Università degli Studi di Siena

Corso di Laurea FTA - A.A. 2020/2021

Fisica Nucleare e subnucleare

Prova scritta del 15/7/2021

1) Un fascio di pioni π^- è rallentato in un bersaglio di idrogeno liquido ed interagisce da fermo attraverso la reazione $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$ nella quale vengono prodotti π^0. Calcolare:
   a) la velocità del π^0;
   b) l'energia cinetica del neutrone n;
   c) la distanza percorsa dal π^0 nel laboratorio se la sua vita media è 10^{-16} s;
   d) l'energia massima dei fotoni dal decadimento del π^0 nel sistema del laboratorio.

[m_{π^-} = 139.6 MeV/c^2 , m_p = 938.3 MeV/c^2, m_{π^0}= 135.0 MeV/c^2 , m_n = 939.6 MeV/c^2]

2) Un fascio contiene pioni π (m_π = 0.14 GeV/c^2) e kaoni K (m_K = 0.494 GeV/c^2) di impulso p = 10 GeV/c. Un contatore Cherenkov a soglia che utilizza un gas come radiatore, è utilizzato per identificare pioni e kaoni. L'indice di rifrazione del gas varia in funzione della pressione P (espressa in atm) secondo la legge:

   $n = 1 + 3\cdot 10^{-4}\, P$

   In quale intervallo di valori deve essere scelta la pressione del contatore per distinguere pioni da kaoni?

   Se per distinguere le due particelle si utilizzassero invece due scintillatori posti a distanza L per misurare il tempo di volo, quale dovrebbe essere il minimo valore di L assumendo che i contatori abbiano risoluzione temporale pari a 50 ps ?

3) Nell'esperimento di Chadwick la radiazione neutra emessa dalla reazione $^4He+^9Be \rightarrow {}^{12}C+n$ veniva fatta interagire con assorbitori ricchi di idrogeno. Si osservava che protoni con energia cinetica massima 5.3 MeV erano emessi dall'assorbitore. Si pensò inizialmente che la radiazione neutra fosse costituita di fotoni che interagivano per effetto Compton con i protoni dell'assorbitore. Chadwick però notò che in tal caso l'energia dei fotoni incidenti sarebbe stata troppo elevata perché fossero prodotti dalla diseccitazione di un nucleo.

Quale energia dei fotoni calcolò Chadwick?

Assumendo invece che la radiazione neutra sia costituita da neutroni, che tipo di interazione avviene fra i neutroni e i protoni dell'assorbitore? Qual è l'energia cinetica iniziale dei neutroni?

4) Lo stato fondamentale del nucleo ^{17}O è $J^P=5/2^+$. I primi sei stati eccitati, in ordine crescente di energia sono: $1/2^+$, $1/2^-$, $5/2^-$, $3/2^-$, $3/2^+$, $9/2^-$.

Spiegare la successione dei livelli con il modello a shell.

Calcolare il momento magnetico del nucleo nello stato fondamentale.

SOLUZIONI

1)

π^- e p interagiscono da fermi, quindi siamo nel C.M. con (c=1):

$$\sqrt{s} = E^*_{tot} = m_{\pi^-} + m_p = 1077.9 \text{ MeV}$$

$$p_{\pi^0} = p_n = p$$

Per la conservazione dell'energia:

$$\sqrt{s} = \sqrt{m_{\pi^0}^2 + p^2} + \sqrt{m_n^2 + p^2}$$

$$s = m_{\pi^0}^2 + m_n^2 + 2p^2 + 2\sqrt{(m_{\pi^0}^2 + p^2)(m_n^2 + p^2)}$$

$$s - m_{\pi^0}^2 - m_n^2 - 2p^2 = 2\sqrt{(m_{\pi^0}^2 + p^2)(m_n^2 + p^2)}$$

$$\left(s - m_{\pi^0}^2 - m_n^2\right)^2 + 4p^4 - 4p^2\left(s - m_{\pi^0}^2 - m_n^2\right) = 4m_{\pi^0}^2 m_n^2 + 4p^4 + 4p^2\left(m_{\pi^0}^2 + m_n^2\right)$$

