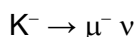


Università degli Studi di Siena
 Corso di Laurea FTA - A.A. 2021/2022
 Fisica Nucleare e subnucleare
 Prova scritta del 21/6/2022

1) L'interazione $\nu + n \rightarrow \mu^- p$ è studiata inviando un flusso totale di 10^{15} neutrini/m² su un bersaglio di 15 tonnellate di ferro ($A=56$, $Z=26$, $\rho=7.87$ g/cm³). Si osservano 160 eventi. Si ricavi la sezione d'urto del processo.

2) Dall'urto di pioni su protoni emergono dei K^- che decadono in volo in questo modo



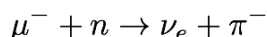
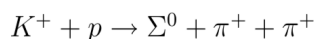
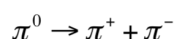
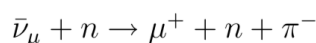
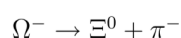
Si calcoli:

- a) nel sistema del centro di massa del K^- l'impulso del neutrino, assumendo che abbia massa nulla;
- b) nel sistema del laboratorio, l'intervallo di energie dei μ^- prodotti dai decadimenti dei K^- che hanno una energia totale pari a 500 MeV.

$$[M_K = 493.7 \text{ MeV}/c^2, M_\mu = 105.7 \text{ MeV}/c^2]$$

3) Stabilire quali delle seguenti reazioni e dei decadimenti sono permessi e quali sono proibiti in base alle leggi di conservazione.

Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati; per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.



4) La composizione isotopica del potassio naturale è: 93% ³⁹K, 6.98% ⁴¹K, 0.02% ⁴⁰K. Dei tre isotopi solo il ⁴⁰K è radioattivo e decade con un tempo di dimezzamento $T_{1/2} = 1.29 \times 10^9$ anni. Calcolare l'attività di 15 g di potassio naturale.

5) Scrivere la formula del decadimento β^- del fosforo ³²P ($Z=15$).

Utilizzando la formula semiempirica di massa, stimare l'energia cinetica massima dell'elettrone emesso nel decadimento.

Qual è lo spin-parità J^P dello stato fondamentale dei nuclei padre e figlio?

Qual è il valori di isospin I_z dei due nuclei?

Valori di massa utili:

$$m_p = 938.27 \text{ MeV}/c^2, m_n = 939.56 \text{ MeV}/c^2, m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

Parametri della formula semiempirica di massa:

$$a_v = 15.7 \text{ MeV}/c^2; a_s = 17.2 \text{ MeV}/c^2; a_c = 0.71 \text{ MeV}/c^2; a_A = 93.2 \text{ MeV}/c^2;$$

$$\delta = +11.2 \text{ MeV}/c^2 \text{ (Z pari, N pari)}, -11.2 \text{ MeV}/c^2 \text{ (Z dispari, N dispari)}, 0 \text{ (A dispari)}$$

SOLUZIONI

1)

$$\phi_v = 10^{15} \text{ v/m}^2 = 10^{11} \text{ v/cm}^2; \quad N_{ev} = 160 \text{ eventi}; \quad M_{\text{bersaglio}} = 15 \text{ t} = 15 \times 10^6 \text{ g}; \quad A_{Fe} = 56; \quad Z_{Fe} = 26$$

$$N_n = \frac{M_{\text{bersaglio}}}{A_{Fe}} \cdot N_A \cdot (A_{Fe} - Z_{Fe}) = \frac{15 \times 10^6 \text{ g}}{56 \text{ g/mole}} \cdot 6.022 \times 10^{23} \text{ moli}^{-1} \cdot 30 = 4.84 \times 10^{30} \text{ neutroni}$$

$$N_{ev} = \phi_v \cdot N_n \cdot \sigma \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{N_{ev}}{\phi_v \cdot N_n} = \frac{160}{10^{11} \text{ cm}^{-2} \cdot 4.84 \times 10^{30}} = 3.3 \times 10^{-40} \text{ cm}^2$$

2)

1) Nel sistema del centro di massa:

$$|\vec{p}_\mu^*| = |\vec{p}_\nu^*|$$

$$M_K c^2 = E_\mu^* + E_\nu^* = E_\mu^* + |\vec{p}_\nu^*| c$$

$$\begin{aligned} M_K^2 c^4 &= E_\mu^{*2} + |\vec{p}_\nu^*|^2 c^2 + 2|\vec{p}_\nu^*| c (M_K c^2 - |\vec{p}_\nu^*| c) = M_\mu^2 c^4 + 2|\vec{p}_\nu^*|^2 c^2 + 2|\vec{p}_\nu^*| c \cdot M_K c^2 - 2|\vec{p}_\nu^*|^2 c^2 = \\ &= M_\mu^2 c^4 + 2|\vec{p}_\nu^*| c \cdot M_K c^2 \end{aligned}$$

$$|\vec{p}_\nu^*| c = \frac{M_K^2 c^4 - M_\mu^2 c^4}{2M_K c^2} = 235.5 \text{ MeV}$$

