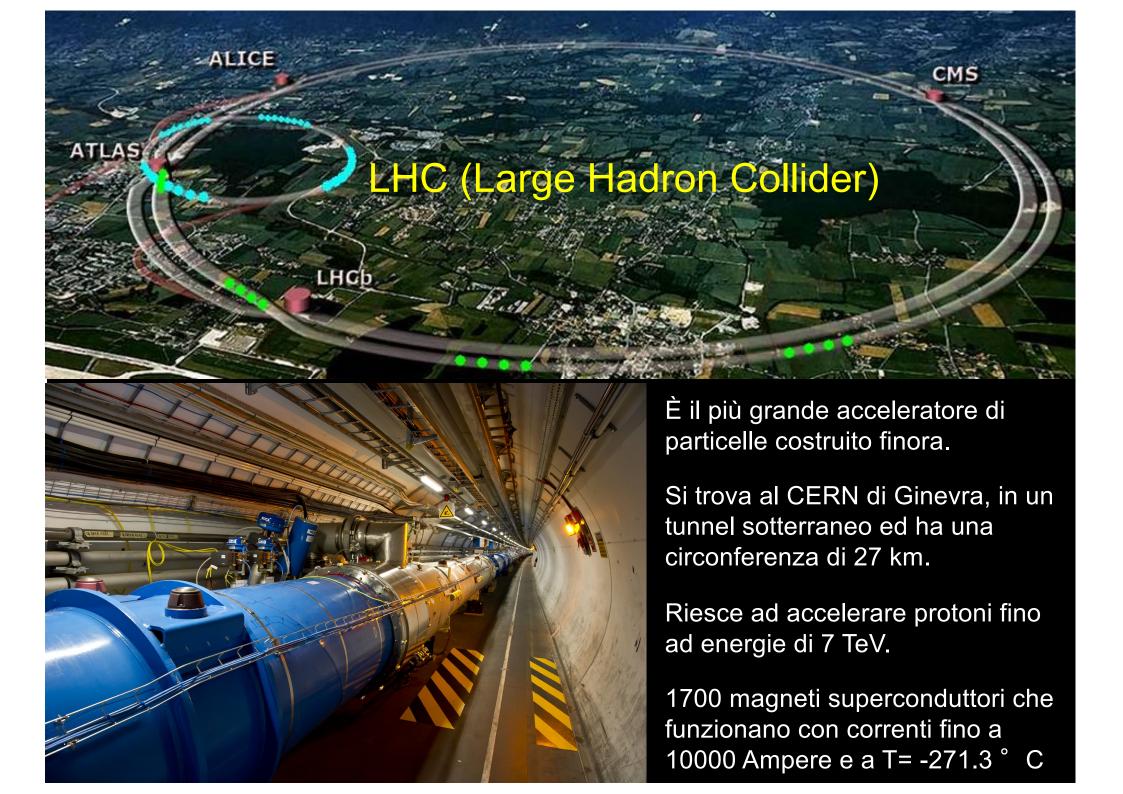


In un anello di accumulazione di raggio R sono iniettati J pacchetti di  $N_1$  o  $N_2$  particelle che circolano con velocità v in senso opposto.

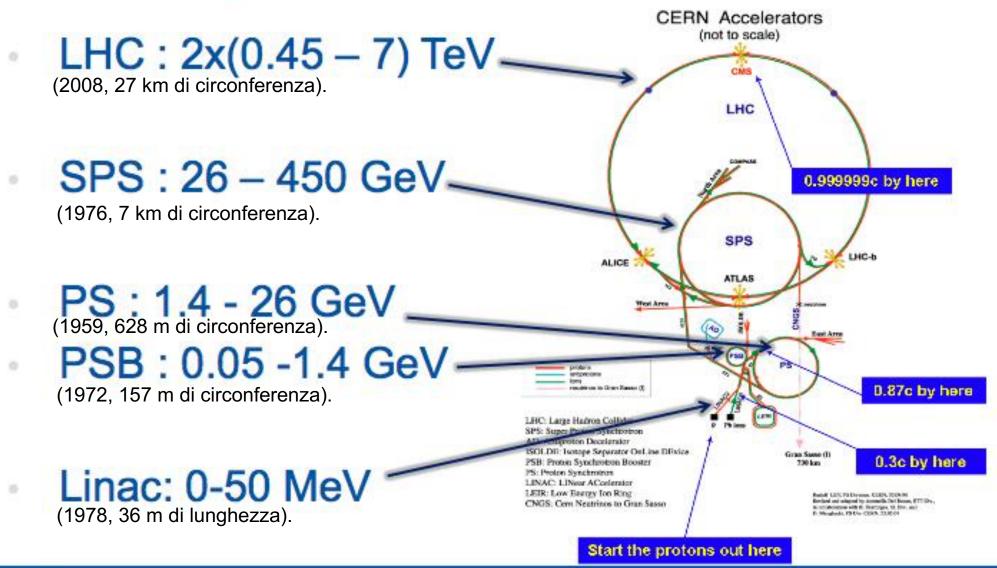
Esse collidono Jv/ $2\pi R$  volte al secondo in un punto dove è situato il centro di un rivelatore. La luminosità è

$$L = \frac{N_1 N_2}{A} J f = \frac{N_1 N_2}{A} \frac{J v}{2\pi R}$$

A è la superficie di sovrapposizione dei fasci, che deve essere ridotta al minimo.



# CERN proton accelerator chain





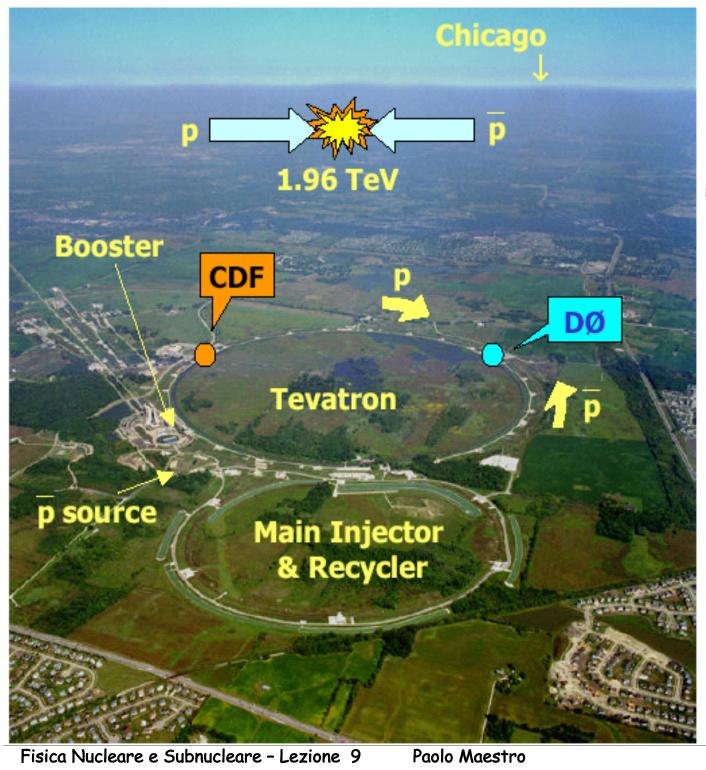












### **Tevatron a Fermilab**

$$L \approx 2.5 \times 10^{32} cm^{-2} s^{-1}$$
$$\sqrt{s} = 1.96 \ TeV$$
$$\sigma_{tot}(1.96 TeV) \approx 60 \ mb$$

#### FERMILAB'S ACCELERATOR CHAIN

