Università degli Studi di Siena

Corso di Laurea FTA - A.A. 2021/2022

Fisica Nucleare e subnucleare

Prova scritta del 11/7/2022

1) La radiazione cosmica è costituita principalmente da protoni che interagiscono nell'atmosfera terrestre. Consideriamo un modello semplificato di atmosfera fatta solo di azoto, di spessore 50 km e densità media pari a 1/10 della densità dell'aria sulla superficie terrestre (ρ=1.205x10^{-3} g/cm^3). Assumiamo inizialmente come sezione d'urto di assorbimento la sezione geometrica (πR^2) di un nucleo di azoto. Calcolare:

a) il coefficiente di assorbimento dei protoni;
b) la spessore di atmosfera z in cui il 50% dei protoni interagisce;
c) l'energia persa per ionizzazione dai protoni attraversando z, trattandoli come particelle al minimo di ionizzazione (dE/dx = 1.8 MeV cm^2/g);
d) come cambia la risposta alla domanda b), se invece del coefficiente di assorbimento si utilizza la lunghezza di interazione nucleare λ=90.1 g/cm^2?

Al contrario dei protoni, i raggi gamma che penetrano nell'atmosfera danno origine a cascate elettromagnetiche.

e) A quale altezza sulla superficie terrestre si ha il massimo sviluppo dello sciame per raggi gamma di energia 100 GeV?

f) Quante particelle secondarie sono presenti nello sciame al suo massimo sviluppo?

[Aria: lunghezza di radiazione X_0=36.6 g/cm^2; energia critica E_c = 88 MeV]

2) Dimostrare utilizzando la formula semiempirica di massa che il $^{236}_{94}$Pu è instabile per decadimento α. Si assuma per l'energia di legame della particella α il valore B(2,2) = 28.28 MeV.

Calcolare la quantità di moto della particella α prodotta nel decadimento.

Valori di massa utili: m_p = 938.27 MeV/c^2 m_n=939.56 MeV/c^2

Parametri della formula semiempirica di massa:

a_V=15.7 MeV/c^2 ; a_S=17.2 MeV/c^2; a_C=0.71 MeV/c^2; a_A= 93.2 MeV/c^2;

δ= +11.2 MeV/c^2 (Z pari, N pari), -11.2 MeV/c^2 (Z dispari, N dispari), 0 (A dispari)

3) L'iperone Y è prodotto nella reazione forte $\bar{X} + p \rightarrow X + Y$ in cui il protone è fermo nel sistema del laboratorio.

La particella X ha stranezza S=+1, isospin I=1/2 e I_3=+1/2, carica Q=+1.

$\bar{X}$ è l'antiparticella di X.

a) Determinare Q, S, I, I_3 per la particella Y.

b) L'energia cinetica di soglia perché avvenga la reazione è 662.13 MeV. Sapendo che la massa M_X=493.6 MeV/c^2, determinare la massa della particella Y.

c) Quando l'energia cinetica di $\bar{X}$ è uguale all'energia di soglia, la particella Y percorre una distanza L=2.83 cm prima di decadere. Qual è la vita media di Y?

d) La particella Y decade nel canale $Y \rightarrow \Lambda\pi^-$. Si tratta di un decadimento forte, elettromagnetico o debole? Spiegare.

e) Qual è la larghezza Γ del decadimento, se il suo branching ratio è 100% ?

SOLUZIONI

2) Pu→ U+ α

Pu A=236, Z=94

U A=232, Z=92

$Q = 94\ m_p + (236-94)\ m_n - B(236,94) - [92\ m_p + (232-92)\ m_n - B(232, 92)] - [2\ m_p + 2\ m_n - B(2,2)]$

$Q = -B(236,94) + B(232,92)+B(2,2)$

$B(A,Z) = a_V\ A - a_S\ A^{2/3} - a_C\ Z(Z-1)\ A^{-1/3} - a_A\ (N-Z)^2/(4A) + \delta/A^{1/2}$

$B(236, 94) = a_V\ 236 - a_S\ 236^{2/3} - a_C\ 94\ 93\ 236^{-1/3} - a_A\ (48)^2/(4\ 236) + 11.2/236^{1/2}$

$B(232, 92) = a_V\ 232 - a_S\ 232^{2/3} - a_C\ 92\ 91\ 232^{-1/3} - a_A\ (48)^2/(4\ 232) + 11.2/232^{1/2}$

$B(2,2) = 28.28$

Q = 6.2315 MeV >0 → Il decadimento avviene

$M\alpha = 2\ m_p + 2\ m_n - B(2,2) = 3727.38$ MeV/c^2

$M_U = 92\ m_p + (232-92)\ m_n - B(232, 92) = 216070$ MeV/c^2

Dalla conservazione dell'energia e della quantità di moto nel decadimento

$$M_{Pu}c^2 = M_U c^2 + T_U + M_\alpha c^2 + T_\alpha$$

$$o = \vec{P}_\alpha + \vec{P}_U$$

$$\left|\vec{P}_\alpha\right| = \left|\vec{P}_U\right|$$

$$T_\alpha = \frac{\left|\vec{P}_\alpha\right|^2}{2M_\alpha}$$

$$T_U = \frac{\left|\vec{P}_\alpha\right|^2}{2M_U} \qquad T_\alpha + T_U = \left|\vec{P}_\alpha\right|^2\left(\frac{1}{2M_\alpha} + \frac{1}{2M_U}\right)$$

$$\left|\vec{P}_\alpha\right|^2 = 2Q\frac{M_\alpha M_U}{M_\alpha + M_U} \qquad T_\alpha = \frac{\left|\vec{P}_\alpha\right|^2}{2M_\alpha} = Q\frac{M_U}{M_\alpha + M_U} \approx Q$$

