1) In un esperimento di diffusione è usata una sorgente radioattiva di attività 10^8 Bq che emette particelle α. Solo le particelle a che attraversano l'apertura di un collimatore di angolo solido 3×10^{-3} sr raggiungono un bersaglio di ^{27}Al (densità 2.7 g/cm^3) di spessore 1 mm. Sapendo che la sezione d'urto differenziale di diffusione elastica in un certo angolo è $d\sigma/d\Omega$ = 10 barn/sr, calcolare il numero di conteggi su di un rivelatore di area 1 cm^2 posto a 20 cm dal bersaglio.

Soluzione

La sorgente emette 10^8 particelle α al secondo cioè la sua intensità è $I=10^8$ s^{-1}.
Queste sono emesse isotropicamente su tutto l'angolo solido 4π; l'intensità di particelle che raggiunge il bersaglio è determinata dall'angolo di apertura del collimatore

$$I_b = I\frac{\Omega_{coll}}{4\pi} = 10^8\,\frac{3\times10^{-3}}{4\pi} = 23885\ \mathrm{s}^{-1}$$

Il rivelatore sottende un angolo solido rispetto al bersaglio

$$\Omega_{riv} = \frac{S}{R^2} = \frac{1\mathrm{cm}^2}{(20\ \mathrm{cm})^2} = 2.5\times10^{-3}$$

La densità di centri di scattering nel bersaglio è

$$n_b = \rho\frac{N_A}{A} = 2.7\ \frac{6.02\cdot10^{23}}{27} = 6.02\times10^{22}\mathrm{cm}^{-3} = 6.02\cdot10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}$$

Il numero di conteggi sul rivelatore è

$$\Delta \dot{N}_f = \frac{d\sigma}{d\Omega} I_b \, n_b \, \Delta x \; \Delta\Omega_{riv} = 10^{-27} \times 2.4 \times 10^{4} \times 6.02 \times 10^{28} \times 10^{-3} \times 2.5 \times 10^{-3} = 3.6 \ \mathrm{s}^{-1}$$

2) Considerare i seguenti decadimenti del barione N*(1710) che ha $J^P=(1/2)^+$ e isospin I=1/2 (I_3 = +1/2).

$$N^{*+} \to n\ \pi^+$$

$$N^{*+} \to \Delta^0 \pi^+$$

$$N^{*+} \to p\ \rho^0$$

Dire se possono avvenire per interazione forte e calcolare il momento angolare L dello stato finale. Se la larghezza della risonanza N* è 150 MeV, calcolare la sua vita media.

Soluzione

n, p, Δ sono barioni.

n p costituiscono un doppietto di isospin 1/2 e hanno $J^P = (1/2)^+$

Δ fa parte di un quadrupletto di isospin 3/2 e ha $J^P = (3/2)^+$

π è mesone pesudoscalare → $J^P = 0^-$ ρ è mesone vettore → $J^P = 1^-$

π e ρ hanno isospin 1

Il numero barionico è quindi conservato in tutti i 3 decadimenti

Anche la carica elettrica è conservata in tutti i 3 decadimenti

- Consideriamo il primo decadimento.

$$N^{*+} \to n\ \pi^+$$

Il momento angolare totale iniziale è uguale allo spin della particelle J=1/2. Per avere

conservazione del momento angolare totale, nello stato finale si deve avere J=1/2= L+1/2 e quindi L=0 oppure 1.

Consideriamo la conservazione della parità

$$P(N^*) = +1 = \left(-1\right)^L P(n)P(\pi) = \left(-1\right)^L \cdot 1 \cdot \left(-1\right) = \left(-1\right)^{L+1}$$

La parità si conserva se L dispari, quindi solo con L=1.
L'isospin si conserva

$$I = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \otimes 1 = \frac{1}{2} \oplus \frac{3}{2}$$

$$I_3 = +\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

Quindi il decadimento può avvenire.

- Consideriamo il decadimento $N^{*+} \rightarrow \Delta^0 \pi^+$

Per avere conservazione del momento angolare totale, L(Δ p) = 1.
Per L=1, la parità è conservata

$$P(N^*) = +1 = \left(-1\right)^L P(\Delta)P(\pi) = \left(-1\right)^{L=1} \cdot 1 \cdot \left(-1\right) = +1$$

Anche l'isospin si conserva, dato che Δ^0 ha I_3 = -1/2

$$I = \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \otimes 1 = \frac{1}{2} \oplus \frac{3}{2} \oplus \frac{5}{2}$$

$$I_3 = +\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

Quindi il decadimento può avvenire.