2) Nel sistema del laboratorio:

$$\beta_{\text{CM}} = \frac{|\vec{p}_K| c}{E_K} = \frac{\sqrt{E_K^2 - M_K^2 c^4}}{E_K} = \frac{79.1 \text{ MeV}}{500 \text{ MeV}} = 0.1582 \quad \gamma_{\text{CM}} = \frac{E_K}{M_K c^2} = 1.0127$$

$$E_\mu = \gamma_{\text{CM}} \left(E_\mu^* + \beta_{\text{CM}} |\vec{p}_\mu^*| c \cdot \cos \theta^* \right)$$

$$\text{con } E_\mu^* = M_K c^2 - E_\nu^* = M_K c^2 - |\vec{p}_\nu^*| c = 258.2 \text{ MeV}; \quad |\vec{p}_\mu^*| = |\vec{p}_\nu^*| = 235.5 \text{ MeV}/c$$

$$1) \quad E_\mu^{\text{MAX}} = E_\mu (\theta^* = 0) = \gamma_{\text{CM}} \left(E_\mu^* + \beta_{\text{CM}} |\vec{p}_\mu^*| c \right) = 299.2 \text{ MeV}$$

$$2) \quad E_\mu^{\text{MIN}} = E_\mu (\theta^* = \pi) = \gamma_{\text{CM}} \left(E_\mu^* - \beta_{\text{CM}} |\vec{p}_\mu^*| c \right) = 223.7 \text{ MeV}$$

3)

- 1) Si, debole
- 2) non conservazione quadripulso
- 3) non conserva B e numeri leptonici
- 4) Si, debole
- 5) no $\Delta S=2$

4) Il numero N di isotopi di ^{40}K è

$$N = N_A \frac{m'}{A} = N_A \frac{f m}{A}$$

dove $m = 15 \text{ g}$, f è la frazione isotopica di ^{40}K nel potassio naturale, e

$$A = (39 * 0.93 + 41 * 0.07) \text{ g mol}^{-1} \simeq 39.14 \text{ g mol}^{-1}$$

è la massa atomica del potassio nella sua composizione naturale.

$$T_{1/2} = 1.29 \times 10^9 \text{ a} = 4.01 \times 10^{16} \text{ s}$$

$$A = \lambda N = \ln 2 / T_{1/2} N = \ln 2 / T_{1/2} N_A f m / A =$$

$$\ln 2 / (4.01 \times 10^{16}) 6.02 \times 10^{23} 2 \times 10^{-4} 15 / 39.14 = 797.6 \text{ Bq}$$

5) $^{32}\text{P} \rightarrow ^{32}\text{S} + e^- + \text{anti-}\nu$

$$\text{S } Z=16, N=16 \quad (1S_{1/2})^2 (1P_{3/2})^4 (1P_{1/2})^2 (1D_{5/2})^6 (2S_{1/2})^2 \quad J=0^+$$

$$\text{P } Z=15 \quad (1S_{1/2})^2 (1P_{3/2})^4 (1P_{1/2})^2 (1D_{5/2})^6 (2S_{1/2})^1$$

$$N=17 \quad (1S_{1/2})^2 (1P_{3/2})^4 (1P_{1/2})^2 (1D_{5/2})^6 (2S_{1/2})^2 (1D_{3/2})^1$$

$$|3/2 - 1/2| \leq J \leq 3/2 + 1/2$$

$$1 \leq J \leq 2 \quad J=1^+ \text{ oppure } 2^+$$

$$Q = 15 m_p + 17 m_n - B(32, 15) - [16 m_p + 16 m_n - B(32, 16)] - m_e = T_e^{\text{max}}$$

$$Q = -m_p + m_n - m_e - B(32, 15) + B(32, 16)$$

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1) A^{-1/3} - a_A (N-Z)^2 / (4A) + \delta / A^{1/2}$$

$$B(32, 15) = a_v 32 - a_s 32^{2/3} - a_c 15 \cdot 14 \cdot 32^{-1/3} - a_A (2)^2 / (4 \cdot 32) - 11.2 / 32^{1/2}$$

$$B(32, 16) = a_v 32 - a_s 32^{2/3} - a_c 16 \cdot 15 \cdot 32^{-1/3} - a_A (0)^2 / (4 \cdot 32) + 11.2 / 32^{1/2}$$

$$Q = -m_p + m_n - m_e - B(32, 15) + B(32, 16) = 0.9028 \text{ MeV}$$