$P\alpha = 213.7$ MeV/c

3)

a) L'operatore coniugazione di carica inverte i numeri quantici interni della particella, ma non spin e isospin I. Inverte però la terza componente dell'isospin che è legata alla carica dalla relazione $Q = B/2 + I_3$

Quindi la particella barX ha S=-1, Q=-1, I=1/2 e I_3=-1/2

La sua massa è la stessa di X

Dato che si tratta di una reazione forte l'isospin I e I_3 si conservano. Inoltre si conserva la stranezza e la carica

Quindi Y ha Q=-1, S=-2, I =1/2, I_3= -1/2 (perché I_3=-1/2+1/2=0 nello stato iniziale)

b) L'energia cinetica di soglia della reazione T_{th}, è l'energia cinetica minima nel sistema del laboratorio che deve avere barX (p è in quiete) affinché la reazione avvenga con le particelle finali prodotte ferme nel sistema del CM.

$T_{th} = [(M_X+M_Y)^2 – (M_X+m_p)^2]/(2\ m_p)$

Dalla relazione ricaviamo M_Y

$M_Y^2+ 2\ M_X\ M_Y - m_p\,(2T_{th} +2m_X + m_p)=0$

$M_Y= -M_X + ½\ [4M_X^2 + 4\ m_p\,(2T_{th} +2m_X + m_p)]^{1/2} = 1321\ MeV/c^2$

c) Se barX ha energia cinetica pari a energia di soglia, le particelle finali sono prodotte ferme nel sistema CM → $E_Y^* = M_Y \quad p_Y^* = 0$

Applicando la trasformazione di Lorentz, ricaviamo l'energia di Y nel sistema del LAB

$E_Y = \gamma_{CM}\ E_Y^* = \gamma_{CM}\ M_Y$

La velocità del CM nel sistema LAB è data da

$\beta_{CM} = p_{barX}/[E_{barX}+m_p] = [\ (T_{th}+M_X)^2- M_X^2]^{0.5}/[\ T_{th}+M_X +m_p] = 0.499$

$\gamma_{CM}=(1-1/\beta_{CM}^2)^{0.5} = 1.154$

Inoltre $E_Y = \gamma\ M_Y$

dove γ è il fattore di Lorentz della particella Y→ $\gamma = \gamma_{CM}$

La distanza percorsa dalla particella Y nel LAB è

$L = \gamma\beta c\tau$

dove τ è la vita media della particella.

$\tau = L/\gamma\beta c =1.64\ 10^{-10}$ s

d) → interazione debole. Per interazione forte τ ~10^{-23} s. Non può inoltre essere e.m. perché il decadimento non conserva stranezza (S=-1 per Λ)

e) La larghezza del decadimento è

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar c}{\tau c} = \frac{197 \text{ MeV fm}}{1.64 \times 10^{-10} \times 3 \times 10^{23} \text{ fm}} = 4 \times 10^{-12} \text{ MeV}$$

1)

a) $R= R_0 A^{1/3}= 1.2 A^{1/3}$ fm

$\sigma=\pi R^2 = \pi (R_0 A^{1/3})^2 = \pi(1.2x10^{-15}\ 14^{1/3})^2 = 2.62x10^{-29}$ m^2 = $2.62x10^{-25}$ cm^2

Il numero di atomi di N per unità di volume è

$n = \rho N_A/A$ = 1/10 $1.205x10^{-3}$ $6.02x10^{23}/14 = 5.2x10^{18}$ cm^{-3}

Il coefficient di assorbimento è

$\mu = \sigma n$ = $1.362x10^{-6}$ cm^{-1}

b) La probabilità di non interazione è $P_{ni} = \exp(-\sigma\ n\ z) = \exp(-\mu\ z)$

Se $P_{ni} = 0.5 \rightarrow z = -1.0/\mu\ \ln(0.5)$ = 508918 cm = 5.089 km

c) $\Delta E = dE/dx\ \rho\ z$ = 1.8 MeV cm^2/g 1/10 $1.205x10^{-3}$ g/cm^3 508918 = 110.3 MeV

d) Se si considera la lunghezza di interazione nucleare

λ=90.1 g/cm^2 = 90.1/($1.205x10^{-3}$)= $74.77x10^3$ cm

La probabilità di non interazione è $P_{ni} = \exp(-z/\lambda)$

Se $P_{ni} = 0.5 \rightarrow z = -\lambda \ln(0.5)$ = cm = 51826 cm = 0.518 km

e) $t_{max} = \ln(E/E_c)/\ln2$ = ln (100 GeV/88 MeV)/ln2 = $\ln(10^5/88)/\ln2$ =10.15 in unità di X_0

t_{max} = 10.15 x 36.6 g/cm^2 /[0.1 x $1.205x10^{-3}$ g/cm^3] = 3082960 cm = 30.83 km

Il massimo dello sciame si ha ad un'altitudine 50 km – 30.93 km = 19 km

f) $N_{sec} = E_0/E_c$ = 1136