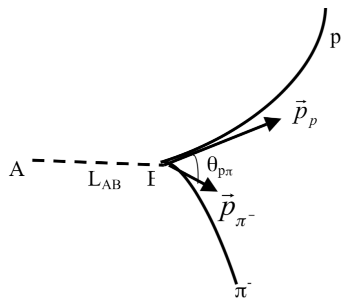
Università degli Studi di Siena

Corso di Laurea FTA - A.A. 2019/2020

Fisica Nucleare e subnucleare

Prova scritta del 24/6/2020

1) In una camera a bolle si osserva un evento in cui una particella neutra X^0,prodotta nel punto A, decade nel punto B in due particelle cariche e di segno opposto. La distanza tra i punti A e B è L_{AB} = 15 cm. La traccia positiva viene identificata essere un protone di impulso p_p = 3608 MeV/c mentre la traccia negativa risulta essere un pione π^- di impulso $p_{\pi-}$ = 722 MeV/c. L'angolo tra gli impulsi del protone e del π^- nel punto del decadimento B, è $\theta_{p\pi}$ = 9.59°s. Determinare: la massa, l'energia e la vita media della particella X.



[m_π=139.6 MeV/c^2 ; m_p=938.27 MeV/c^2]

2) (a) Usando i principi di conservazione del momento angolare e della parità, determinare nella reazione $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-$

la relazione fra il momento angolare orbitale relativo delle due particelle nello stato iniziale L_i e quello relativo delle due particelle nello stato finale L_f.

(b) Se si considera invece la reazione $p\bar{p} \longrightarrow \pi^0\pi^0$

quale ulteriore vincolo ai valori di L_i e L_f impone il fatto che nello stato finale vi siano due particelle identiche? (Suggerimento: considerare la simmetria per scambio di particelle delle parti angolari, di spin e isospin della funzione d'onda dello stato finale).

c) Quali sono i valori di isospin I e terza componente dell'isospin I_3 dell'antiprotone? (Per I_3, si ragioni utilizzando la relazione che lega la carica elettrica a I_3 e al numero barionico B).

(d) Basandosi su considerazioni legate alla conservazione dell'isospin nell'interazione forte, determinare il rapporto fra le sezioni d'urto dei due processi menzionati ai punti (a) e (b).

3) In un campione di roccia il rapporto fra atomi di ^{238}U e ^{206}Pb è 10:8. Valutare l'età della roccia supponendo che tutto il ^{206}Pb derivi dal decadimento di ^{238}U.

[Tempo di dimezzamento dell'Uranio, $T_{1/2}$=4.5x10^9 anni]

2) (a) $p\bar{p} \longrightarrow \pi^+\pi^-$

$p \quad J_p = \frac{1}{2}^+$ $\qquad \pi^+, \pi^-$ sono mesoni pseudoscalari $\Rightarrow J_p = 0^-$

$\bar{p} \quad J_p = \frac{1}{2}^-$

Lo spin dello stato finale è $S_f = 0$

Lo spin dello stato iniziale può essere $S_i = 0$ oppure 1

Il momento angolare totale $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

$$\vec{J}_i = \vec{L}_i + \vec{S}_i \Rightarrow J_i = \begin{cases} L_i & \text{se } S_i = 0 \\ L = |L_i - 1|, L_i, L_i + 1 & \text{se } S_i = 1 \end{cases}$$

$$J_f = L_f \quad (S_f = 0)$$

Per la conservazione del momento angolare $J_i = J_f \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_i = L_f & \text{se } S_i = 0 \\ |L_i - 1| \leq L_f \leq L_i + 1 & \text{se } S_i = 1 \end{cases}$$

Per la conservazione della parità

$$P(\bar{p})\,P(p)\,(-1)^{L_i} = P(\pi^+)\,P(\pi^-)\,(-1)^{L_f}$$

$$(-1)(+1)(-1)^{L_i} = (-1)(-1)(-1)^{L_f}$$

$$(-1)^{L_i+1} = (-1)^{L_f} \Rightarrow L_i \neq L_f$$

se L_i pari $\Rightarrow L_f$ dispari e viceversa

Quindi poiché $L_i \neq L_f \Rightarrow S_i \neq 0$

Se $S_i = 1$ $\quad L_f = L_i \pm 1$, mentre non è possibile il caso $L_f = L_i$

b) Le stesse considerazioni di (a) valgono per il caso (b)

$$p\bar{p} \to \pi^0 \pi^0$$

In questo caso la funzione d'onda dello stato finale deve essere simmetrica per scambio delle due particelle identiche (bosoni).