$$s^2 - 2s\left(m_{\pi^0}^2 + m_n^2\right) + \left(m_{\pi^0}^2 - m_n^2\right)^2 = 4p^2 s$$

$$p = \frac{\sqrt{s^2 - 2s\left(m_{\pi^0}^2 + m_n^2\right) + \left(m_{\pi^0}^2 - m_n^2\right)^2}}{2\sqrt{s}} = 28.0 \text{ MeV}$$

i) $E_{\pi^0} = \sqrt{m_{\pi^0}^2 + p^2} = 138 \text{ MeV}$; $\quad \beta_{\pi^0} = \frac{p}{E_{\pi^0}} = 0.203 \quad \rightarrow \quad v_{\pi^0} = 6.10 \times 10^7 \frac{m}{s}$;

ii) $T_n = E_n - m_n = \sqrt{s} - E_{\pi^0} - m_n = 0.42 \text{ MeV}$;

iii) $L = v_{\pi^0}(\gamma_{\pi^0}\tau_{\pi^0}) = v_{\pi^0}\frac{E_{\pi^0}}{m_{\pi^0}}\tau_{\pi^0} = 6.2 \text{ nm}$;

iv) Nel sistema di riferimento in cui il π^0 è fermo, l'energia dei due fotoni vale:

$$E'_\gamma = p'_\gamma = \frac{m_{\pi^0}}{2}$$

Con la T.L. ottengo l'energia dei fotoni nel sistema con il π^0 in movimento:

$$E_\gamma = \gamma_{\pi^0}\left(E'_\gamma + \beta_{\pi^0} p'_\gamma \cos\theta'\right) = \frac{E_{\pi^0}}{2}(1 + \beta_{\pi^0}\cos\theta')$$

L'energia è massima per $\theta'=0$ (emissione del fotone in avanti):

$$E_{\gamma,max} = \frac{E_{\pi^0}}{2}(1 + \beta_{\pi^0}) = 83 \text{ MeV}$$

4) ^{17}O $\quad 8p \quad 9n$

$p \quad (1S_{1/2})^2 (1P_{3/2})^4 (1P_{1/2})^2$ shell complete

$n \quad (1S_{1/2})^2 (1P_{3/2})^4 (1P_{1/2})^2 (1D_{5/2})^1$ FONDAMENTALE $J^P = \left(\frac{5}{2}\right)^+$

$(1S_{1/2})^2 (1P_{3/2})^4 (1P_{1/2})^2 (1D_{5/2})^0 (1S_{1/2})^1$ 1° eccitato $J^P = \left(\frac{1}{2}\right)^+$

" " " " $(1S_{1/2})^0 (1D_{3/2})^1$ 5° eccitato $J^P = \left(\frac{3}{2}\right)^+$

Per spiegare gli altri stati eccitati si deve partire dalla configurazione

$(1S_{1/2})^2 (1P_{3/2})^4 (1P_{1/2})^1 (1D_{5/2})^2$

Se i 2 n in $D_{5/2}$ sono accoppiati $\Rightarrow$ J è determinato dal n spaiato in $P_{1/2}$ $\quad J^P = \left(\frac{1}{2}\right)^-$ $\quad$ 2° stato eccitato

Se invece i 2 n in $D_{5/2}$ non sono accoppiati, cioè hanno valori $|J_z|$ diversi $\Rightarrow$ si combinano i J di questi due neutroni

I valori possibili sono $0 = \frac{5}{2} - \frac{5}{2} \leq J \leq \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 5$

La funzione d'onda dei 2 n deve essere antisimmetrica.
Poiché sono nello stesso livello formano un singoletto di spin $S = 0$
$\Rightarrow$ L pari per avere antisimmetria $\Rightarrow$ $J = 0, 2, 4$ sono i valori possibili. La parità è + trovandosi i 2 n. nello stesso stato