- Consideriamo infine

$$N^{*+} \rightarrow p\ \rho^0$$

N ha spin ½, il protone ½ e il mesone ρ 1
Per avere conservazione del momento angolare totale → L(p,ρ) = 0.

Consideriamo ora la parità

$$P(N^*) = +1 = (-1)^{L=0} P(p)P(\rho) = (-1)^0 \cdot 1 \cdot (-1) = -1$$

non è conservata. Il decadimento non avviene.

$$\tau_N \approx \frac{\hbar}{\Gamma_N} \approx \frac{6.6 \times 10^{-22}\ \mathrm{MeVs}}{150\ \mathrm{MeV}} \approx 0.44 \cdot 10^{-23}\mathrm{s}$$

3) I muoni (m=105 MeV/c^2) di uno sciame atmosferico che raggiungono la superficie terrestre hanno energia media 4 GeV.

a) Calcolare l' energia persa dai muoni attraversando uno spessore di roccia di 1 cm, assumendo per la roccia: densità ρ=3.0 g cm^{-3} ; Z/A=0.5; potenziale di eccitazione medio <I>=200 eV.

b) Calcolare lo spessore di roccia necessario per fermare i muoni, assumendo incidenza normale e che il dE/dx calcolato al punto a) non vari con l'energia.

Soluzione

Applichiamo la formula di Bethe-Block dove abbiamo ignorato le correzioni per effetto densità e di shell.

$$-\frac{dE}{\rho dx} = 0.1535 \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2 m_e \beta^2 \gamma^2 c^2}{I} \right)^2 - 2\beta^2 \right] \text{ MeV cm}^2 \text{ g}^{-1}$$

Calcoliamo β e γ dei muoni

$$\gamma = \frac{E}{m_\mu c^2} = \frac{4}{0.105} = 38.1$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.999655$$

$$-\frac{dE}{\rho\, dx} = 0.1535 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{0.999655^2}\left[2\ln\left(\frac{2\times 0.511\times 0.999655^2\times 38.1^2}{200\times 10^{-6}}\right) - 2\times 0.999655^2\right] = 2.28 \ \text{MeV cm}^2\ \text{g}^{-1}$$

$$\Delta E = \left(\frac{dE}{\rho\, dx}\right)\times \Delta x \times \rho = 2.28\times 1\times 3 = \ 6.84 \text{ MeV}$$

$$t = \frac{E}{\left(\rho \frac{dE}{\rho dx}\right)} = \frac{4\times 10^3}{3\times 2.28} = 584 \text{ cm}$$

4) L'energia di legame dei nuclei ${}^4_2He$ e ${}^7_3Li$ è rispettivamente 28.3 e 39.3 MeV.

a) Indicare lo stato di spin-parità nucleo ${}^7_3Li$ e del nucleo ${}^4_2He$.

b) calcolare il momento magnetico aspettato dalla teoria per il nucleo ${}^7_3Li$ e per il nucleo ${}^4_2He$.

c) Calcolare il Q valore della reazione p+ ${}^7_3Li \rightarrow {}^4_2He + {}^4_2He$. La reazione ha una soglia?

d) Calcolare l'energia necessaria affinché la distanza tra protone e litio sia pari al raggio del nucleo ${}^7_3Li$.

$a)$,b) ${}^4_2He : J^P = 0^+, \mu = 0;$

${}^7_3Li$: 1 protone spaiato configurazione $1p_{\frac{3}{2}} \rightarrow J^P = \frac{3}{2}^-$;

$$protone\ J = l + 1/2 \Rightarrow \frac{\mu}{\mu_N} = J + 2.29 = 3.79;$$

$c)$ per determinare se la reazione e' esotermica o endotermica e' necessario calcolare il Q valore della reazione

$$Q = m_p + m_{Li} - 2m_{He}$$

$$BE_{He} = 2m_p + 2m_n - m_{He}$$

$$BE_{Li} = 3m_p + 4m_n - m_{Li}$$

$$-2m_{He} = 2BE_{He} - 4m_p - 4m_n$$

$$m_{Li} = 3m_p + 4m_n - BE_{Li}$$

$$Q = 2BE_{He} - BE_{Li} = 2 \times 28.3 - 39.3 = 17.3 MeV$$

la reazione e' esotermica.

$$d)\ T = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{zZ\alpha\hbar c}{R_0 A^{\frac{1}{3}}} = \frac{3 \times 197.3}{137 \times 1.2 \times 7^{\frac{1}{3}}} MeV = 1{,}88 MeV$$