$$\psi(\pi^0_{1}, \pi^0_{2}) = \alpha(\theta_1, \theta_2)\, \beta(s_1, s_2)\, \gamma(I_1, I_2)$$

indice della particella

$$\alpha(\theta_1, \theta_2) = (-1)^{L_f}\, \alpha(\theta_2, \theta_1)$$

$S_f = 0$ perché π^0 hanno spin zero $\Rightarrow \beta = 0$

$\gamma = |I_1 = 1, I_{3_1} = 0\rangle\, |I_2 = 1, I_{3_2} = 0\rangle \Rightarrow$ simmetrica per scambio $1 \rightleftarrows 2$

$$\psi(\pi^0_1, \pi^0_2) = (-1)^{L_f}\, \psi(\pi^0_2, \pi^0_1) = +\psi(\pi^0_2, \pi^0_1) \Rightarrow L_f \text{ pari}$$

bosoni

Quindi L_f pari $\Rightarrow L_i$ dispari (dal caso (a))

c) Antiprotone $Q = -1$ $B = -1$

$$Q = I_3 + \frac{B}{2} \Rightarrow I_3 = Q - \frac{B}{2} = -\frac{1}{2} \qquad I = \frac{1}{2}$$

d)

$$|p\bar{p}\rangle = |1; +\tfrac{1}{2}\rangle\, |1; -\tfrac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\, |I = 1\ I_3 = 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\, |I = 0\ I_3 = 0\rangle$$

Isospin totale. I coeff. si ricavano da Tabella Clebsch-Gordan

$$|\pi^+\pi^-\rangle = |1; +1\rangle\, |1; -1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}\, |I=2, I_3=0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\, |I_1, I_3=0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}\, |I=0\ I_3=0\rangle$$

$$|\pi^0\pi^0\rangle = |1\ 0\rangle\, |1\ 0\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\, |I=2, I_3=0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}\, |I=0, I_3=0\rangle$$

$$\langle p\,\bar{p}\,|H_s|\,\pi^+\pi^-\rangle = \frac{1}{2}\langle I=1\ I_3=0\,|H_s|\,I=1\ I_3=0\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}\langle 0\ 0\,|H_s|\,0\ 0\rangle$$

$$\langle p\,\bar{p}\,|H_s|\,\pi^0\pi^0\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}}\langle 0\ 0\,|H_s|\,0\ 0\rangle$$

$$\frac{\sigma_{p\bar{p}\to\pi^+\pi^-}}{\sigma_{p\bar{p}\to\pi^0\pi^0}} = \frac{\left|\frac{1}{2}H_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}H_0\right|^2}{\frac{1}{6}H_0^2} = \left|\frac{\sqrt{6}}{2}\frac{H_1}{H_0}+1\right|^2 = \begin{cases} 1 & \text{se } H_0 \gg H_1 \\ \frac{3}{2}\frac{H_1^2}{H_0^2} & \text{se } H_1 \gg H_0 \end{cases}$$

1) $\left(M_X, 0\right)^2 = M_X^2 = \left(E_\pi + E_p, \bar{p}_\pi + \bar{p}_p\right)^2$

$$M_X^2 = E_\pi^2 + E_p^2 + 2 E_\pi E_p - \bar{p}_\pi^2 - \bar{p}_p^2 - 2 \bar{p}_\pi \cdot \bar{p}_p$$

$$M_X^2 = m_p^2 + m_\pi^2 + 2 E_\pi E_p - 2 |\bar{p}_\pi| \, |\bar{p}_p| \cos\theta$$

$$M_X^2 = m_p^2 + m_\pi^2 + 2\sqrt{p_\pi^2 + m_\pi^2}\,\sqrt{p_p^2 + m_p^2} - 2\, p_p\, p_\pi \cos\theta$$

$$M_X = \left(938^2 + 139^2 + 2\sqrt{722^2 + 139^2}\,\sqrt{3608^2 + 938^2} - 2\, 722 \cdot 3608 \cdot \cos 9{,}59^\circ\right)^{1/2} =$$

$$= 1116 \ \frac{MeV}{c^2}$$

$$E_X = E_\pi + E_p = \sqrt{p_\pi^2 + m_\pi^2} + \sqrt{p_p^2 + m_p^2} = 4463.38 \ MeV$$

$$\gamma_X = \frac{E_X}{M_X} \simeq 4$$

$$\beta_X = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_X^2}} \simeq 0.97$$

$$L_{AB} = \gamma_X \beta_X c \tau$$

$$\tau = \frac{L_{AB}}{\gamma_X \beta_X c} = \frac{0.15}{1{,}31 \cdot 0.65 \cdot 3 \cdot 10^8} = 1.29 \cdot 10^{-10} \ s$$

3) $N(t) = N_0 \, e^{-\lambda t}$ $\qquad \lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

$$\frac{N(t)}{N_{Pb}} = \frac{10}{8}$$

$$\frac{N(t)}{N_0 - N(t)} = \frac{10}{8}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{N_0}{N(t)} - 1$$

$$\frac{N_0}{N(t)} = \frac{18}{10} = e^{\lambda t} = e^{\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t}$$

$$t = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{N_0}{N(t)} = \frac{4.5 \cdot 10^9}{\ln 2} \ln \frac{18}{10} = 3.8 \cdot 10^9 \text{ anni}$$