Combinando questo J con quello del n in $P_{1/2}$

$\Rightarrow$ J del nucleo potrà essere

$0 \oplus \frac{1}{2} \Rightarrow J^P = \left(\frac{1}{2}\right)^-$ 2° ecc $\quad$ Parità determinata da n spaiato in $P_{1/2}$

$2 \oplus \frac{1}{2} \Rightarrow J^P = \left(\frac{3}{2}\right)^- \left(\frac{5}{2}\right)^-$

4° $\quad$ 5° livello eccitato

$4 \oplus \frac{1}{2} \Rightarrow J^P = \left(\frac{7}{2}\right)^- \left(\frac{9}{2}\right)^-$

6° livello eccitato

3) $\gamma + p$ COMPTON

$$E^{p}_{KIN} = \frac{\frac{E_\gamma^2}{m_p}(1-\cos\theta)}{\frac{E_\gamma}{m_p}(1-\cos\theta)+1}$$

$E^{p\,MAX}_{KIN}$ per $\theta = \pi$

$$E^{p\,MAX}_{KIN} = 2\frac{E_\gamma^2}{m_p} \cdot \frac{1}{2\frac{E_\gamma}{m_p}+1} \Rightarrow 2E_\gamma^2 - 2E_\gamma E^{p\,MAX}_{KIN} - m_p E^{p\,MAX}_{k} = 0$$

$$E_\gamma = \frac{2E^{p\,MAX}_{k} + \sqrt{4{E^{p\,MAX}_{k}}^2 + 8m_p E^{p\,MAX}_{k}}}{4} = 52.(\ MeV$$

Se invece $n + p$ scattering nucleare elastico neutrone-protone

$$E_p^{fin} = \frac{2m_p m_n (1-\cos\theta_{cM})}{(m_p+m_n)^2} E_n^{ini}$$

E_p^{MAX} per $\theta_{cM} = \pi$

$$E_p^{MAX} = \frac{4m_p m_n}{(m_p+m_n)^2} E_i^n \simeq E_i^n$$

$E_i^n \simeq 5,3$ MeV

2) $$\beta_\pi = \frac{p_\pi}{\sqrt{m_\pi^2+p_\pi^2}} = \frac{10}{\sqrt{10^2+0.14^2}} = 0.99990$$

$$\beta_K = \frac{p_K}{\sqrt{m_K^2+p_K^2}} = \frac{10}{\sqrt{10^2+0.494^2}} = 0.99878$$

Per avere segnale Cerenkov $\beta > \frac{1}{n}$

Se voglio distinguere π da K $\Rightarrow$ $\beta_\pi > 1/n$ $\quad \beta_K < \frac{1}{n}$

$$\beta_\pi > \frac{1}{n} > \beta_K$$

$$\frac{1}{\beta_\pi} < n < \frac{1}{\beta_K}$$

$$\frac{1}{\beta_\pi} < 1+3\cdot 10^{-4} P < \frac{1}{\beta_K}$$

$$1+9.8\cdot 10^{-5} < 1+3\cdot 10^{-4} P < 1+1.22\cdot 10^{-3} \Rightarrow \quad 0.327 < P < 4.1 \text{ atm}$$

<u>TIME OF FLIGHT</u>

$$t_K - t_\pi > 3\sigma \qquad \sigma = 50 \text{ ps}$$

$$\frac{L}{\beta_K c} - \frac{L}{\beta_\pi c} > 3\cdot 50\cdot 10^{-12}$$

$$\frac{L}{c}\left(\frac{1}{\beta_K} - \frac{1}{\beta_\pi}\right) > 150\cdot 10^{-12}$$

$$\frac{L}{c}\left(\cancel{1}+1.22\cdot 10^{-3} - \cancel{1} - 9.8\cdot 10^{-5}\right) > 150\cdot 10^{-12}$$

$$L > \frac{3\cdot 10^8 \cdot 150\cdot 10^{-12}}{1.122\cdot 10^{-3}} \simeq 40 \text{ m}$$